S行列のユニタリー性に基づく、スカラー場のポテンシャルへの量子重力的制限

徳田 順生 (神戸大 PD)

Mainly based on [arXiv: 2105.01436, T. Noumi, **JT**] (to appear in PRD)

関連文献:
[PRL127,091602(2021), K. Aoki, T.Q. Loc. T. Noumi, **JT**]
[JHEP11(2020)054 **JT**, K. Aoki, S. Hirano]

A. 本研究の動機・概要

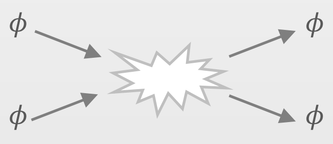
- 動機： 現象論で用いられる低エネルギー有効理論(EFT)のうち、**どのような模型が超弦理論等のUV completeな理論と整合的なのかを判定したい。**
- 背景： 近年、 **S行列のユニタリー性・解析性等に基づく "positivity bound"** という不等式を用いることで、上述の判定が可能となると分かってきた。
- 手法： 本研究では、 **一般相対論＋スカラー場の理論** $\mathcal{L} \sim M_{\rm pl}^2 R - (\partial\phi)^2 - V(\phi) + \cdots$ に**positivity bound**を適用。**ポテンシャル $V(\phi)$ への量子重力的制限を導出**した 。
- 結果： **ポテンシャル$V(\phi)$を任意には平坦にできない**と分かった。
  例えば $V(\phi) = m^2\phi^2 + \lambda\phi^4$ ➡ λ: fixed, $m^2 \to 0$ 極限は禁止。**質量への下限が存在**する。
  ＊より詳細の制限は、[D.結果]に記載。

B-1. 背景1：Positivity bound *without* gravity

[Lee–Quigg–Thacker ('77)]

- S行列の**ユニタリー性**・・・新物理の発見に有用。 例.) W-boson 散乱の(摂動的)ユニタリー性→(Higgs mass) ≲ 1 TeV
- S行列の**解析性**や**局所性**も考慮に入れると、UV理論（新物理）に関するより多くの情報を得ることができる。

$\phi\phi \to \phi\phi$ 弾性散乱振幅 $\mathcal{M}(s,t)$
＊ ϕ: 有質量スカラー場



低エネルギー展開

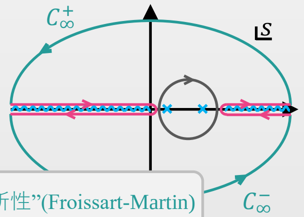
$$\mathcal{M}(s,t) \sim (\text{s, t, u poles}) + O(s^0) + c_2 s^2 + \cdots$$

$$c_2 \sim \int_{4m^2}^{\infty} ds \frac{\mathrm{Im}\,\mathcal{M}(s,0)}{s^3} + \oint_{C_\infty} \frac{ds}{\pi i}\frac{\mathcal{M}(s,0)}{s^3} > 0$$

ユニタリー性から正！

$\lim_{|s|\to\infty} |\mathcal{M}(s,0)/s^2| = 0$. "局所性"(Froissart-Martin) → 0

$\mathcal{M}(s,0)$の解析構造＆考える積分経路



- EFT で計算できる部分（$4m^2 < s < \Lambda^2$の積分, Λ: EFT cutoff）とできない部分を分けて書き直すと、

$$c_2(\Lambda) \coloneqq c_2 - \int_{4m^2}^{\Lambda^2} ds \frac{\mathrm{Im}\,\mathcal{M}(s,0)}{s^3}$$

$$\boxed{c_2(\Lambda) \sim \int_{\Lambda^2}^{\infty} ds \frac{\mathrm{Im}\,\mathcal{M}(s,0)}{s^3} > 0}$$

"**Positivity bounds (*without* gravity)**"
[Adams *et al.* ('06), Bellazzini ('16), de Rham *et al.* ('17)]

B-2. 背景2：Positivity bound *with* gravity

- 一定の仮定の下、positivity boundは**重力を含む場合に拡張できる** [JT, K. Aoki, S. Hirano ('20)]
  (*see also [Hamada *et al.* ('18), Herrero-Valea *et al.* ('20), Bellazzini *et al.* ('19), Alberte *et al.* ('20), Caron-Huot *et al.* ('21)])

*追加で必要な仮定 (motivated by perturbative string amplitude)

1. Mild high-energy behavior $\lim_{|s|\to\infty} |\mathcal{M}(s,t<0)/s^2| = 0$
2. Regge behavior with single scaling $\mathrm{Im}\,\mathcal{M}(s,t\sim 0)|_{s \gg M_s^2} \sim f(t)\left(\frac{s}{M_s^2}\right)^{2+\alpha' t+\alpha'' t^2+\cdots}$, $\left|\frac{\partial_t f}{f}\right|, \left|\frac{\alpha''}{\alpha'}\right| \lesssim \alpha' \sim M_s^{-2}$

M_s: scale of Reggeization ~ mass of the lightest higher-spin state

$$c_2(\Lambda) = \lim_{t\to 0^-}\left\{\int_{\Lambda^2}^{\infty} ds \frac{\mathrm{Im}\,\mathcal{M}(s,0)}{s^3} + \frac{1}{M_{\rm pl}^2 t}\right\} > \frac{-O(1)}{M_{\rm pl}^2 M_s^2}$$

(approximate) ***gravitational* positivity bounds**

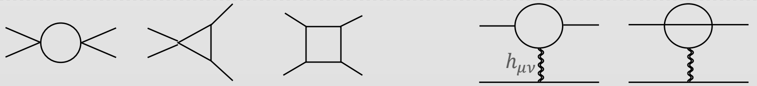
C. 手法・セットアップ

- **一般相対論＋スカラー場の理論** in 4D を考え、$c_2(\Lambda)$を計算する。 $c_2(\Lambda) > \frac{-O(1)}{M_{\rm pl}^2 M_s^2}$ の帰結を議論。

$$\mathcal{L} = \frac{M_{\rm pl}^2 R}{2} - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi) + (\text{counterterms}) \qquad V(\phi) = \frac{m^2\phi^2}{2} + \frac{g\phi^3}{3!} + \frac{\lambda\phi^4}{4!}$$

*論文ではϕ^6や$(\partial\phi)^4$といった繰り込み不可能項も含めて解析している。本ポスターでは簡単のため考えないことにする。

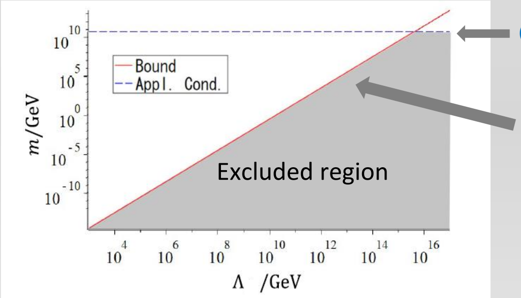
D. 結果



- 計算結果： $c_2(\Lambda) \simeq \underbrace{\frac{\lambda^2}{16\pi^2\Lambda^4} - \frac{\lambda g^2}{6\pi^2\Lambda^6}\left[\ln\left(\frac{\Lambda^2}{m^2}\right) - \frac{1}{6}\right] + \frac{g^4}{12\pi^2 m^2\Lambda^6}}_{（非重力的寄与）>0} \underbrace{- \frac{1}{M_{\rm pl}^2}\left(\frac{45-8\pi\sqrt{3}}{1296\pi^2}\frac{g^2}{m^4} + \frac{10-\pi^2}{4608\pi^4}\frac{\lambda^2}{m^2}\right)}_{（重力的寄与）<0} > -O\left(M_{\rm pl}^{-2}M_s^{-2}\right)$.

✓ $(\lambda, g/m)$: fixed, $m \to 0$ 極限では（重力的寄与）→ $-\infty$となり不等式を破る。 ➡ ***V*(ϕ)を任意には平坦にできない**

- 例えば$\lambda\phi^4$理論: $m \geq 0.0068\,\Lambda^2/M_{\rm pl}$



（重力的寄与） $= M_{\rm pl}^{-2}M_s^{-2}$
$\Leftrightarrow m = 5.4 \times 10^{-4}|\lambda| M_s$

$m = 0.0068\,\Lambda^2/M_{\rm pl}$
$\approx 2.8 \times 10^9 \left(\frac{\Lambda}{10^{15}\,\text{GeV}}\right)^2$ GeV

*$\lambda = 10^{-2}$, $M_s = 10^{16}$ GeV is used in this plot.

Summary＆Prospects

- 明白な仮定の下に***V*(ϕ)へのswampland条件を導出した。**
- ***V*(ϕ)を任意には平坦にできない。**
  典型的に$m \ll \Lambda$の模型はdisfavored
  (e.g. single massless $\lambda\phi^4$理論は棄却)
- $<\phi> \neq 0$ 周りでの展開係数への制限
- 他のモデルへのpositivity boundの適用