

**Fermion pair production at  $e^-e^+$  linear collider  
experiments in GUT inspired gauge-Higgs unification**

九州大学 大学院 理学研究院 物理学部門  
山津 直樹

基研研究会 素粒子物理学の進展2021 © オンライン  
2021年9月6日-9月10日

本講演の対応論文：  
[1, Phys.Rev.D102(2020)015029]

共同研究者：  
船津周一郎(華中師範大), 幡中久樹, 細谷裕(大阪大), 折笠雄太(チェコ工科大)

## 今回の講演

SO(11) GUT inspired ゲージ・ヒッグス統一理論(GHU)における偏極した電子-陽電子線形加速器実験でのフェルミオン対生成についての解析結果を説明する。

- (1)  $Z'$ ボソンとクォーク・レプトンの結合定数に大きなパリティの破れがあるため、 $e^- e^+ \rightarrow f\bar{f} (= \mu^-\mu^+, \dots)$ 過程のいくつかの観測可能量に大きな偏極依存性が現れる。
- (2) SMからのズレの効果はILC 250 GeVの初期段階でもカルツァ-クライイン(KK)質量 15 TeV程度まで検証可能である。

## 内容

1. はじめに (2ページ)
2. GUT inspired GHU (B-模型) (2ページ)
3.  $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$ での観測可能量 (3ページ)
4. 計算結果 (5ページ)
5. まとめ (1ページ)

# ゲージ・ヒッグス統一理論(GHU)と $Z'$ ボソン

## ゲージ・ヒッグス統一理論(GHU)

- ヒッグスボソンは高次元ゲージボソンの余剰次元のゼロモードである。  
[2–7, Y.Hosotani'83;A.T.Davies,A.McLachlan'88;H.Hatanaka et al'98;...]

五次元ランドール-サンドラム(RS)空間での  $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$  GHU  
(GHU A-模型) [8–20, K.Agashe et al.'05;A.D.Medina et al.'07;Y.Hosotani et al.'08;...]

- $\theta_H \lesssim 0.11$  と  $m_{KK} \gtrsim 9\text{TeV}$  に対して電弱スケールで現れる現象は概ね SM と同じである [12, 13, 15, 16, S.Funatsu et al.'13-16;...]  
具体的には、クオーケ・レプトン、 $W, Z$  ボソンのヒッグスボソンとの結合定数は [SM の値]  $\times \cos \theta_H$  程度である。
- 中性ベクトルボソンの KK 励起モード  $\gamma^{(n)}, Z^{(n)}, Z_R^{(n)}$  ( $n \geq 1$ ) は  $Z'$  ボソンとみなせる。 $(\gamma^{(1)}, Z^{(1)}, Z_R^{(1)})$  の質量は KK 質量  $m_{KK}$  程度である。)

## $e^-e^+$ 加速器実験でのGHU A-模型のまとめ

[17, 21–25, S.Funatsu et al.'17; J.Yoon,M.E.Peskin'18; S.Funatsu'19; F.Richard'18; A.Irles et al'20]

- $Z'$  ボソンは大きなパリティの破れた形でクォーク・レプトンに結合する。右巻きのクォークとレプトンの結合定数は $Z'$  ボソンと比較的大きな結合定数を持つ。  
⇒  $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f} (= \mu^-\mu^+, \dots)$  の振幅は始状態の電子・陽電子の偏極に対して大きな依存性を持つ。
- ⇒ 散乱断面積や前方後方(FB)非対称性などは始状態の電子・陽電子の偏極に対して大きな依存性を持つ。
- ⇒ ILC 250 GeV (250  $\text{fb}^{-1}$  データ) で 10TeV 程度の KK 質量まで探索可能である。  
[17, 22, 23, S.Funatsu et al.'17; J.Yoon,M.E.Peskin'18; S.Funatsu'19]

本講演では GUT inspired GHU (B-模型) について偏極した  $e^-$  と  $e^+$  の始状態からのフェルミオン対生成についての結果を示す。

## 内容

1. はじめに (2ページ)
2. GUT inspired GHU (B-模型) (2ページ)
3.  $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$ での観測可能量 (3ページ)
4. 計算結果 (5ページ)
5. まとめ (1ページ)

# GUT inspired GHU (GHU B-模型)

GUT inspired GHU (B-模型) [18–20, S.Funatsu et al.'19;...].

- $SO(11)$  ゲージ・ヒッグス大統一理論と整合する場の構成となっている。  
( $SO(11) \supset SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ ) [26, 27, Y.Hosotani,N.Yamatsu'15';...].
- クォーク・レプトンは主に  $SO(5)$  のスピノル4または一重項1に属する。  
(GHU A-模型の場合には  $SO(5)$  のベクトル5に属する。)
- 電弱対称性の破れのパターン (A-模型と同じ) :

$$SO(5) \times U(1)_X \xrightarrow{BC_S} \underbrace{SO(4)}_{SU(2)_L \times \cancel{SU(2)_R}} \times U(1)_X \xrightarrow{\theta_H \neq 0} U(1)_{\text{EM}}.$$

- 第一KKモード  $\gamma^{(1)}$ ,  $Z^{(1)}$ ,  $Z_R^{(1)}$  は KKスケールの質量程度である。

# $SU(3) \times SO(5) \times U(1)$ GHU: A- and B-模型

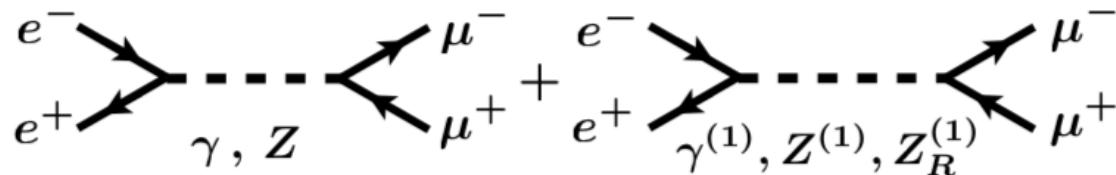
	B-模型 (=GUT inspired)	A-模型
クォーク レプトン	$(\mathbf{3}, \mathbf{4})_{\frac{1}{6}}$ $(\mathbf{3}, \mathbf{1})_{-\frac{1}{3}}^+$ $(\mathbf{3}, \mathbf{1})_{-\frac{1}{3}}^-$ $(\mathbf{1}, \mathbf{4})_{-\frac{1}{2}}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{5})_{\frac{2}{3}}$ $(\mathbf{3}, \mathbf{5})_{-\frac{1}{3}}$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_0$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_{-1}$
ダークフェルミオン	$(\mathbf{3}, \mathbf{4})_{\frac{1}{6}}$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_0^+$ $(\mathbf{1}, \mathbf{5})_0^-$	$(\mathbf{1}, \mathbf{4})_{\frac{1}{2}}$
ブレーンフェルミオン	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_0$	$(\mathbf{3}, [\mathbf{2}, \mathbf{1}])_{\frac{7}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{5}{6}}$ $(\mathbf{1}, [\mathbf{2}, \mathbf{1}])_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}}$
ブレーンスカラー	$(\mathbf{1}, \mathbf{4})_{\frac{1}{2}}$	$(\mathbf{1}, [\mathbf{1}, \mathbf{2}])_{\frac{1}{2}}$

B-模型 =  $SO(11)$  GUT inspired 模型 [18–20, S.Funatsu et al.'19-20];

A-模型 = non-GUT inspired 模型 [12–17, S.Funatsu et al.'13-17].

## 内容

1. はじめに (2ページ)
2. GUT inspired GHU (B-模型) (2ページ)
3.  $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$ での観測可能量 (3ページ)
4. 計算結果 (5ページ)
5. まとめ (1ページ)

$e^-e^+ \rightarrow \{V_i\} \rightarrow f\bar{f} \quad (f\bar{f} = \mu^-\mu^+, \dots)$  の観測可能量


観測可能量 (記号 I)	偏極なし	偏極あり
散乱断面積 $(\sigma^{ff})$	可能	可能
前方後方非対称性 $(A_{FB}^{f\bar{f}})$	可能	可能
左右非対称性 $(A_{LR}^{f\bar{f}})$	不可能	可能
左右前方後方非対称性 $(A_{LR,FB}^{f\bar{f}})$	不可能	可能

前方後方 (FB)、左右 (LR)、と LR FB 非対称性は、例えば、Refs. [28–32, B.Schrempp et al'88; D.C.Kennedy et al'89; SLD Collaboration'94-95] で研究されている。

以下では GHU B-模型について偏極  $e^-e^+$ ,  $(P_{e-}, P_{e+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ ,  $\sqrt{s} = 250$  GeV, 250  $\text{fb}^{-1}$  データでの  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$  過程の計算結果を示す。

# 偏極 $e^-e^+$ からの $f\bar{f}$ 生成過程

$e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$  の  $s$ -チャンネル過程は4つの量  $Q_{e_X f_Y}$  ( $X, Y = L, R$ ) で表される。

$$Q_{e_X f_Y} = \sum_i \frac{g_{V_i e}^X g_{V_i f}^Y}{(s - m_{V_i}^2) + im_{V_i} \Gamma_{V_i}}, \quad P_{\text{eff}} = \frac{P_{e^-} - P_{e^+}}{1 - P_{e^-} P_{e^+}},$$

観測量	観測量は振幅の二乗の適当な線型結合で表される (全体の因子は無視、 $\sqrt{s} \gg m_f$ )			
$\sigma$	$(1 - P_{\text{eff}})( Q_{e_L f_L} ^2 +  Q_{e_L f_R} ^2) + (1 + P_{\text{eff}})( Q_{e_R f_R} ^2 +  Q_{e_R f_L} ^2)$			
$A_{FB}$	$(1 - P_{\text{eff}})( Q_{e_L f_L} ^2 -  Q_{e_L f_R} ^2) + (1 + P_{\text{eff}})( Q_{e_R f_R} ^2 -  Q_{e_R f_L} ^2)$			
$A_{LR}$	$ Q_{e_L f_L} ^2 +  Q_{e_L f_R} ^2 -  Q_{e_R f_R} ^2 -  Q_{e_R f_L} ^2$			
$A_{LR,FB}$	$ Q_{e_L f_L} ^2 -  Q_{e_L f_R} ^2 -  Q_{e_R f_R} ^2 +  Q_{e_R f_L} ^2$			

# [計算準備] パラメタセットGHU(B)

Name	$\theta_H$ [rad.]	$m_{\text{KK}}$ [TeV]	$z_L$	$k$ [GeV]	$m_{\gamma^{(1)}}$ [TeV]	$\Gamma_{\gamma^{(1)}}$ [TeV]	$m_{Z^{(1)}}$ [TeV]	$\Gamma_{Z^{(1)}}$ [TeV]	$m_{Z_R^{(1)}}$ [TeV]	$\Gamma_{Z_R^{(1)}}$ [TeV]
B <sup>L</sup>	0.10	11.0	$2.0 \times 10^8$	$6.9 \times 10^{11}$	8.7	2.1	8.7	4.8	8.4	0.60
B	0.10	13.0	$3.9 \times 10^{11}$	$1.6 \times 10^{15}$	10.2	3.3	10.2	7.8	10.0	0.82
B <sup>H</sup>	0.10	15.0	$2.7 \times 10^{15}$	$1.3 \times 10^{19}$	11.7	4.9	11.7	11.8	11.5	1.3
$f$		$g_{Zf}^L$	$g_{Zf}^R$	$g_{Z^{(1)}f}^L$	$g_{Z^{(1)}f}^R$	$g_{Z_R^{(1)}f}^L$	$g_{Z_R^{(1)}f}^R$	$g_{\gamma^{(1)}f}^L$	$g_{\gamma^{(1)}f}^R$	
$e$	-0.3058	0.2629	-1.7621	-0.0584	-1.0444	0	-2.7587	0.1071		
$\mu$	-0.3058	0.2629	-1.6778	-0.0584	-0.9969	0	-2.6268	0.1071		
$\tau$	-0.3058	0.2629	-1.6218	-0.0584	-0.9652	0.0001	-2.5391	0.1070		

- パラメタセット GHU(B) ( $\theta_H, m_{\text{KK}} = (0.10, 13\text{TeV})$ ) は今回の計算でのベンチマークとする(結合定数は  $g_w = e / \sin \theta_W^0$  のユニットで表される。)

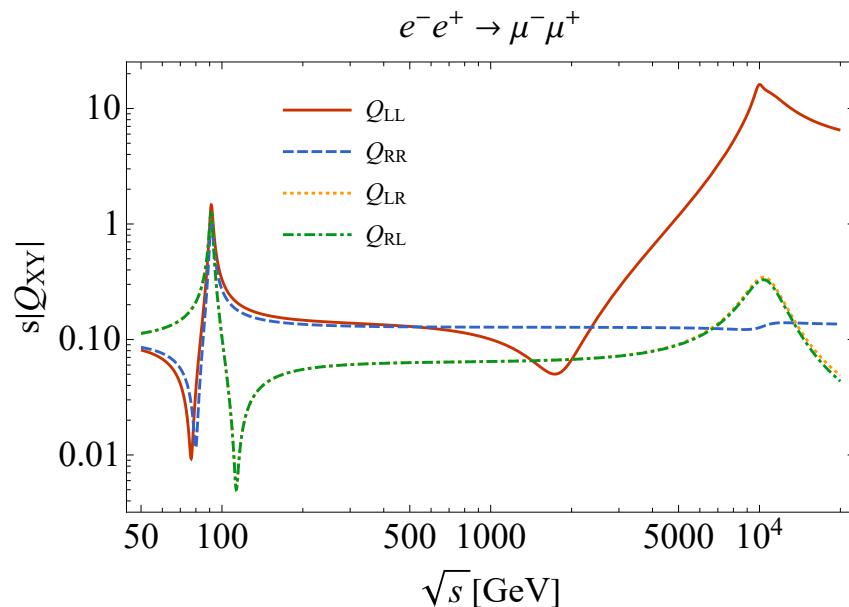
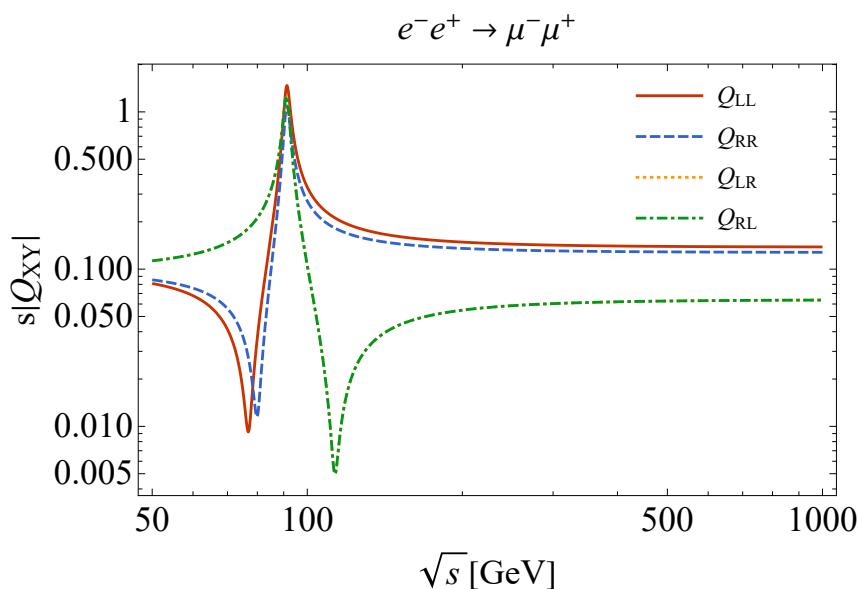
$\theta_H$  と  $m_{\text{KK}}$  の値は固定して、他のパラメタを決定した。  
(詳細は [1, S.Funatsu et al.'20]などを参照。)

## 内容

1. はじめに (2ページ)
2. GUT inspired GHU (B-模型) (2ページ)
3.  $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$ での観測可能量 (3ページ)
4. 計算結果 (5ページ)
5. まとめ (1ページ)

## [計算結果:1/5] 振幅

$$Q_{e_X f_Y} = \sum_{V_i} \frac{g_{Ve}^X g_{Vf}^Y g_w^2}{(s - m_V^2) + i m_V \Gamma_V}, \quad V_i = \begin{cases} \gamma, Z, & \text{for SM,} \\ \gamma, Z, \gamma^{(1)}, Z^{(1)}, Z_R^{(1)} & \text{for GHU} \end{cases}.$$



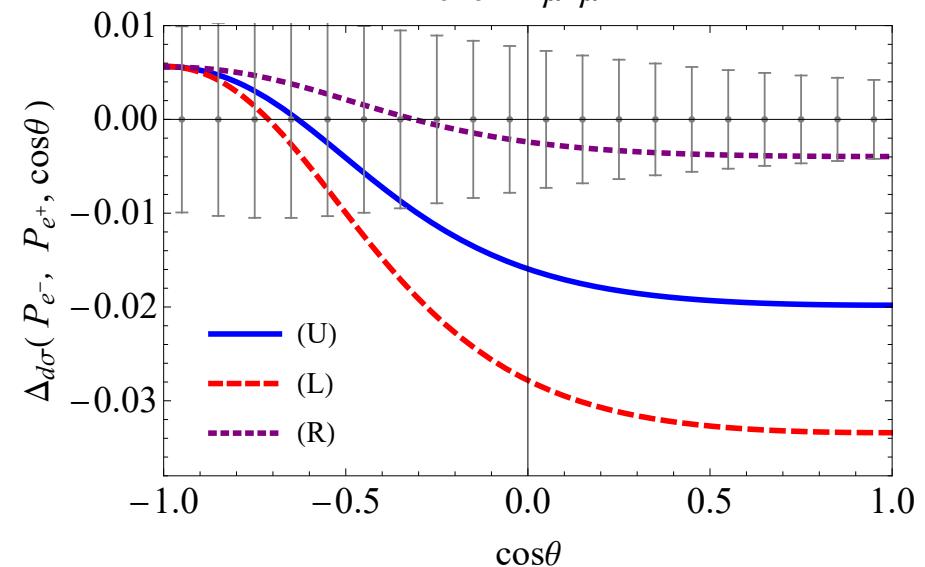
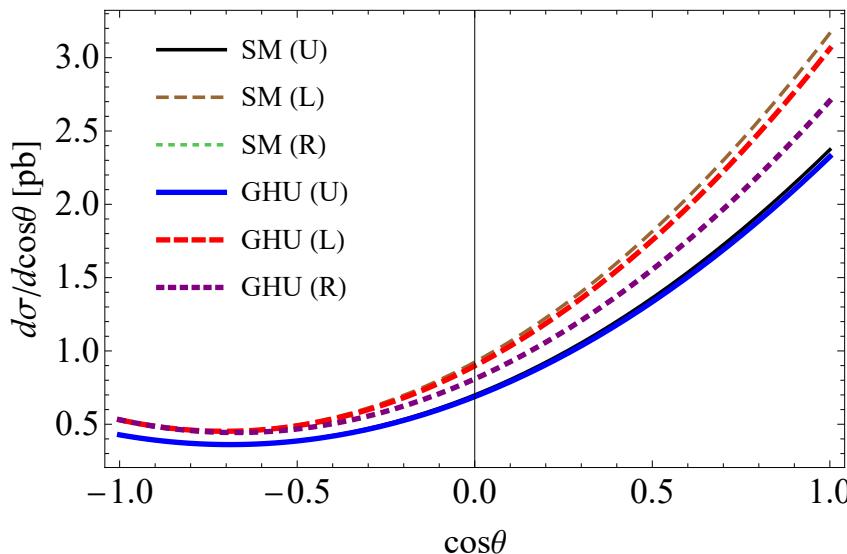
- 左図はSM、右図はGHU(B)について  $s|Q_{XY}|$  ( $X, Y = L, R$ ) vs  $\sqrt{s}$  [GeV] を表す。

## [計算結果:2/5] 微分断面積

$$\frac{d\sigma_{LR}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta) \stackrel{m_f=0}{=} \frac{s}{32\pi} \left\{ (1+\cos\theta)^2 |Q_{eL}f_L|^2 + (1-\cos\theta)^2 |Q_{eL}f_R|^2 \right\},$$

$$\frac{d\sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta) \stackrel{m_f=0}{=} \frac{s}{32\pi} \left\{ (1+\cos\theta)^2 |Q_{eR}f_R|^2 + (1-\cos\theta)^2 |Q_{eR}f_L|^2 \right\}.$$

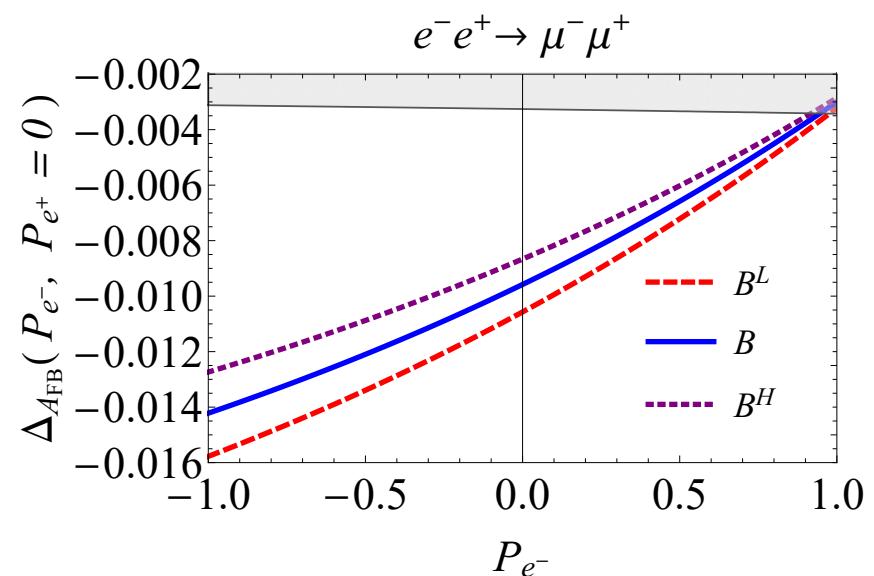
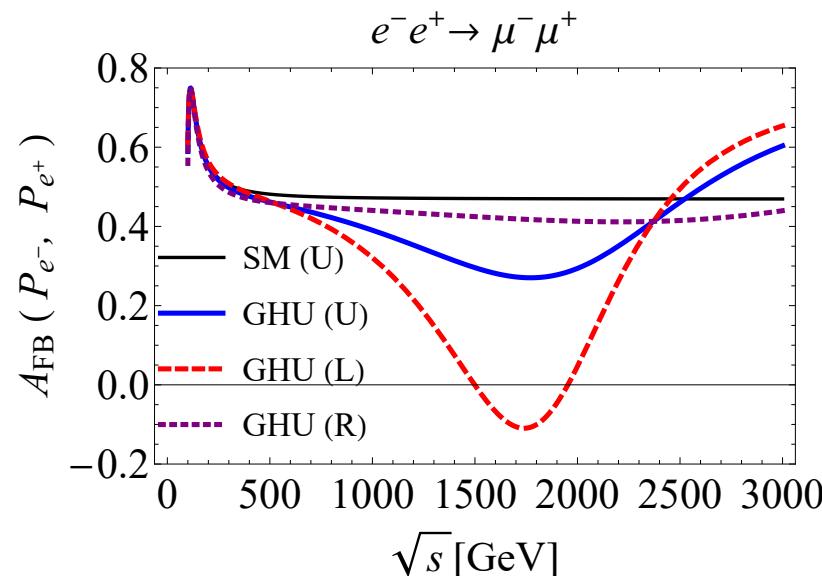
$e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$



- $(P_{e-}, P_{e+}) = (0, 0)(U), (-0.8, +0.3)(L), (+0.8, -0.3)(R); \sqrt{s} = 250 \text{ GeV}, 250 \text{ fb}^{-1}$

## [計算結果:3/5] 前方後方(FB)非対称性

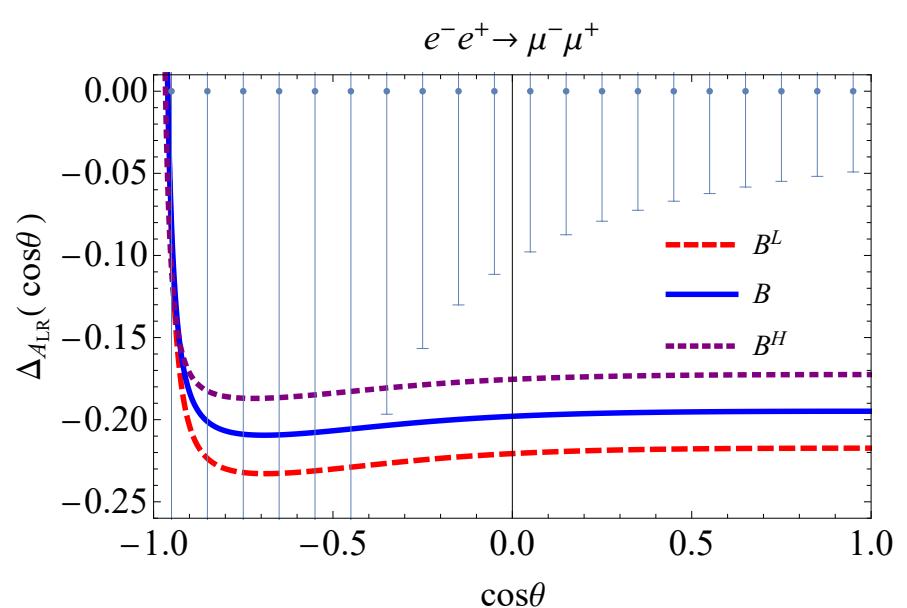
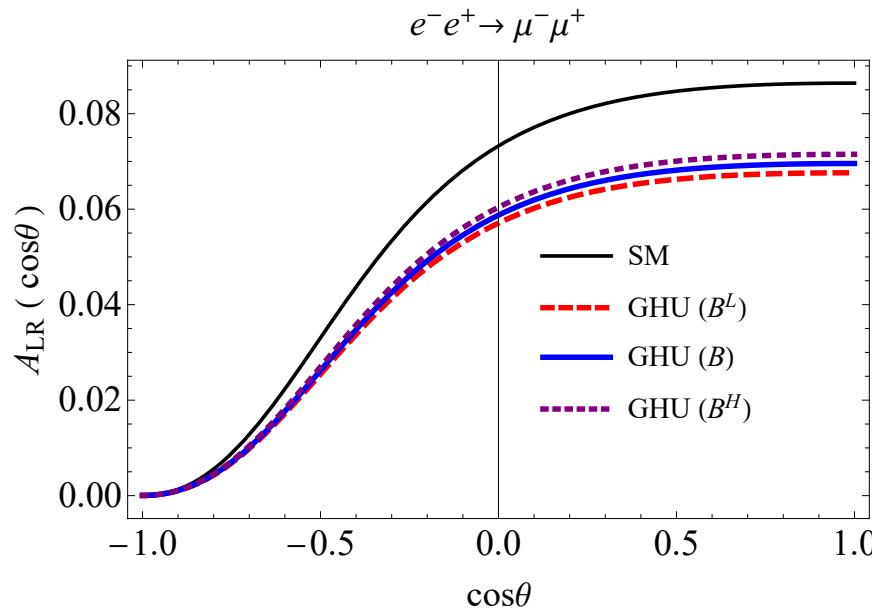
$$A_{FB}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) = \frac{\sigma_F^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) - \sigma_B^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})}{\sigma_F^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) + \sigma_B^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})}.$$



- (left figure)  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (0, 0)(U), (-0.8, +0.3)(L), (+0.8, -0.3)(R);$   
 (right figure) GHU  $\{(B^L), (B), (B^H)\} \leftrightarrow m_{KK} = \{11, 13, 15\}\text{TeV}; \sqrt{s} = 250\text{ GeV}, 250\text{ fb}^{-1}.$

## [計算結果:4/5] 左右(LR)非対称性

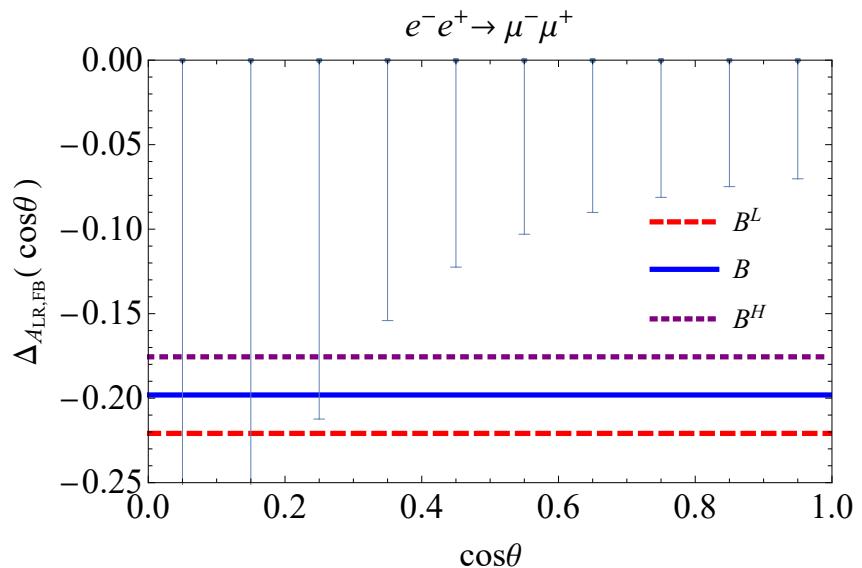
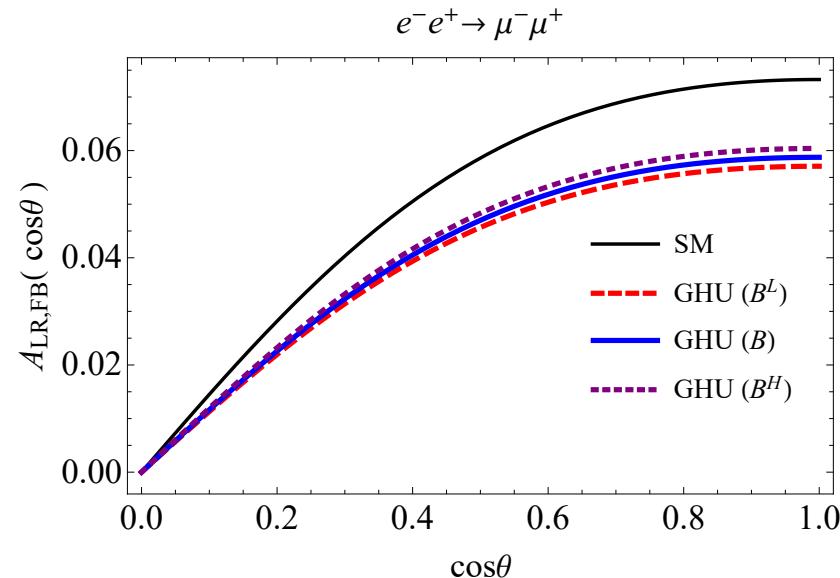
$$A_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) = \frac{\sigma_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) - \sigma_{RL}^{f\bar{f}}(\cos \theta)}{\sigma_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) + \sigma_{RL}^{f\bar{f}}(\cos \theta)}.$$



- GHU  $\{(B^L), (B), (B^H)\} \leftrightarrow m_{KK} = \{11, 13, 15\}\text{TeV}; \sqrt{s} = 250\text{ GeV}, 250\text{ fb}^{-1}; (P_{e-}, P_{e+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$

## [計算結果:5/5] 左右前方後方(LR FB)非対称性

$$A_{LR,FB}^{f\bar{f}}(\cos \theta) = \frac{\left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (\cos \theta) - \left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (-\cos \theta)}{\left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (\cos \theta) + \left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (-\cos \theta)} \underset{m_f \rightarrow 0}{\propto} \frac{2 \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta}$$



- GHU  $\{(B^L), (B), (B^H)\} \leftrightarrow m_{KK} = \{11, 13, 15\} \text{TeV}; \sqrt{s} = 250 \text{GeV}, 250 \text{fb}^{-1}$

## まとめ

SO(11) GUT inspired ゲージ・ヒッグス統一理論(GHU)における偏極した電子-陽電子線形加速器実験でのフェルミオン対生成についての解析結果を説明した。

- (1)  $Z'$ ボソンとクォーク・レプトンの結合定数に大きなパリティの破れがあるため、 $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f} (= \mu^-\mu^+, \dots)$ 過程のいくつかの観測可能量に大きな偏極依存性が現れる。
- (2) SMからのズレの効果はILC 250 GeVの初期段階でもカルツァ-クライン(KK)質量 15 TeV程度まで検証可能である。

# [観測可能量:1/6] 微分断面積

Differential cross section for  $e^- e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$ :

$$\frac{d\sigma^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(P_{e-}, P_{e+}, \cos\theta) \propto (1 - P_{\text{eff}}) \underbrace{\frac{d\sigma_{LR}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta)}_{e_L^- e_R^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}} + (1 + P_{\text{eff}}) \underbrace{\frac{d\sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta)}_{e_R^- e_L^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}},$$

For  $e_L^- e_R^+ \rightarrow f\bar{f}$  and  $e_R^- e_L^+ \rightarrow f\bar{f}$  ( $\sqrt{s} \gg m_f$ ),

$$\frac{d\sigma_{LR}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta) \underset{\sim}{\propto} (1 + \cos\theta)^2 |Q_{e_L f_L}|^2 + (1 - \cos\theta)^2 |Q_{e_L f_R}|^2,$$

$$\frac{d\sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{d\cos\theta}(\cos\theta) \underset{\sim}{\propto} (1 + \cos\theta)^2 |Q_{e_R f_R}|^2 + (1 - \cos\theta)^2 |Q_{e_R f_L}|^2,$$

$$P_{\text{eff}} := \frac{P_{e-} - P_{e+}}{1 - P_{e-} P_{e+}}, \quad Q_{e_X f_Y} := \sum_i \frac{g_{V_i e}^X g_{V_i f}^Y}{(s - m_{V_i}^2) + i m_{V_i} \Gamma_{V_i}}.$$

## [観測可能量:2/6] 全断面積

Total cross section for  $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$ :

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{tot}}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) &= \int_{-\cos \theta_{\max}}^{+\cos \theta_{\max}} \frac{d\sigma^{f\bar{f}}}{d\cos \theta}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos \theta) d\cos \theta \\ &\underset{\sim}{\propto} (1 - P_{\text{eff}})\sigma_{LR}^{f\bar{f}} + (1 + P_{\text{eff}})\sigma_{RL}^{f\bar{f}}.\end{aligned}$$

Total cross section for  $e_L^- e_R^+ \rightarrow f\bar{f}$  and  $e_R^- e_L^+ \rightarrow f\bar{f}$  ( $\sqrt{s} \gg m_f$ ):

$$\sigma_{LR}^{f\bar{f}} \underset{\sim}{\propto} |Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2, \quad \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \underset{\sim}{\propto} |Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2.$$

## [観測可能量:3/6] 前方後方非対称性

Forward-backward asymmetry for  $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$ :

$$A_{FB}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) = \frac{\sigma_F^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) - \sigma_B^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})}{\sigma_F^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) + \sigma_B^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})},$$

Forward/backward cross section for  $\sigma_{F/B}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+})$  ( $\sqrt{s} \gg m_f$ )

$$A_{FB}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}) \simeq \frac{3B_1 - B_2}{4B_1 + B_2},$$

$$B_1 = (1 - P_{\text{eff}}) |Q_{e_L f_L}|^2 + (1 + P_{\text{eff}}) |Q_{e_R f_R}|^2,$$

$$B_2 = (1 - P_{\text{eff}}) |Q_{e_L f_R}|^2 + (1 + P_{\text{eff}}) |Q_{e_R f_L}|^2.$$

## [観測可能量:4/6] 左右非対称性

LR asymmetry for  $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$  [29, 33, B.Schrempp et al.'88; ...]:

$$A_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) = \frac{\sigma_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) - \sigma_{RL}^{f\bar{f}}(\cos \theta)}{\sigma_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) + \sigma_{RL}^{f\bar{f}}(\cos \theta)}.$$

Observable LR asymmetry:

$$A_{LR}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos \theta) = \frac{\sigma^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos \theta) - \sigma^{f\bar{f}}(-P_{e^-}, -P_{e^+}, \cos \theta)}{\sigma^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos \theta) + \sigma^{f\bar{f}}(-P_{e^-}, -P_{e^+}, \cos \theta)}.$$

The relations between the above two asymmetries :

$$A_{LR}^{f\bar{f}}(\cos \theta) = \frac{1}{P_{\text{eff}}} A_{LR}^{f\bar{f}}(P_{e^-}, P_{e^+}, \cos \theta).$$

## [観測可能量:5/6] 左右非対称性

LR asymmetry for  $e^-e^+ \rightarrow (V_i) \rightarrow f\bar{f}$  [29, 33, B.Schrempp et al.'88; ...]:

$$A_{LR}^{f\bar{f}} = \frac{\sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}}}{\sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}}}.$$

For  $\sqrt{s} \gg m_f$ ,

$$A_{LR}^{f\bar{f}} \simeq \frac{[|Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2] - [|Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2]}{[|Q_{e_L f_L}|^2 + |Q_{e_L f_R}|^2] + [|Q_{e_R f_R}|^2 + |Q_{e_R f_L}|^2]}.$$

## [観測可能量:6/6] 左右前方後方非対称性

LR FB asymmetry [28–32, D.C.Kennedy et al.'89; SLD Collaboration'94'95]:

$$A_{LR,FB}^{f\bar{f}}(\cos \theta) = \frac{\left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} - \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (\cos \theta) - \left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (-\cos \theta)}{\left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (\cos \theta) + \left[ \sigma_{LR}^{f\bar{f}} + \sigma_{RL}^{f\bar{f}} \right] (-\cos \theta)}.$$

For  $\sqrt{s} \gg m_f$ ,

$$A_{LR,FB}^{f\bar{f}}(\cos \theta) \simeq \frac{2 \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta} \frac{\left[ |Q_{e_L f_L}|^2 - |Q_{e_L f_R}|^2 \right] - \left[ |Q_{e_R f_R}|^2 - |Q_{e_R f_L}|^2 \right]}{\left| Q_{e_L f_L} \right|^2 + \left| Q_{e_L f_R} \right|^2 + \left| Q_{e_R f_R} \right|^2 + \left| Q_{e_R f_L} \right|^2}.$$

## References

- [1] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, “Fermion Pair Production at  $e^-e^+$  Linear Collider Experiments in GUT Inspired Gauge-Higgs Unification,” *Phys. Rev. D* **102** (2020) 015029, arXiv:2006.02157 [hep-ph].
- [2] Y. Hosotani, “Dynamical Mass Generation by Compact Extra Dimensions,” *Phys.Lett.* **B126** (1983) 309.
- [3] Y. Hosotani, “Dynamics of Nonintegrable Phases and Gauge Symmetry Breaking,” *Annals Phys.* **190** (1989) 233.
- [4] A. T. Davies and A. McLachlan, “Gauge Group Breaking By Wilson Loops,” *Phys. Lett.* **B200** (1988) 305.
- [5] A. T. Davies and A. McLachlan, “Congruency Class Effects in the Hosotani Model,” *Nucl. Phys.* **B317** (1989) 237.
- [6] H. Hatanaka, T. Inami, and C. S. Lim, “The Gauge Hierarchy Problem and Higher Dimensional Gauge Theories,” *Mod. Phys. Lett.* **A13** (1998) 2601–2612, arXiv:hep-th/9805067.

- [7] H. Hatanaka, “Matter Representations and Gauge Symmetry Breaking via Compactified Space,” *Prog. Theor. Phys.* **102** (1999) 407–418, arXiv:hep-th/9905100 [hep-th].
- [8] K. Agashe, R. Contino, and A. Pomarol, “The Minimal Composite Higgs Model,” *Nucl. Phys.* **B719** (2005) 165–187, arXiv:hep-ph/0412089 [hep-ph].
- [9] A. D. Medina, N. R. Shah, and C. E. M. Wagner, “Gauge-Higgs Unification and Radiative Electroweak Symmetry Breaking in Warped Extra Dimensions,” *Phys. Rev.* **D76** (2007) 095010, arXiv:0706.1281 [hep-ph].
- [10] Y. Hosotani, K. Oda, T. Ohnuma, and Y. Sakamura, “Dynamical Electroweak Symmetry Breaking in  $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification with Top and Bottom Quarks,” *Phys. Rev.* **D78** (2008) 096002, arXiv:0806.0480 [hep-ph].
- [11] Y. Hosotani, S. Noda, and N. Uekusa, “The Electroweak Gauge Couplings in  $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification,” *Prog. Theor. Phys.* **123** (2010) 757–790, arXiv:0912.1173 [hep-ph].
- [12] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Oriksa, and T. Shimotani, “Novel Universality and Higgs Decay  $H \rightarrow \gamma\gamma, gg$  in the  $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification,” *Phys. Lett.* **B722** (2013) 94–99, arXiv:1301.1744 [hep-ph].
- [13] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Oriksa, and T. Shimotani, “LHC Signals of the

- $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification," Phys. Rev. **D89** no. 9, (2014) 095019,  
arXiv:1404.2748 [hep-ph].
- [14] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and T. Shimotani, "Dark Matter in the  $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification," PTEP **2014** (2014) 113B01,  
arXiv:1407.3574 [hep-ph].
- [15] S. Funatsu, H. Hatanaka, and Y. Hosotani, " $H \rightarrow Z\gamma$  in the Gauge-Higgs Unification," Phys. Rev. **D92** (2015) 115003, arXiv:1510.06550 [hep-ph].
- [16] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, and Y. Orikasa, "Collider Signals of  $W'$  and  $Z'$  Bosons in the Gauge-Higgs Unification," Phys. Rev. D **95** no. 3, (2017) 035032,  
arXiv:1612.03378 [hep-ph].
- [17] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, and Y. Orikasa, "Distinct Signals of the Gauge-Higgs Unification in  $e^+e^-$  Collider Experiments," Phys. Lett. **B775** (2017) 297–302, arXiv:1705.05282 [hep-ph].
- [18] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, "GUT Inspired  $SO(5) \times U(1) \times SU(3)$  Gauge-Higgs Unification," Phys. Rev. D **99** (2019) 095010,  
arXiv:1902.01603 [hep-ph].
- [19] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, "CKM Matrix and

- FCNC Suppression in  $SO(5) \times U(1) \times SU(3)$  Gauge-Higgs Unification," Phys. Rev. D **101** (2020) 055016, arXiv:1909.00190 [hep-ph].
- [20] S. Funatsu, H. Hatanaka, Y. Hosotani, Y. Orikasa, and N. Yamatsu, "Effective Potential and Universality in GUT-Inspired Gauge-Higgs Unification," Phys. Rev. D **102** (2020) 015005, arXiv:2002.09262 [hep-ph].
- [21] J. Yoon and M. E. Peskin, "Dissection of an  $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification Model," Phys. Rev. **D100** no. 1, (2019) 015001, arXiv:1810.12352 [hep-ph].
- [22] J. Yoon and M. E. Peskin, "Fermion Pair Production in  $SO(5) \times U(1)$  Gauge-Higgs Unification Models," arXiv:1811.07877 [hep-ph].
- [23] S. Funatsu, "Forward-Backward Asymmetry in the Gauge-Higgs Unification at the International Linear Collider," Eur. Phys. J. **C79** no. 10, (2019) 854, arXiv:1905.10007 [hep-ph].
- [24] F. Richard, "Bhabha Scattering at ILC250," arXiv:1804.02846 [hep-ex].
- [25] A. Irles, R. Pöschl, and F. Richard, "Production and Measurement of  $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$  Signatures at the 250 GeV ILC," in International Workshop on Future Linear Colliders (LCWS 2019), Japan. 2019. arXiv:2002.05805 [hep-ex].

- [26] Y. Hosotani and N. Yamatsu, “Gauge-Higgs Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2015** (2015) 111B01, arXiv:1504.03817 [hep-ph].
- [27] A. Furui, Y. Hosotani, and N. Yamatsu, “Toward Realistic Gauge-Higgs Grand Unification,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2016** (2016) 093B01, arXiv:1606.07222 [hep-ph].
- [28] A. Blondel, B. W. Lynn, F. M. Renard, and C. Verzegnassi, “Precision Measurements of Final State Weak Coupling From Polarized Electron - Positron Annihilation,” *Nucl. Phys.* **B304** (1988) 438–450.
- [29] D. C. Kennedy, B. W. Lynn, C. J. C. Im, and R. G. Stuart, “Electroweak Cross-Sections and Asymmetries at the  $Z^0$ ,” *Nucl. Phys.* **B321** (1989) 83–107.
- [30] **SLD** Collaboration, K. Abe et al., “Measurement of  $A_b$  and  $A_c$  from the Left-Right Forward-Backward Asymmetry of Leptons in Hadronic Events at the  $Z^0$  Resonance,” *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2895–2899.
- [31] **SLD** Collaboration, K. Abe et al., “Measurement of  $A_b$  from the Left-Right Forward-Backward Asymmetry of  $b$  Quark Production in  $Z^0$  Decays Using a Momentum-Weighted Track-Charge Technique,” *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2890–2894.
- [32] **SLD** Collaboration, K. Abe et al., “Measurement of the Left-Right Forward-Backward

- Asymmetry for Charm Quarks with  $D^{*+}$  and  $D^+$  Mesons," Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 3609–3613.
- [33] B. Schrempp, F. Schrempp, N. Wermes, and D. Zeppenfeld, "Bounds on New Contact Interactions From Future  $e^+e^-$  Colliders," Nucl. Phys. **B296** (1988) 1–25.