

S₄対称性を用いたフレーバーモデルの構築と数値解析

Introduction

標準模型では未解決な課題

クォーク・レプトンには世代構造（質量階層性・世代混合）が存在
→標準模型ではパラメーターが充てられているのみで理論的な説明はない

レプトンの世代構造を説明するシナリオを考える

- 世代間にS₄対称性とU(1)_{FN}対称性を課す
- Higgsセクターの拡張として3HDMを用いる

S₄対称性

4次の対称群, 2表現と3表現を含む最小の群
(x₁, x₂, x₃, x₄) → (x_i, x_j, x_k, x_l) 4! = 24の要素
表現: 1₁, 1₂, 2, 3₁, 3₂

掛け算則: 3₁ × 3₁ = 1₁ + 2 + 3₁ + 3₂, 2 × 2 = 1₁ + 1₂ + 2

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}_{2_1} \otimes \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}_{2_1} = (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)_{1_1} \oplus (-\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)_{1_2} \oplus \begin{pmatrix} \alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1 \\ \alpha_1\beta_1 - \alpha_2\beta_2 \end{pmatrix}_{2_2}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}_{3_1} \otimes \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix}_{3_1} = (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3)_{1_1} \oplus \begin{pmatrix} (\alpha_2\beta_2 - \alpha_3\beta_3)/\sqrt{2} \\ (-2\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3)/\sqrt{6} \end{pmatrix}_{2_1}$$

$$\oplus \begin{pmatrix} \alpha_3\beta_2 + \alpha_2\beta_3 \\ \alpha_1\beta_3 + \alpha_3\beta_1 \\ \alpha_2\beta_1 + \alpha_1\beta_2 \end{pmatrix}_{3_1} \oplus \begin{pmatrix} \alpha_3\beta_2 - \alpha_2\beta_3 \\ \alpha_1\beta_3 - \alpha_3\beta_1 \\ \alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2 \end{pmatrix}_{3_2}$$

ポテンシャル解析

Higgs場φをS₄のtripletとする φ = (φ₁, φ₂, φ₃) Soft breaking term
S₄対称性の下での3HDM V = -μ²φ[†]φ + λ(φ[†]φ)² + m₂₃²(φ₂φ₃[†] + φ₃φ₂[†])

$$V = -\mu^2(|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2 + |\phi_3|^2) + \left(\lambda_1 + \frac{2}{3}\lambda_2\right)(|\phi_1|^4 + |\phi_2|^4 + |\phi_3|^4) + \left(2\lambda_1 - \frac{2}{3}\lambda_2 + 2\lambda_3 - 2\lambda_4\right)(|\phi_1\phi_2|^2 + |\phi_2\phi_3|^2 + |\phi_3\phi_1|^2) + (\lambda_3 + \lambda_4)\left((\phi_1\phi_2^\dagger)^2 + (\phi_2\phi_3^\dagger)^2 + (\phi_3\phi_1^\dagger)^2 + h.c.\right) + m_{23}^2(\phi_2\phi_3^\dagger + \phi_3\phi_2^\dagger)$$

ポテンシャルの最小条件

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_i} = 0, i = 1, 2, 3$$

真空期待値

$$\langle \phi \rangle = (v \cos \alpha, v \sin \alpha \cos \beta, v \sin \alpha \sin \beta)$$

フレーバーモデル

	$\bar{l} = (\bar{l}_e, \bar{l}_\mu, \bar{l}_\tau)$	$l_R = (e_R, \mu_R)$	τ_R	ν_{eR}	$\nu_R = (\nu_{\mu R}, \nu_{\tau R})$	$\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$	X	Θ
SU(2) _L	2	1	1	1	1	2	1	1
S ₄	3 ₁	2	1 ₁	1 ₁	2	3 ₁	2	1
U(1) _{FN}	0	+1	0	0	0	0	-1	-1

SU(2), S₄, U(1)_{FN} のcharge assignment

S₄ ⊗ U(1)_{FN} 不変なレプトンの質量項

(i) 荷電レプトン: $L_l = \frac{y_{e\mu}}{\Lambda} \bar{l}_l \phi_{lR} \Theta + y_\tau \bar{l}_l \phi_{\tau R} + \frac{y_l}{\Lambda} \bar{l}_l \phi_{lR} X$

(ii) Dirac ニュートリノ: $L_D = y_{De} \bar{l}_l \tilde{\phi} \nu_{eR} + y_{D\mu\tau} \bar{l}_l \tilde{\phi} \nu_R$

(iii) 右巻きMajorana ニュートリノ: $L_M = \frac{1}{2} M_{eR} \bar{\nu}_{eR}^c \nu_{eR} + \frac{1}{2} M_{\mu\tau R} \bar{\nu}_R^c \nu_R$

(i) $M_l = M_{l1} + M_{l2}$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2y_{e\mu}\Theta}{\sqrt{6}\Lambda} v_1 & y_\tau v_1 \\ \frac{y_{e\mu}\Theta}{\sqrt{2}\Lambda} v_2 & \frac{y_{e\mu}\Theta}{\sqrt{6}\Lambda} v_2 & y_\tau v_2 \\ -\frac{y_{e\mu}\Theta}{\sqrt{2}\Lambda} v_3 & \frac{y_{e\mu}\Theta}{\sqrt{6}\Lambda} v_3 & y_\tau v_3 \end{pmatrix}_{LR} + \begin{pmatrix} \left(\frac{y_{l1}}{\Lambda} - \frac{2y_{l2}}{\sqrt{6}\Lambda}\right) v_1 X_1 & 0 & 0 \\ \left(\frac{y_{l1}}{\Lambda} + \frac{y_{l2}}{\sqrt{6}\Lambda}\right) v_2 X_1 & \frac{y_{l2}}{\sqrt{2}\Lambda} v_2 X_1 & 0 \\ \left(\frac{y_{l1}}{\Lambda} - \frac{y_{l2}}{\sqrt{6}\Lambda}\right) v_3 X_1 & -\frac{y_{l2}}{\sqrt{2}\Lambda} v_3 X_1 & 0 \end{pmatrix}_{LR}$$

(ii) $M_D = \begin{pmatrix} y_{De} v_1 & 0 & -2/\sqrt{6} y_{D\mu\tau} v_1 \\ y_{De} v_2 & 1/\sqrt{2} y_{D\mu\tau} v_2 & 1/\sqrt{6} y_{D\mu\tau} v_2 \\ y_{De} v_3 & -1/\sqrt{2} y_{D\mu\tau} v_3 & 1/\sqrt{6} y_{D\mu\tau} v_3 \end{pmatrix}_{LR}$ (iii) $M_R = \begin{pmatrix} M_{eR} & 0 & 0 \\ 0 & M_{\mu\tau R} & 0 \\ 0 & 0 & M_{\mu\tau R} \end{pmatrix}$

左巻きMajorana ニュートリノの質量行列: $m_\nu = -M_D M_R^{-1} M_D^T$

数値解析

実験値: $m_e, m_\mu, m_\tau, \Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \sin^2 \theta_{12}, \sin^2 \theta_{23}, \sin^2 \theta_{13}$
パラメーター: $\alpha, \beta, y_{e\mu}, y_\tau, y_{l1}, y_{l2}, X_1, m_1, y_{De}, y_{D\mu\tau}, \phi_{yDe}$

予測する物理量: $\sin^2 \theta_{12}, \sin^2 \theta_{23}, \sin^2 \theta_{13}, \delta_{CP}, m_{light}, m_1 + m_2 + m_3, m_{ee}, \eta_1, \eta_2$

α : $-170.9^\circ \sim -166.8^\circ, -13.3^\circ \sim -9.6^\circ, 9.0^\circ \sim 12.6^\circ, 166.9^\circ \sim 171.0^\circ$
 β : $-158.1^\circ \sim -154.4^\circ, -116.0^\circ \sim -111.9^\circ, -68.1^\circ \sim -64.4^\circ, -26.0^\circ \sim -22.3.0^\circ, 21.8^\circ \sim 25.9^\circ, 64.4^\circ \sim 67.9^\circ, 112.1^\circ \sim 120.9^\circ, 153.9^\circ \sim 157.9^\circ$
 $y_{e\mu}$: $6.92 \times 10^{-4} \sim 7.42 \times 10^{-4}$ y_τ : $9.80 \times 10^{-3} \sim 10.20 \times 10^{-3}$
 y_{l1}, y_{l2} : $-\pi \sim \pi$ X_1 : $2.3 \times 10^{-4} \sim 1.6 \times 10^{-2}$ y_{De} : $7.50 \times 10^{-13} \sim 8.80 \times 10^{-13}$
 $y_{D\mu\tau}$: $1.72 \times 10^{-12} \sim 1.85 \times 10^{-12}$ ϕ_{yDe} : $-158.7^\circ \sim -111.3^\circ, 111.3^\circ \sim 158.7^\circ$

δ_{CP} : $-77.4^\circ \sim -58.2^\circ$
 m_{light} : $4.05 \times 10^{-3} [eV] \sim 6.98 \times 10^{-3} [eV]$
 $m_1 + m_2 + m_3$: $0.0638 [eV] \sim 0.0686 [eV]$
 m_{ee} : $2.75 \times 10^{-3} [eV] \sim 8.53 \times 10^{-3} [eV]$
 η_1 : $-80.6^\circ \sim -66.0^\circ, -48.4^\circ \sim -32.3^\circ, 92.5^\circ \sim 113.9^\circ, 131.4^\circ \sim 146.0^\circ$
 η_2 : $-114.3^\circ \sim -88.0^\circ, -52.2^\circ \sim -0.2^\circ, 65.6^\circ \sim 92.8^\circ, 153.4^\circ \sim 179.7^\circ$

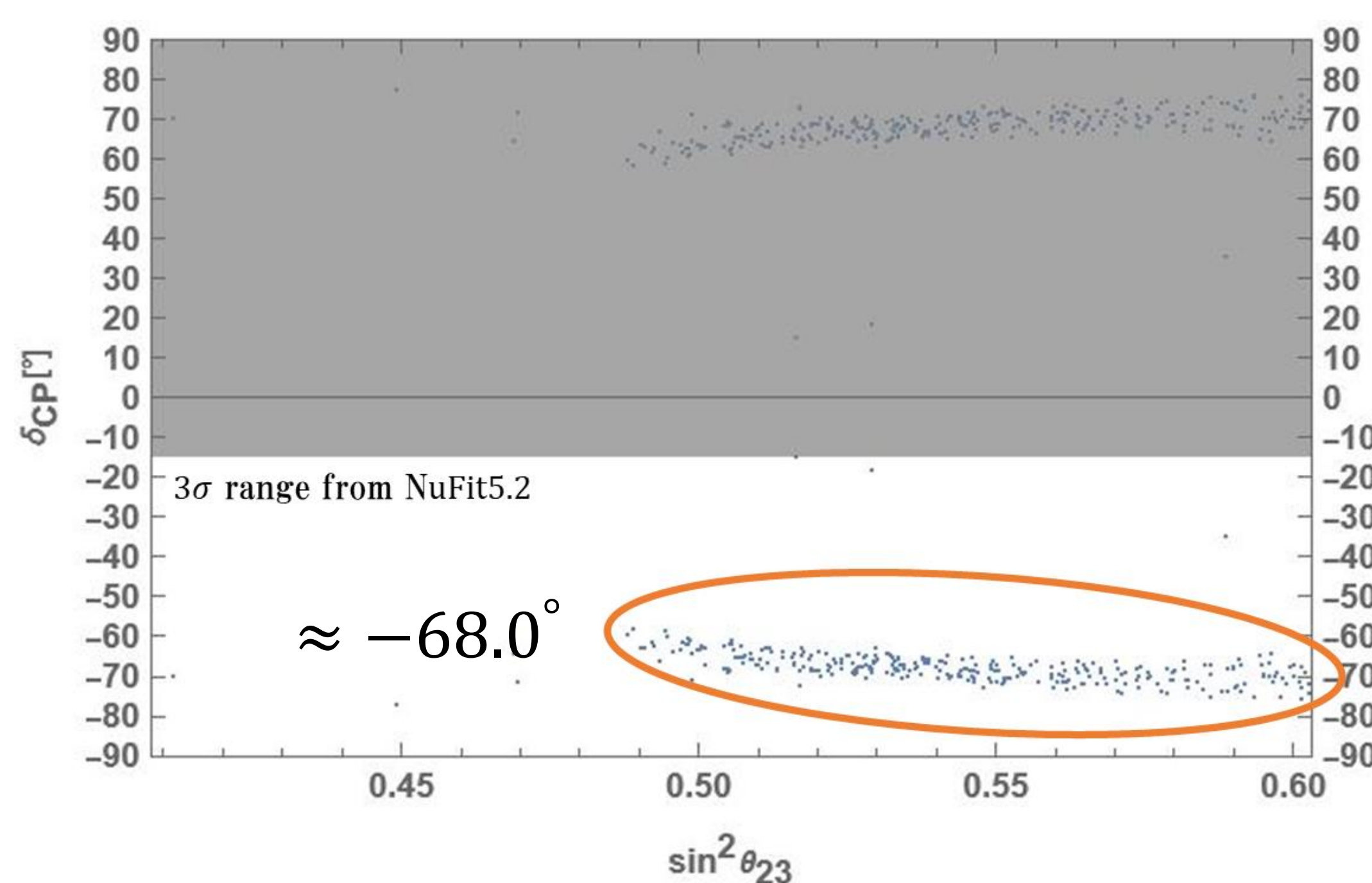


図1: δ_{CP} と $\sin^2 \theta_{23}$ の予測

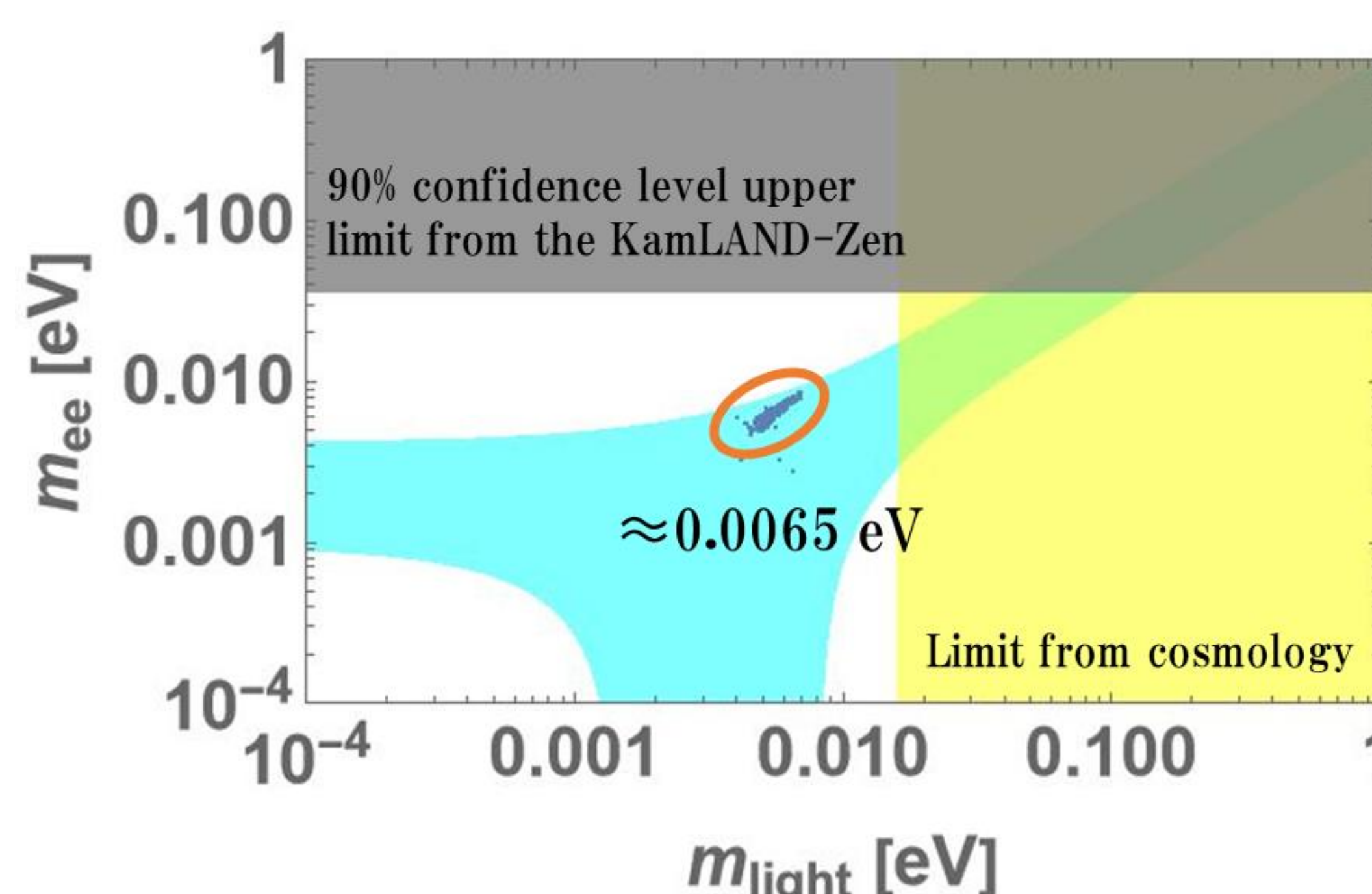


図2: m_{ee} と m_{light} の予測

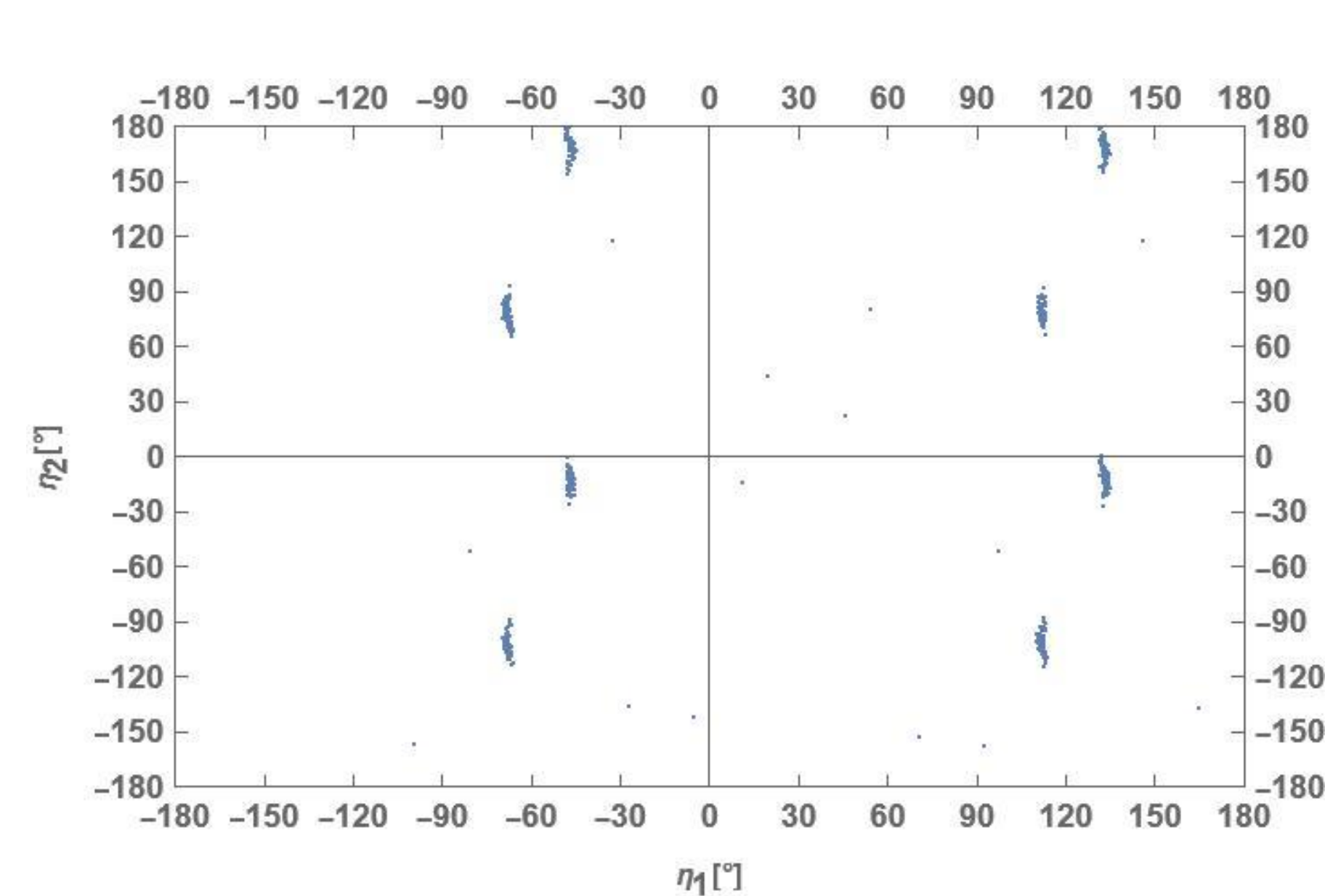


図3: Majorana位相 η_1 と η_2 の予測

結論・今後の展望

フレーバー間と拡張Higgsモデルの3HDMに対してS₄対称性を仮定し、3HDMでのHiggsポテンシャルの解析を行った。新しいフレーバーモデルを構築し、そのモデルの下で荷電レプトンと左巻きMajoranaニュートリノの質量行列を求めた。数値解析を行い、様々な物理量に予言を与えることができた。将来KamLAND-Zen実験での模型検証が期待される。今後の展望: レプトンセクターだけではなく、クォークセクターにも模型を拡張する。重いHiggsの質量を計算する。物質生成のシナリオ(レプトジェネシス、EWBG)を実現できるかを検証する(HiggsポテンシャルからのCPの破れの位相)。