QCD Sum Rule による電気双極子モーメントの再評価

永田夏海（名古屋大学，東京大学）

基研研究会　素粒子物理学の進展2012

J. Hisano, J. Y. Lee, N. Nagata, and Y. Shimizu, Phys. Rev. **D85** (2012) 114044.

Abstract

本研究では，QCDにおけるθ項とクォークの電気双極子モーメントおよびカラー双極子モーメントとが誘導する中性子の電気双極子モーメントの大きさを，QCD Sum Ruleの手法によって評価した。その際，入力パラメーターの一つに格子計算による結果を用いることで，CP対称性を破る寄与に対し従来の計算よりも保守的な制限を得た。

Introduction

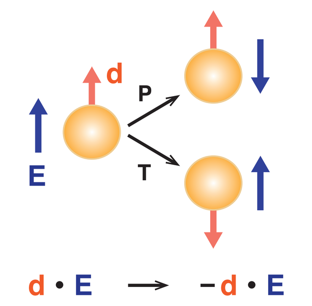
中性子の電気双極子モーメント（nEDM）

$$\mathcal{L}_n = -\frac{i}{2} d_n \bar{N}(F\sigma)\gamma_5 N \qquad F\sigma \equiv F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}$$

（N：中性子，$F_{\mu\nu}$：電磁場）

⟺ $H_{int} = -d_n \mathbf{s}\cdot\mathbf{E}$ （s：スピン，E：電磁場）

時間反転（T），空間反転（P）の対称性を破る
（CPT定理の下ではCP対称性を破っている）



Neutron Electric Dipole Moment

nEDMは，QCDセクターにおけるフレーバーを変化させずにCPを破る相互作用に感度がある。
また，標準模型によるnEDMの予言値は，実験で観測不可能なほど小さいと分かっている。

➡ nEDMが観測されれば，ただちに標準模型を超える物理の存在が立証される

実験による現在の制限（Institut Laue-Langevin）

$$|d_n| < 2.9\times 10^{-26}\ e\ \mathrm{cm} \qquad (90\%\ \mathrm{C.L.})\ .$$

Phys.Rev.Lett. 97, 131801 (2006).

今後もさらに高い精度の実験が計画されている。

目標

nEDMに対する実験結果 ➡ QCDセクターの$\cancel{CP}$に対する制限・測定

このためには，CPを破る相互作用とnEDMとを結びつける関係式を求める必要がある。

➢ 本研究では，この関係式をQCD sum rule を用いて求めた

他のアプローチ
Naive Dimensional analysis，カイラル摂動論，格子計算

既存の計算
M. Pospelov and A. Ritz (1999, 2001)

➢ パラメーターの一部に格子計算の結果を使った

Effective Lagrangian

QCDスケールの有効ラグランジアン (次元5まで)

$$\mathcal{L}_{\cancel{CP}} = -\sum_{q=u,d,s} m_q \bar{q} i\theta_q \gamma_5 q + \underbrace{\theta_G \frac{\alpha_s}{8\pi} G^A_{\mu\nu}\tilde{G}^{A\mu\nu}}_{\theta\ \text{term}} - \frac{i}{2}\sum_{q=u,d,s} \underbrace{d_q \bar{q}(F\sigma)\gamma_5 q}_{\text{quark EDMs}} - \frac{i}{2}\sum_{q=u,d,s} \underbrace{\tilde{d}_q \bar{q} g_s (G\sigma)\gamma_5 q}_{\text{quark CEDMs}}\ .$$

CP-violating parameters

$$\theta_q,\ \theta_G,\ d_q,\ \tilde{d}_q << 1$$

$$\bar{\theta} = \theta_q + \theta_G \quad \text{(physical parameter)}$$

$$G\sigma \equiv G^A_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}T^A \quad \tilde{G}^A_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}G^{A\rho\sigma}$$

これらのパラメーターとnEDMとを結びつける関係式を求める。

QCD Sum Rule

M. Shifman, A. Vainshtein, V. Zakharov, (1979)

ハドロン場の相関関数を，２通りの方法で計算する

① 演算子積展開（OPE）で計算

短距離の寄与
$\theta_q,\ \theta_G,\ d_q,\ \tilde{d}_q$

長距離の寄与
$\langle\bar{q}q\rangle \quad \langle\bar{q}g_s(G\sigma)q\rangle$ など

② 現象論的模型で計算

nEDM d_n

➡ Borel変換の後等号でつなぐ　$\mathcal{B}(\Pi_{\mathrm{OPE}}) = \mathcal{B}(\Pi_{\mathrm{phen}})$

Borel変換… スペクトル関数の連続部分の寄与をうまく落とせるように工夫された変換

Borel変換

$$\mathcal{B}[f(Q^2)] \equiv \lim_{\substack{Q^2,n\to\infty \\ Q^2/n=M^2}} \frac{(Q^2)^{n+1}}{n!}\left(\frac{-d}{dQ^2}\right)^n f(Q^2)$$

Neutron field / Correlator

中性子場 η_n (x)

$$\langle\Omega_{\cancel{CP}}|\eta_n(x)|N_{\cancel{CP}}(\boldsymbol{p},s)\rangle = \lambda_n e^{\frac{i}{2}\alpha_n\gamma_5}\ u_n(\boldsymbol{p},s)\ e^{-ip\cdot x}\ .$$

相関関数

$$\Pi(q) \equiv i\int d^4x\ e^{iq\cdot x}\ \langle\Omega_{\cancel{CP}}|T\{\eta_n(x)\bar{\eta}_n(0)\}|\Omega_{\cancel{CP}}\rangle_F\ ,$$

この相関関数からnEDMを引き出したい

余分な位相因子α_n
… nEDMと磁気双極子モーメントを混ぜる

➡

カイラル不変な項に着目
⟶ $\{\tilde{F}\sigma, \cancel{q}\}$

■中性子内挿場

- 中性子場をクォーク場で表す（OPE計算のため）
- 中性子と同じ量子数を持つ複合演算子
- 選び方に自由度がある

$$\eta_n(x) = j_1(x) + \beta j_2(x)\ ,$$

$$j_1(x) = 2\epsilon_{abc}\left(d_a^T(x)C\gamma_5 u_b(x)\right)d_c(x)\ ,$$
$$j_2(x) = 2\epsilon_{abc}\left(d_a^T(x)Cu_b(x)\right)\gamma_5 d_c(x)\ .$$

$\beta = 1$と取るのが良いと分かった

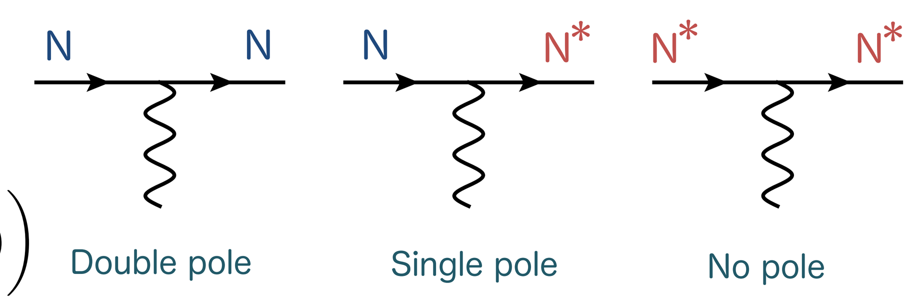
- OPE計算の高次の寄与が抑えられる
- CP-oddな寄与を拾って場が混ざる効果を消せる

Phenomenological model

現象論的相関関数

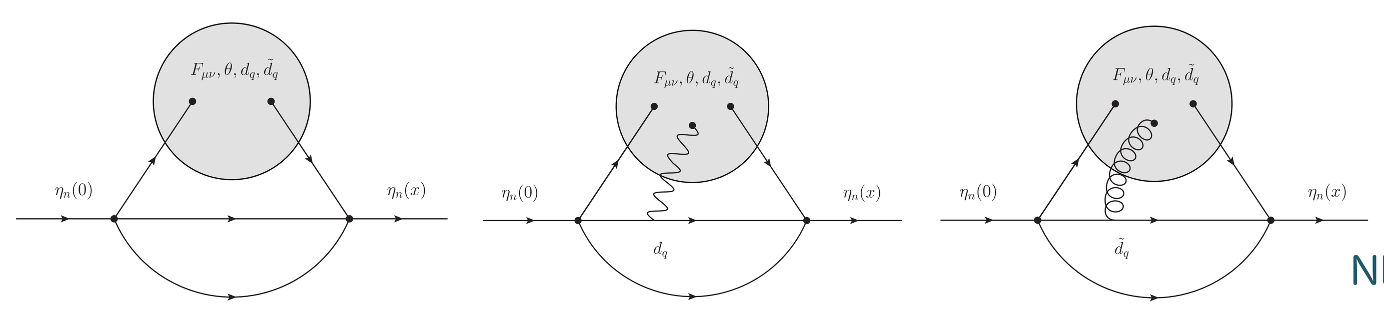
$$\Pi^{(\mathrm{phen})}(q) = \frac{1}{2}f(q^2)\{\tilde{F}\sigma, \cancel{q}\} + \ldots\ ,$$

$$f(q^2) = \left(\frac{\lambda_n^2 d_n m_n}{(q^2-m_n^2)^2} + \frac{A(q^2)}{q^2-m_n^2} + B(q^2)\right)$$



さらに，Borel変換をするにあたって，A：定数，B～0を仮定して計算した。

OPE Calculation



NLOまで計算した

$$\Pi(q)^{(\mathrm{OPE})} = \frac{1}{16\pi^2}\langle\bar{q}q\rangle\log\left(\frac{-q^2}{\Lambda^2}\right)\{\tilde{F}\sigma, \cancel{q}\}\ \Theta$$

Λ：質量次元１の任意のパラメーター

※ ΘはCPを破る演算子の係数の線形和

$$\Theta \equiv (4e_d m_d \rho_d - e_u m_u \rho_u)\chi\bar{\theta} + (4d_d - d_u) + (\kappa - \frac{1}{2}\xi)(4e_d\tilde{d}_d - e_u\tilde{d}_u)\ .$$

$$\rho_u = \frac{m_*}{m_u}\left[1 + \frac{m_0^2}{2\bar{\theta}}\left\{\frac{\tilde{d}_u - \tilde{d}_d}{m_d} + \frac{\tilde{d}_u - \tilde{d}_s}{m_s}\right\}\right]\ ,$$

$$\rho_d = \frac{m_*}{m_d}\left[1 + \frac{m_0^2}{2\bar{\theta}}\left\{\frac{\tilde{d}_d - \tilde{d}_u}{m_u} + \frac{\tilde{d}_d - \tilde{d}_s}{m_s}\right\}\right]\ ,$$

$$\rho_s = \frac{m_*}{m_s}\left[1 + \frac{m_0^2}{2\bar{\theta}}\left\{\frac{\tilde{d}_s - \tilde{d}_u}{m_u} + \frac{\tilde{d}_s - \tilde{d}_d}{m_d}\right\}\right]\ ,$$

$$m_* \equiv \frac{m_u m_d m_s}{m_u m_d + m_d m_s + m_u m_s}\ .$$

χ，κ，ξ，m_0^2はQCDパラメーター

QCD Sum Rule

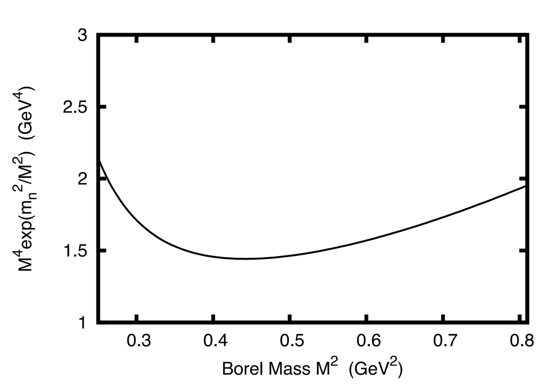
以上で求めた相関関数をBorel変換して等しくおくと，

$$\lambda_n^2 d_n m_n - AM^2 = -\Theta\langle\bar{q}q\rangle\frac{M^4}{8\pi^2}e^{\frac{m_n^2}{M^2}}\ .$$

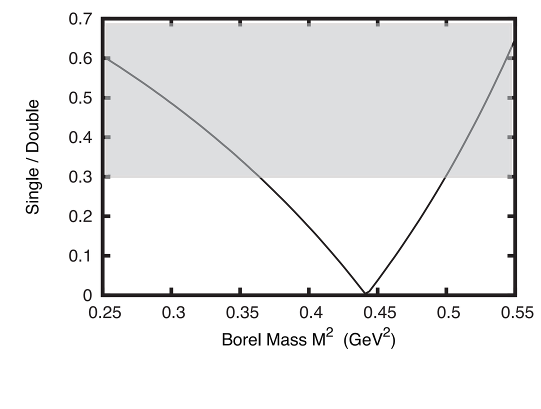
M：Borel質量

右辺を左辺でフィットして，d_nおよびAの値を求める。
Double poleの寄与が支配的なBorel質量の値でd_nの中心値を決定。
Single poleとDouble poleとの寄与の比が30%以内になるBorel質量領域で計算が妥当であるとして，計算誤差を評価した。

右辺のBorel質量依存性



Single/Double poleの寄与の比



Lattice result

λ_nの値として，格子計算の結果を用いた

$$\lambda_n = -0.0436 \pm 0.0047_{(\mathrm{stat})} \pm 0.0084_{(\mathrm{syst})}\ \mathrm{GeV}^3\ ,$$

Y. Aoki *et. al.* (2008)

- 従来計算ではQCD Sum Ruleの計算結果を利用
- 格子計算の結果の方が，QCD Sum Ruleの計算結果と比較して，（絶対値で）数倍大きい値

Result

$$d_n = \underbrace{1.2^{+0.6}_{-0.3}}_{\text{(phen)}} \pm \underbrace{0.1}_{\text{(OPE)}}\underbrace{{}^{+0.7}_{-0.4}}_{\text{(Lattice)}} \times 10^{-1}\Theta$$

⟶

$$d_n = 4.2\times 10^{-17}\bar{\theta} + 0.47 d_d - 0.12 d_u + e(-0.18\tilde{d}_u + 0.18\tilde{d}_d - 0.008\tilde{d}_s)$$

従来計算よりも小さな（およそ30%）nEDMを予測。

（λ_nの値として，格子計算の結果を用いたことが主な要因）

CPを破る演算子に対して，従来よりも保守的な制限を与える。