

フェルミオンを含む拡張ヒッグス有効理論の 定式化とその応用

内田 祥紀 (九州大学)

共同研究者： 長井 遼 氏 (大阪大学)

棚橋 誠治 氏 (名古屋大学)

津村 浩二 氏 (九州大学)

Based on 1904.07618 , 2102.08519

基研研究会 素粒子物理学の進展 2021 (PPP2021) @ オンライン

有効理論のアプローチ

標準模型を超える新物理の探索 → 有効理論のアプローチ（模型に依存しない）

「理論の構成粒子 = 標準模型粒子」とする二大有効理論

標準模型有効理論 (Standard Model Effective Field Theory)

- Symmetric phase の場を用いて書かれている ($H, B_\mu, W_\mu^a, \text{etc}$)
- 標準模型からのズレは、NLO以降から考慮される

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}}^{(\text{LO+NLO})} \supset (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + \frac{C_\phi \square}{\Lambda^2} (H^\dagger H) \square (H^\dagger H) + \dots$$

$H = \left(0, \frac{v+h}{\sqrt{2}}\right)^T$
← 代入

This talk



ヒッグス有効理論 (Higgs Effective Field Theory)

- Broken phase の場を用いて書かれている ($h, Z_\mu, W_\mu^\pm, \text{etc}$)
- 標準模型からのズレは、LOから考慮される

$$\mathcal{L}_{\text{HEFT}}^{(\text{LO})} \supset m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \left[1 + 2\kappa_W \frac{h}{v} + \kappa_W^{(2)} \left(\frac{h}{v}\right)^2 + \dots \right]$$

有効理論のアプローチ

標準模型を超える新物理の探索 → 有効理論のアプローチ（模型に依存しない）

「理論の構成粒子 = 標準模型粒子」とする二大有効理論

標準模型有効理論 (Standard Model Effective Field Theory)

- Symmetric phase の場を用いて書かれている ($H, B_\mu, W_\mu^a, \text{etc}$)
- 標準模型からのズレは、NLO以降から考慮される

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}}^{(\text{LO+NLO})} \supset m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \left[1 + (2 - \alpha) \left(\frac{\tilde{h}}{v} \right) + (1 - 2\alpha) \left(\frac{\tilde{h}}{v} \right)^2 + \dots \right]$$
$$\alpha := -C_{\varphi\Box} \frac{v^2}{\Lambda^2}, \quad \frac{C_{\varphi\Box}}{\Lambda^2} (H^\dagger H) \Box (H^\dagger H)$$

This talk



ヒッグス有効理論 (Higgs Effective Field Theory)

- Broken phase の場を用いて書かれている ($h, Z_\mu, W_\mu^\pm, \text{etc}$)
- 標準模型からのズレは、LOから考慮される

$$\mathcal{L}_{\text{HEFT}}^{(\text{LO})} \supset m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \left[1 + 2\kappa_W \frac{h}{v} + \kappa_W^{(2)} \left(\frac{h}{v} \right)^2 + \dots \right]$$

問い：SMEFTとHEFTの使い分け？

SM + singlet scalar

$$\mathcal{L} = (D^\mu H)^\dagger (D_\mu H) + \frac{1}{2} \partial_\mu S \partial^\mu S - V(H, S)$$

Buchalla et al.
[1608.03564](#)

$$H \in \mathbf{2}_{1/2}, \quad S \in \mathbf{1}_0$$

$$V(H, S) = -\frac{\mu_1^2}{2} H^\dagger H - \frac{\mu_2^2}{2} S^2 + \frac{\lambda_1}{4} (H^\dagger H)^2 + \frac{\lambda_2}{4} S^4 + \frac{\lambda_3}{2} H^\dagger H S^2$$

SMEFT を用いるシナリオ

E

$$S = \frac{v_s + \tilde{s}}{\sqrt{2}}$$

\tilde{s} を積分

$$\mathcal{L}_{\text{NLO}} = -\frac{1}{4} \frac{\lambda_3^2}{\lambda_2 M_s^2} (H^\dagger H) \square (H^\dagger H)$$

$$H = \left(0, \frac{v+h}{\sqrt{2}} \right)^T$$

代入

$$H = \left(0, \frac{v+h}{\sqrt{2}} \right)^T$$

$$(D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) - \frac{1}{4} \frac{\lambda_3^2}{\lambda_2 M_s^2} (H^\dagger H) \square (H^\dagger H)$$

$$\supset m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \left[(2 - \chi^2) \left(\frac{\tilde{h}}{v} \right) + (1 - 2\chi^2) \left(\frac{\tilde{h}}{v} \right)^2 + \mathcal{O}(h^3) \right]$$

$$\chi^2 = \frac{v^2}{2} \frac{\lambda_3^2}{\lambda_2 M_s^2}$$

HEFT を用いるシナリオ

- Non-decouplingなパラメータ領域は、
厳しい制限を受けている 😞
S. Dawon, et al., [2102.02823]
- HEFT は SMEFT より一般性が高い 😊

E

$$S = \frac{v_s + \tilde{s}}{\sqrt{2}}$$

$$H = \left(0, \frac{v+h}{\sqrt{2}} \right)^T$$

$\begin{pmatrix} h' \\ \tilde{s}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \chi & -\sin \chi \\ \sin \chi & \cos \chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ \tilde{s} \end{pmatrix}$

\tilde{s}' を積分

$$m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \left[2c_\chi \left(\frac{h}{v} \right) + \left(c_\chi^4 - s_\chi^3 c_\chi \frac{v}{v_s} \right) \left(\frac{h}{v} \right)^2 + \mathcal{O}(h^3) \right]$$

$$c_\chi \simeq 1 - \frac{\chi^2}{2}, \quad s_\chi \simeq 0$$

HEFTのHiggs sector

標準模型の Higgs sector

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{SM}} &= (D_\mu H)^\dagger D^\mu H + \mu^2 (H^\dagger H) - \lambda (H^\dagger H)^2 \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[(D_\mu \hat{\Phi})^\dagger D^\mu \hat{\Phi} \right] + \frac{\mu^2}{2} \text{Tr} \left[\hat{\Phi}^\dagger \hat{\Phi} \right] - \frac{\lambda}{4} \text{Tr} \left[\hat{\Phi}^\dagger \hat{\Phi} \right]^2\end{aligned}$$

$$\hat{\Phi} = (\tilde{H}, H) : \text{bi-doublet} \quad \text{但し } \tilde{H} := i\sigma_2 H^*$$

$$D_\mu \hat{\Phi} = \partial_\mu \hat{\Phi} - ig W_\mu^a \frac{\tau^a}{2} \hat{\Phi} + ig' \hat{\Phi} B_\mu \frac{\tau^3}{2}$$

$$\text{変換性 } SU(2)_L \times U(1)_Y : \quad \hat{\Phi} \rightarrow \mathbf{g}_L \hat{\Phi} \mathbf{g}_Y^\dagger$$

$$\text{HEFTの対称性} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad SU(3)_C \times U(1)_{\text{em}}$$

$$\text{極座標表示 : } \quad \hat{\Phi} = (v + h)U \quad U = \exp\left(\frac{w^\pm + z^0}{v}\right)$$

$$\text{(非線形) } SU(2)_L \times U(1)_Y : \quad h \rightarrow h, \quad U \rightarrow \mathbf{g}_L U \mathbf{g}_Y^\dagger$$

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{SM}} \text{ に代入 : } \quad \mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{SM}} = \frac{v^2}{4} \left(1 + \frac{h}{v}\right)^2 \text{Tr} \left[(D_\mu U)^\dagger D^\mu U \right] + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - V_{\text{SM}}(h)$$

HEFTのHiggs sector

標準模型の Higgs sector

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{SM}} &= (D_\mu H)^\dagger D^\mu H + \mu^2 (H^\dagger H) - \lambda (H^\dagger H)^2 \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[(D_\mu \hat{\Phi})^\dagger D^\mu \hat{\Phi} \right] + \frac{\mu^2}{2} \text{Tr} \left[\hat{\Phi}^\dagger \hat{\Phi} \right] - \frac{\lambda}{4} \text{Tr} \left[\hat{\Phi}^\dagger \hat{\Phi} \right]^2\end{aligned}$$

$$\hat{\Phi} = (\tilde{H}, H) : \text{bi-doublet} \quad \text{但し } \tilde{H} := i\sigma_2 H^*$$

$$D_\mu \hat{\Phi} = \partial_\mu \hat{\Phi} - ig W_\mu^a \frac{\tau^a}{2} \hat{\Phi} + ig' \hat{\Phi} B_\mu \frac{\tau^3}{2}$$

$$\text{変換性} \quad SU(2)_L \times U(1)_Y : \quad \hat{\Phi} \rightarrow \mathbf{g}_L \hat{\Phi} \mathbf{g}_Y^\dagger$$

$$\text{HEFTの対称性} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad SU(3)_C \times U(1)_{\text{em}}$$

$$\text{極座標表示} : \quad \hat{\Phi} = (v + h)U \quad U = \exp\left(\frac{w^\pm + z^0}{v}\right)$$

$$\text{(非線形)} \quad SU(2)_L \times U(1)_Y : \quad h \rightarrow h, \quad U \rightarrow \mathbf{g}_L U \mathbf{g}_Y^\dagger$$

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}}^{\text{HEFT}} = \frac{v^2}{4} F(h) \text{Tr} \left[(D_\mu U)^\dagger D^\mu U \right] + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - V(h)$$

HEFTのYukawa項

標準模型のYukawa項

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{SM}} &= -y_u \bar{q}_L \tilde{H} u_R - y_d \bar{q}_L H d_R - y_e \bar{l}_L \tilde{H} e_R + \text{h.c.} \\ &= -y_u \bar{q}_L \hat{\Phi} P_+ q_R - y_d \bar{q}_L \hat{\Phi} P_- q_R - y_e \bar{l}_L \hat{\Phi} P_- l_R + \text{h.c.}\end{aligned}$$

$$\hat{\Phi} = (\tilde{H}, H) : \text{bi-doublet} \quad \text{但し } \tilde{H} := i\sigma_2 H^*$$

$$q_R = \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}, \quad l_R = \begin{pmatrix} 0 \\ e_R \end{pmatrix} : \text{右巻きフェルミオン} \quad P_+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : \text{射影演算子}$$

HEFTのYukawa項

極座標表示 $\hat{\Phi} = (v + h)U$ を $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{SM}}$ に代入

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{SM}} &= -v y_u \left(1 + \frac{h}{v}\right) \bar{q}_L U P_+ q_R - v y_d \left(1 + \frac{h}{v}\right) \bar{q}_L U P_- q_R - v y_e \left(1 + \frac{h}{v}\right) U P_- l_R + \text{h.c.} \\ &\quad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \text{任意関数への置き換え} \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{HEFT}} &= -v Y_u(h) \bar{q}_L U P_+ q_R - v Y_d(h) \bar{q}_L U P_- q_R - v Y_e(h) U P_- l_R + \text{h.c.}\end{aligned}$$

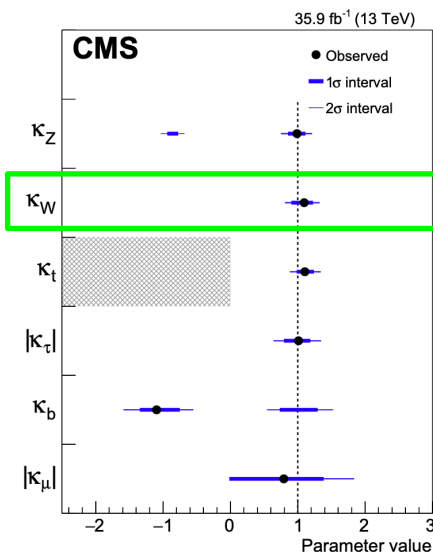
フェルミオンを含む拡張ヒッグス有効理論

Based on 1904.07618 R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, and **YU**
 2102.08519 R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, and **YU**

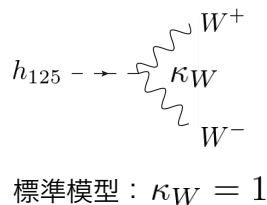
ヒッグス有効理論 (Higgs Effective Field Theory)

• κ_W の精密測定 $\mathcal{L}_{\text{HEFT}}^{(\text{LO})} \supset m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \left[1 + 2\kappa_W \frac{h}{v} + \kappa_W^{(2)} \left(\frac{h}{v} \right)^2 + \dots \right]$

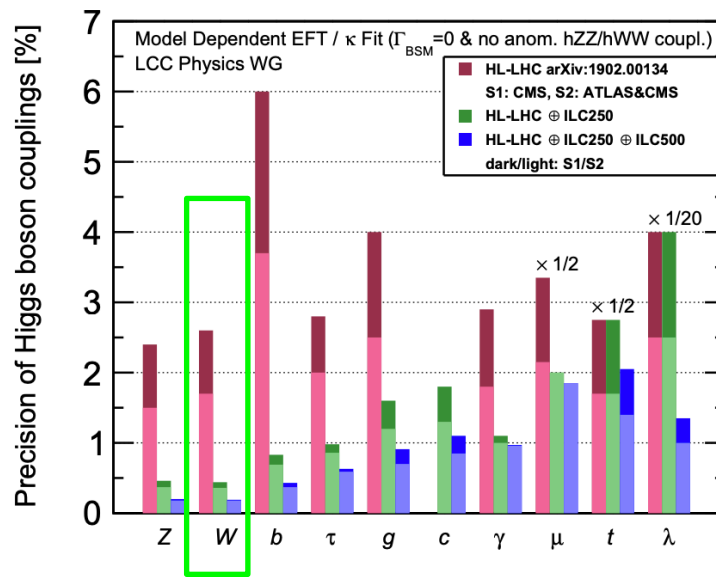
現在の制限



CMS Collaboration, [1809.10733]



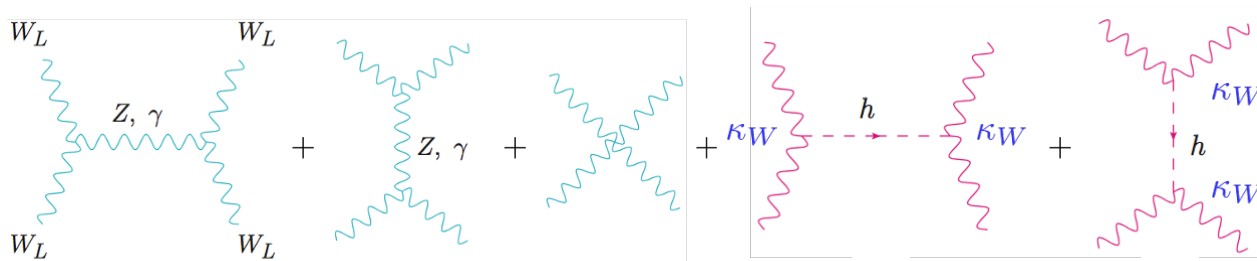
将来の測定精度



P. Bambade, et. al. [1903.01629]

• 精密測定により、 κ_W の具体的な値が分かったら?

⇒ ヒッグス有効理論 (HEFT) の適用限界 (カットオフ) が分かる



$$\Lambda \sim \frac{4\pi v}{\sqrt{|1 - (\kappa_W)^2|}} \quad v = 246\text{GeV}$$

$$\simeq \frac{s+t}{v^2} (1 - (\kappa_W)^2)$$

高エネルギー
極限

E

「摂動展開がどこまで有効か」という、理論自身のconsistencyからくる適用限界

$$\Lambda_{\text{摂動}} \sim \frac{4\pi v}{\sqrt{|1 - (\kappa_W)^2|}}$$

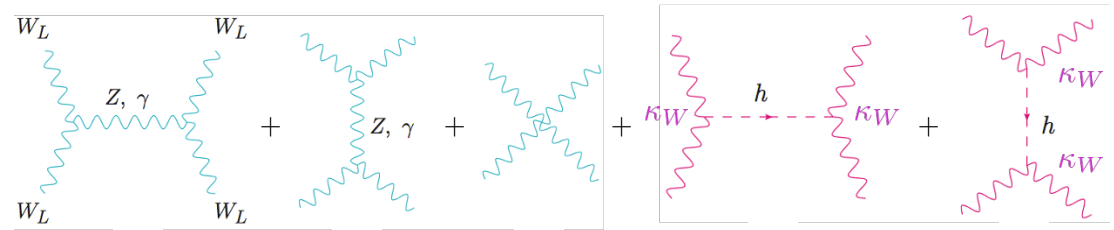
$\Lambda_{\text{摂動}}$: 摂動論が破綻するエネルギースケール

M_{new} $\phi_{\text{new}}, \psi_{\text{new}}$

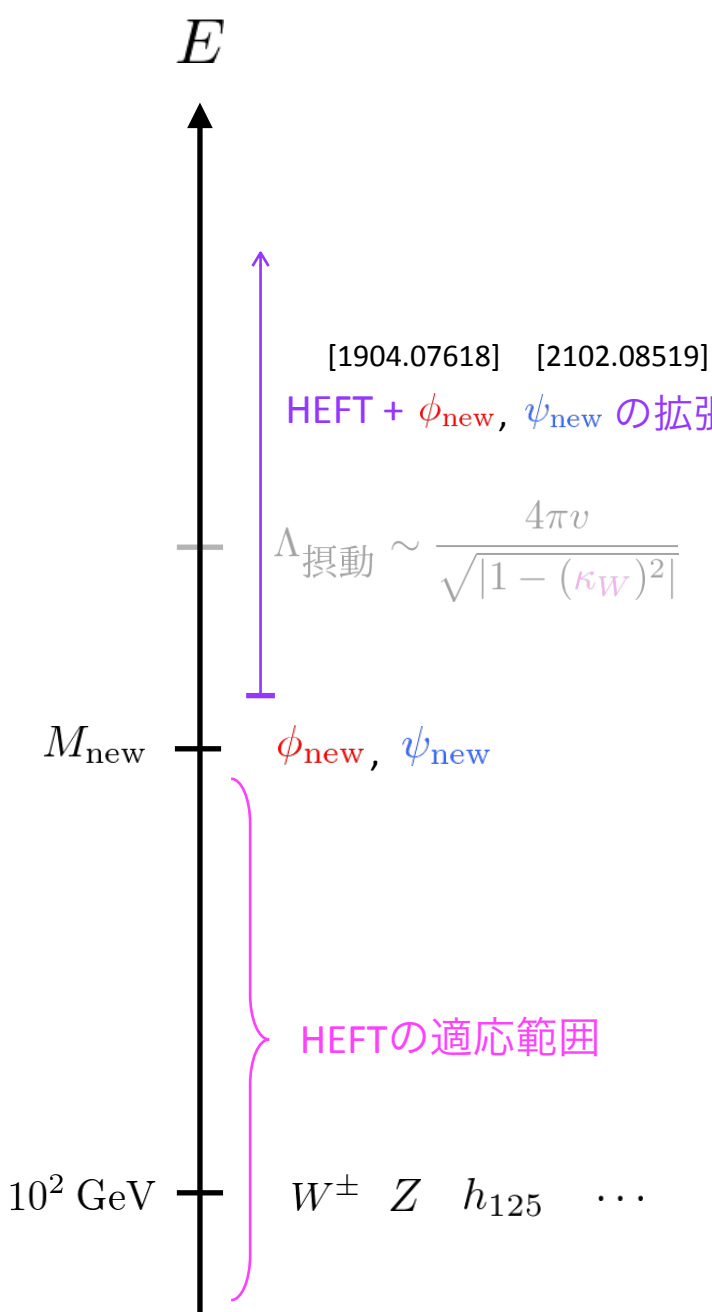
$\Lambda_{\text{摂動}} > E$ に新粒子がいる可能性を否定していない

- $E > \Lambda_{\text{摂動}}$ では、HEFTでの摂動計算が信頼できない
- κ_W が分かれば直ちに計算できる
- $\Lambda_{\text{摂動}} > E$ で必ずしもHEFTが有効とは限らない

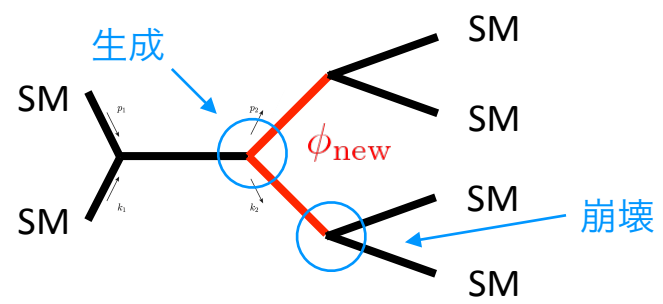
10^2 GeV W^\pm Z h_{125} ...



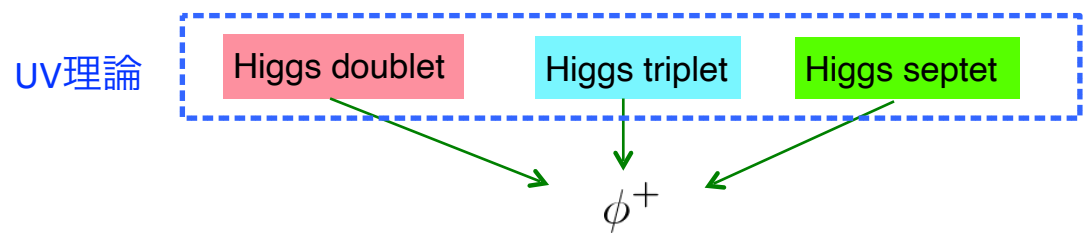
$$\approx \frac{s+t}{v^2} (1 - (\kappa_W)^2)$$



- $\phi_{\text{new}}, \psi_{\text{new}}$ の生成・崩壊過程を扱うことができる



- $\phi_{\text{new}}, \psi_{\text{new}}$ に対する、模型に依存しない予言を得られる



- $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 非線形に実現
 非線形に実現した対称性を尊重して $\phi_{\text{new}}, \psi_{\text{new}}$ を付加
 → 非自明 「ccwzの構成法」を適用

従来HEFT v.s. 拡張HEFT

[2102.08519]

R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, Y.U.

ヒッグス有効理論 (従来)



拡張ヒッグス有効理論

$$\phi^i = (w^\pm, z^0, h, H^0, H^\pm, \dots)$$

$$\psi^{\hat{i}} = (q_L, u_R, d_R, \dots, \Psi^0, \Psi^\pm, \dots)$$

$$\mathcal{L}_{\text{HEFT}} = \frac{v^2}{4} F(h) \text{Tr} \left[\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U \right] + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - V(h)$$

$$\mathcal{L}_{\text{GHEFT}} = \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi)$$

$$+ \bar{q}_L i \not{\partial} q_L + \bar{u}_R i \not{\partial} u_R + \bar{d}_R i \not{\partial} d_R + \bar{l}_L i \not{\partial} l_L + \bar{e}_R i \not{\partial} e_R$$

$$- v \left[y_u(h) \bar{q} U P_{+\mathbf{r}} + y_d(h) \bar{q} U P_{-\mathbf{r}} + y_e(h) \bar{l} U P_{-\eta} + \text{h.c.} \right]$$

一般化

一般化

一般化

$$+ \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right)$$

$$+ \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i)$$

$$- \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\hat{k}} \psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\dagger\hat{k}^*} \psi^{\dagger\hat{l}^*})$$

従来のヒッグス有効理論には含まれない相互作用

$$U = \exp \left(\frac{w^\pm + z^0}{v} \right)$$

$$\frac{v^2}{4} F(h) \text{Tr} \left[\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U \right] + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h$$

$$= \frac{1}{2} F(h) \left(\delta_{ab} - \frac{1}{3} (\delta_{ab} \delta_{cd} - \delta_{ac} \delta_{bd}) \frac{\pi^c \pi^d}{v} + \dots \right) \partial_\mu \pi^a \partial^\mu \pi^b + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h = \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) \partial_\mu \phi^i \partial^\mu \phi^j$$

$$\tilde{g}_{ab}(\pi)$$

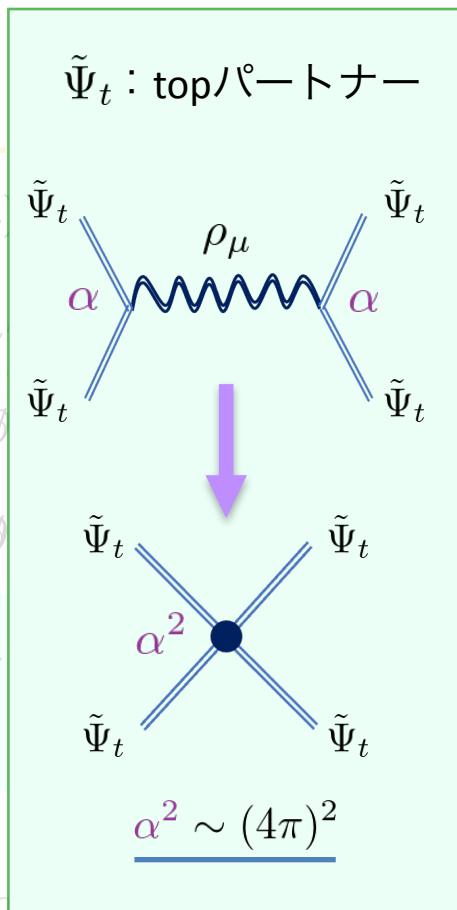
$$g_{ij}(\phi) = \begin{pmatrix} \tilde{g}_{ab}(\pi) \\ 1 \end{pmatrix}$$

従来HEFT v.s. 拡張HEFT

[2102.08519]

R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, Y.U.

ヒッグス有効理論 **4-フェルミ項**



New

拡張ヒッグス有効理論

$$\phi^i = (w^\pm, z^0, h, H^0, H^\pm, \dots)$$

$$\psi^{\hat{i}} = (q_L, u_R, d_R, \dots, \Psi^0, \Psi^\pm, \dots)$$

$$\mathcal{L}_{\text{GHEFT}} = \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi)$$

一般化

$$+ \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right)$$

一般化

$$+ \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i)$$

一般化

$$- \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\hat{k}} \psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\dagger\hat{k}^*} \psi^{\dagger\hat{l}^*})$$

従来のヒッグス有効理論には
含まれない相互作用

$$= \frac{1}{2} F(h) \left(\delta_{ab} - \frac{1}{3} (\delta_{ab} \delta_{cd} - \delta_{ac} \delta_{bd}) \frac{\pi^c \pi^d}{v} + \dots \right) \partial_\mu \pi^a \partial^\mu \pi^b + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h = \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) \partial_\mu \phi^i \partial^\mu \phi^j$$

$$\tilde{g}_{ab}(\pi)$$

$$g_{ij}(\phi) = \begin{pmatrix} \tilde{g}_{ab}(\pi) \\ 1 \end{pmatrix}$$

拡張されたHEFT

[2102.08519]

R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, Y.U.

対称性： $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

構成粒子： $SM + \text{中性/荷電スカラー} + \text{中性/荷電フェルミオン}$

$$\hat{\Phi} = (\tilde{H}, H) \rightarrow \hat{\Phi} = (v + h)U$$

bi-doublet 極座標表示

物理量は、粒子場の基底の
取り方に依存しない



物理量は基底の取り替え(座標変換)
に対して**共変量**で書けている

Goldstone bosons scalar matters

$$\phi^i = (w^\pm, z^0, h, H^0, H^\pm, \dots)$$

$$\psi^{\hat{i}} = (q_L, u_R, d_R, \dots, \Psi^0, \Psi^\pm, \dots)$$

$$= \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi)$$

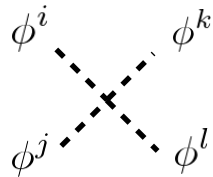
$$+ \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right)$$

$$+ \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i)$$

$$- \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\hat{k}} \psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\dagger\hat{k}^*} \psi^{\dagger\hat{l}^*})$$



$$\simeq s R_{iljk} + s (1 + \cos \theta) R_{ijkl}$$

[1904.07618]

R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, Y.U.

拡張されたHEFT

[2102.08519]

R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, Y.U.

対称性： $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

構成粒子： $SM + \text{中性/荷電スカラー} + \text{中性/荷電フェルミオン}$

$$\hat{\Phi} = (\tilde{H}, H) \rightarrow \hat{\Phi} = (v + h)U$$

bi-doublet 極座標表示

物理量は、粒子場の基底の
取り方に依存しない



物理量は基底の取り替え(座標変換)
に対して**共変量**で書けている

Goldstone bosons scalar matters

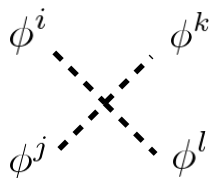
$$\phi^i = (w^\pm, z^0, h, H^0, H^\pm, \dots)$$

$$\psi^{\hat{i}} = (q_L, u_R, d_R, \dots, \Psi^0, \Psi^\pm, \dots)$$

$$= \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi)$$

$$+ \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right)$$

$$+ \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i)$$



$$g_{il}(w_a^l)_{;j;k} = w_a^l R_{lkji}$$

Killing 方程式

w_a^l
保存カレント

$$\simeq s R_{iljk} + s (1 + \cos \theta) R_{ijkl}$$

異なる物理量の相関関係を見通しよく評価できる

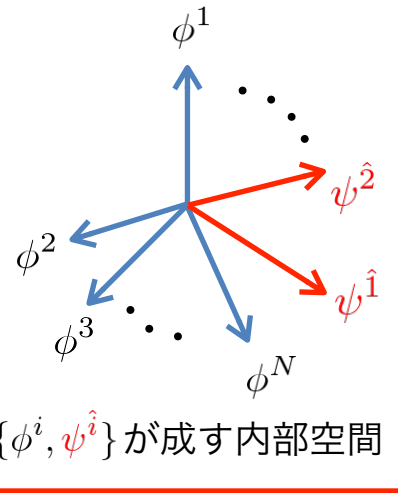
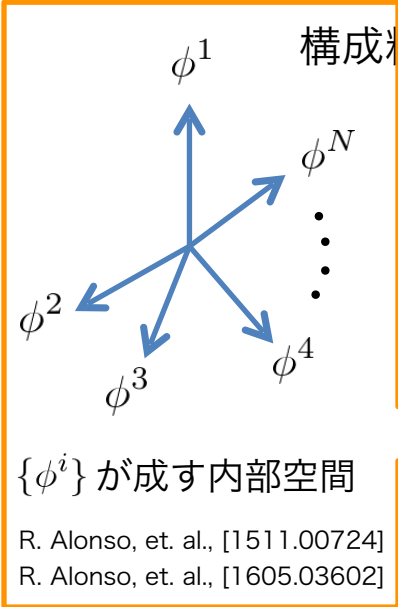
[1904.07618]

R. Nagai, M. Tanabashi, K. Tsumura, Y.U.

1904.07618

対称性: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

構成粒子: SM + 中性/荷電スカラー + 中性/荷電フェルミオン



Goldstone bosons scalar matters

$$\phi^i = (w^\pm, z^0, h, H^0, H^\pm, \dots)$$

$$\psi^{\hat{i}} = (q_L, u_R, d_R, \dots, \Psi^0, \Psi^\pm, \dots)$$

$$\mathcal{L}_{\text{CHEFT}} = \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi) \quad 1904.07618$$

$$+ \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right)$$

$$+ \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i)$$

$$- \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\hat{k}} \psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\dagger\hat{k}^*} \psi^{\dagger\hat{l}^*})$$

2102.08519

予想:

$$\psi^{\hat{1}} \psi^{\hat{2}} \rightarrow \phi^3 \phi^4 \quad \begin{matrix} \hat{1} & \times & 3 \\ & & \\ \hat{2} & \times & 4 \end{matrix} = \text{共変量 ("Riemann tensor"?)}$$

目標：フェルミオンセクターを含む、幾何学的取り扱い

➡ 1st step: アフィン接続を定義

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{GHEFT}} = & \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi) \\
 & + \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right) \\
 & + \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i) \\
 & - \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.} \\
 & + \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\hat{k}} \psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.} \\
 & + \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\dagger\hat{k}^*} \psi^{\dagger\hat{l}^*})
 \end{aligned}$$

$$\Gamma_{\hat{j}\hat{k}}^{\hat{i}} := \frac{1}{2} g^{\hat{i}\hat{l}^*} \left[g_{\hat{k}\hat{l}^*,j} + v_{\hat{k}\hat{l}^*j} \right] \text{ とすると ...}$$

- 座標変換 $\psi^{\hat{i}} \rightarrow [U(\phi)]^{\hat{i}'}_{\hat{i}} \psi^{\hat{i}}$ のもとで $\Gamma_{\hat{j}\hat{k}}^{\hat{i}} \rightarrow [U^{-1}]_{\hat{i}}^{\hat{i}'} \Gamma_{\hat{j}\hat{k}}^{\hat{i}} U^{\hat{k}}_{\hat{k}'} + [U^{-1}]_{\hat{k}}^{\hat{k}'} U^{\hat{k}}_{\hat{k}',j}$
- $D_k g_{\hat{i}\hat{j}^*} := g_{\hat{i}\hat{j}^*,k} - \Gamma_{\hat{k}\hat{i}}^{\hat{i}'} g_{\hat{i}'\hat{j}^*} - \Gamma_{\hat{k}\hat{j}^*}^{\hat{j}'} g_{\hat{i}\hat{j}'^*} \equiv 0$
- $\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} \rightarrow \phi^k$ の3点散乱振幅 $\sim D_k M_{\hat{i}\hat{j}}$

目標：フェルミオンセクターを含む、幾何学的取り扱い

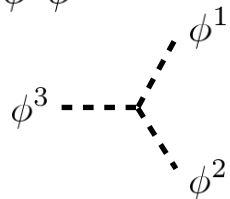
➡ 1st step: アフィン接続を定義

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{GHEFT}} = & \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi) \\
 & + \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right) \\
 & + \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i) \\
 & - \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.} \\
 & + \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\hat{k}} \psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.} \\
 & + \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}}) (\psi^{\dagger\hat{k}^*} \psi^{\dagger\hat{l}^*})
 \end{aligned}$$

3点散乱振幅

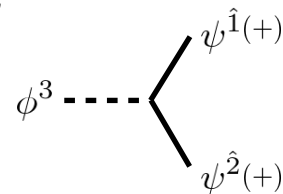
(高エネルギー極限)

$$\phi^3 \rightarrow \phi^1 \phi^2$$

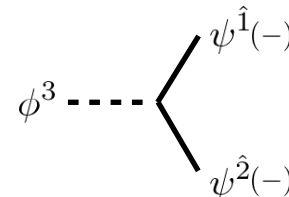


$$= -V_{;(123)}$$

$$\phi^3 \rightarrow \psi^{\hat{1}} \psi^{\hat{2}}$$



$$\simeq m_3(\mathcal{D}_3 M_{\hat{1}\hat{2}})$$



$$\simeq -m_3(\mathcal{D}_3 M_{\hat{1}^*\hat{2}^*})$$

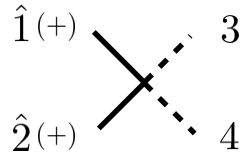
4点散乱振幅 (高エネルギー極限)

$$\phi^1 \phi^2 \rightarrow \phi^3 \phi^4$$

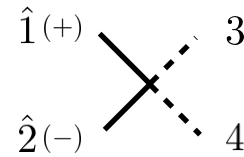


$$\simeq s R_{1423} + s(1 + \cos \theta) R_{1234} \quad 1904.07618$$

$$\psi^{\hat{1}} \psi^{\hat{2}} \rightarrow \phi^3 \phi^4$$

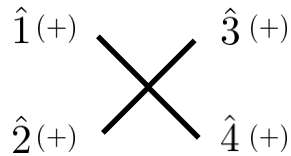


$$\simeq \sqrt{s} \left(\mathcal{D}_4 \mathcal{D}_3 M_{\hat{1}\hat{2}} \right) - \sqrt{s} \cos \theta \left(M_{\hat{2}} R_{\hat{1}\hat{2}34} + M_{\hat{1}} R_{\hat{1}\hat{2}34} \right) \quad 2102.08519$$

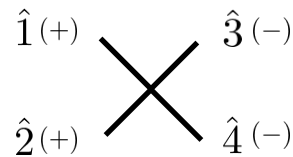


$$\simeq s \sin \theta R_{\hat{1}\hat{2}34} \quad \begin{array}{l} \hat{i} : \text{フェルミオンのフレーバー添え字} \\ \hat{i} : \text{スカラーのフレーバー添え字} \end{array}$$

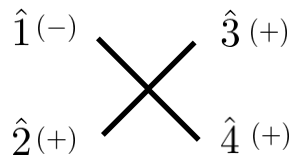
$$\psi^{\hat{1}} \psi^{\hat{2}} \rightarrow \psi^{\hat{3}} \psi^{\hat{4}}$$



$$\simeq s R_{\hat{1}\hat{4}\hat{2}\hat{3}} + s(1 + \cos \theta) R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}}$$



$$\simeq s R_{\hat{1}\hat{3}\hat{2}\hat{4}}$$



$$\simeq \sqrt{s} \sin \theta \left(M_{\hat{1}} R_{\hat{1}\hat{3}\hat{2}\hat{4}} - M_{\hat{3}} R_{\hat{2}\hat{1}\hat{4}\hat{3}} + M_{\hat{4}} R_{\hat{2}\hat{1}\hat{3}\hat{4}} \right)$$

4点散乱振幅 (高エネルギー極限)

$$\phi^1 \phi^2 \rightarrow \phi^3 \phi^4$$



$$\simeq s R_{1423} + s(1 + \cos \theta) R_{1234}$$

1904.07618

拡張HEFTで記述

$$\Lambda_{\text{摂動}} \sim \frac{4\pi v}{\sqrt{|1 - (\kappa_W)^2|}} = \frac{4\pi v}{\sqrt{|R_{1234}|}}$$

M_{new} ϕ_{new}

HEFTの適応範囲

10^2 GeV W^\pm Z h_{125} \dots

4点散乱振幅 (高エネルギー極限)

$$\phi^1 \phi^2 \rightarrow \phi^3 \phi^4$$

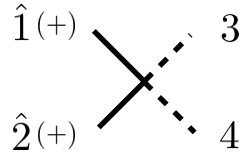


$$\simeq s R_{1423} + s(1 + \cos \theta) R_{1234}$$

1904.07618

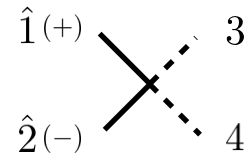
New

$$\psi^{\hat{1}} \psi^{\hat{2}} \rightarrow \phi^3 \phi^4$$



$$\simeq \sqrt{s} \left(\mathcal{D}_4 \mathcal{D}_3 M_{\hat{1}\hat{2}} \right) - \sqrt{s} \cos \theta \left(M_{\hat{2}} R_{\hat{1}\hat{2}34} + M_{\hat{1}} R_{\hat{1}\hat{2}34} \right)$$

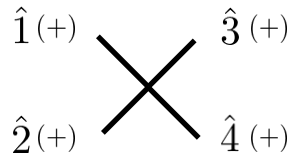
2102.08519



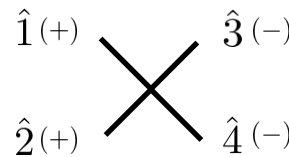
$$\simeq s \sin \theta R_{\hat{1}\hat{2}34}$$

\hat{i} : フェルミオンのフレーバー添え字
 i : スカラーのフレーバー添え字

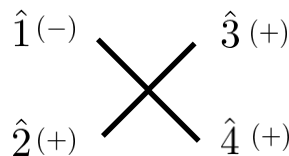
$$\psi^{\hat{1}} \psi^{\hat{2}} \rightarrow \psi^{\hat{3}} \psi^{\hat{4}}$$



$$\simeq s R_{\hat{1}\hat{4}\hat{2}\hat{3}} + s(1 + \cos \theta) R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}}$$



$$\simeq s R_{\hat{1}\hat{3}\hat{2}\hat{4}}$$



$$\simeq \sqrt{s} \sin \theta \left(M_{\hat{1}} R_{\hat{1}\hat{3}\hat{2}\hat{4}} - M_{\hat{3}} R_{\hat{2}\hat{1}\hat{4}\hat{3}} + M_{\hat{4}} R_{\hat{2}\hat{1}\hat{3}\hat{4}} \right)$$

$$\frac{1}{8} S_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}}(\psi^{\hat{1}}\psi^{\hat{2}})(\psi^{\hat{3}}\psi^{\hat{4}}) \doteq R_{\hat{1}\hat{4}\hat{2}\hat{3}}$$

$$= \frac{1}{12} (S_{(\hat{1}\hat{2})(\hat{3}\hat{4})} - S_{(\hat{1}\hat{3})(\hat{2}\hat{4})}) (\psi^{\hat{1}}\psi^{\hat{2}})(\psi^{\hat{3}}\psi^{\hat{4}})$$

Redundancy がなくなるまで対称化

・ 添え字の対称性

$$R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}} = -R_{\hat{1}\hat{2}\hat{4}\hat{3}}$$

$$R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}} = -R_{\hat{2}\hat{1}\hat{3}\hat{4}}$$

$$R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}} = R_{\hat{3}\hat{4}\hat{1}\hat{2}}$$

・ “ Bianchi 恒等式 ”

$$R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}} + R_{\hat{1}\hat{3}\hat{4}\hat{2}} + R_{\hat{1}\hat{4}\hat{2}\hat{3}} = 0$$

$$\mathcal{L}_{\text{GHEFT}} = \frac{1}{2} g_{ij}(\phi) (\partial_\mu \phi^i) (\partial^\mu \phi^j) - V(\phi)$$

$$+ \frac{i}{2} g_{\hat{i}\hat{j}^*}(\phi) \left(\psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu (\partial_\mu \psi^{\hat{i}}) - (\partial_\mu \psi^{\dagger\hat{j}^*}) \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} \right)$$

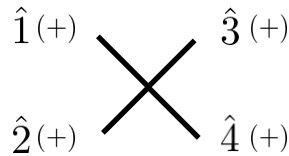
$$+ \frac{i}{2} v_{\hat{i}\hat{j}^*i}(\phi) \psi^{\dagger\hat{j}^*} \bar{\sigma}^\mu \psi^{\hat{i}} (\partial_\mu \phi^i)$$

$$- \frac{1}{2} M_{\hat{i}\hat{j}}(\phi) \psi^{\hat{i}} \psi^{\hat{j}} + \text{h.c.}$$

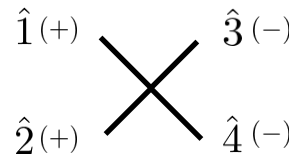
$$+ \frac{1}{8} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}\hat{l}}(\phi) (\psi^{\hat{i}}\psi^{\hat{j}})(\psi^{\hat{k}}\psi^{\hat{l}}) + \text{h.c.}$$

$$+ \frac{1}{4} S_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}^*\hat{l}^*}(\phi) (\psi^{\hat{i}}\psi^{\hat{j}})(\psi^{\dagger\hat{k}^*}\psi^{\dagger\hat{l}^*})$$

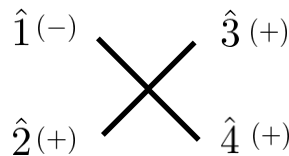
$$\psi^{\hat{1}}\psi^{\hat{2}} \rightarrow \psi^{\hat{3}}\psi^{\hat{4}}$$



$$\simeq s R_{\hat{1}\hat{4}\hat{2}\hat{3}} + s(1 + \cos \theta) R_{\hat{1}\hat{2}\hat{3}\hat{4}}$$



$$\simeq s R_{\hat{1}\hat{3}\hat{2}\hat{4}}$$



$$\simeq \sqrt{s} \sin \theta \left(M_{\hat{1}} R_{\hat{1}\hat{3}\hat{2}\hat{4}} - M_{\hat{3}} R_{\hat{2}\hat{1}\hat{4}\hat{3}} + M_{\hat{4}} R_{\hat{2}\hat{1}\hat{3}\hat{4}} \right)$$

Summary

- ヒッグス有効理論 (HEFT)に、新スカラー粒子・新しいフェルミオン粒子の自由度を付加する拡張を行なった。
- 新スカラー、新フェルミオンを含む拡張ヒッグス有効理論 において、粒子が成す内部空間の幾何学を定式化した（物理量の相関関係の見通しが良くなる）。
- スカラー、フェルミオンの4点散乱振幅の（高エネルギーでの）振る舞いは、粒子場が成す内部空間のRiemann curvature tensorを用いて記述できる。

日本物理学会 2021年秋季大会（オンライン）

2021.9.14 - 9.17

「フェルミオンを含む拡張ヒッグス有効理論における**正規座標系の構築**」

14日（**初日**） S2会場 [14:00-14:15]

Back Up