電弱カイラル有効理論におけるヒッグス粒子のゲージ結合の和則

名古屋大学　長井　遼　[共同研究者：棚橋　誠治氏（名大）、津村　浩二氏（名大）]

基研研究会 素粒子物理学の進展2013

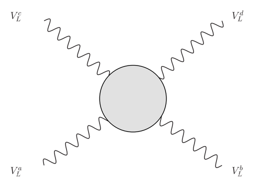
§1.イントロダクション

概要

本研究では電弱対称性を持つ有効理論（電弱カイラル有効理論）を用いて縦波散乱振幅のユニタリティーとTパラメータを評価した。その結果、縦波散乱振幅のユニタリティーからは先行研究と無矛盾な和則を得る事が出来、Tパラメータの発散項相殺条件からは縦波散乱振幅ユニタリティーから得られる和則とは独立な和則を新たに得ることができた。さらにこれらの和則を用いて、摂動的な領域に存在しうるヒッグス粒子の質量に関して、模型の詳細に依らない制限を課した。

1.1 縦波ゲージ散乱振幅

電弱対称性の自発的破れによって質量を獲得したゲージ場（W、Z）は物理的な自由度として縦波偏極（W_L、Z_L）をもつ。この偏極ベクトルによって、縦波電弱ゲージ散乱振幅もエネルギーの増大と共に大きくなる。➡摂動論が破綻（ユニタリティーの破れ）？



$$\mathcal{M}_{\rm gauge}(V_L^aV_L^b\to V_L^cV_L^d)\propto|\epsilon^\mu_{(L)}|^4$$

∵ゲージ対称性　$\sim \cancel{\frac{E^4}{M_V^4}}+\frac{E^2}{M_V^2}+\cdots$　　$\epsilon^\mu_{(L)}=\frac{E}{m_W}\begin{pmatrix}\frac{|\vec{p}|}{E}\\ \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\end{pmatrix}$

縦波散乱振幅が摂動論を破綻させないためには、摂動的な領域にゲージ場と結合する粒子が必要

➡　以下ではヒッグス粒子がその役割を担っていると仮定して議論する。

1.2 電弱カイラル有効理論

以下では次のような電弱対称性をもつラグランジアン（電弱カイラル有効理論）に基づき議論する。

$$\mathcal{L}_{\rm EWCh}=\mathcal{L}_{\rm gauge}+\mathcal{L}_\chi+\mathcal{L}_{\rm higgs}+\mathcal{L}_{VV\phi}+\mathcal{L}_{V\phi\phi}+\mathcal{L}_{VV\phi\phi}$$

$$\mathcal{L}_{\rm gauge}=-\frac{1}{4}W^a_{\mu\nu}W^{a\mu\nu}-\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\quad \mathcal{L}_\chi=\frac{v^2}{4}{\rm tr}[(D_\mu U)^\dagger(D^\mu U)]+\beta\frac{v^2}{4}{\rm tr}[U^\dagger D_\mu U\tau_3]{\rm tr}[U^\dagger D^\mu U\tau_3]$$

$$D_\mu U=\partial_\mu U+igW^a_\mu\frac{\tau_a}{2}U-ig_YUB_\mu\frac{\tau_3}{2}\qquad \rho=\frac{1}{1-2\beta}$$

$$\mathcal{L}_{V\phi\phi}=-v\sum_{n=1}^{N_0}\kappa_W^{\phi_n^0}\phi_n^0{\rm tr}[U^\dagger D_\mu U\tau_+]{\rm tr}[U^\dagger D^\mu U\tau_-]-v\sum_{n=1}^{N_0}\frac{1}{4}\kappa_Z^{\phi_n^0}\phi_n^0{\rm tr}[U^\dagger D_\mu U\tau_3]{\rm tr}[U^\dagger D^\mu U\tau_3]$$

$$-v\left(\sum_{n=1}^{N_+}\frac{1}{\sqrt{2}}\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}\phi_n^+{\rm tr}[U^\dagger D_\mu U\tau_-]{\rm tr}[U^\dagger D^\mu U\tau_3]-\sum_{n=1}^{N_{++}}\frac{1}{2}\kappa_W^{\phi_n^{++}}\phi_n^{++}{\rm tr}[U^\dagger D_\mu U\tau_-]{\rm tr}[U^\dagger D^\mu U\tau_-]+h.c.\right)$$

標準模型　$\kappa_W^h=\kappa_Z^h=1\qquad(\phi_1^0\equiv h)$

§2.ヒッグス粒子のゲージ結合定数に関する和則

2.1 ユニタリティー和則

電弱カイラル有効理論を用いて（電弱対称性を保持したまま）、縦波散乱振幅を評価し、ヒッグスのゲージ結合に関する和則を導く。

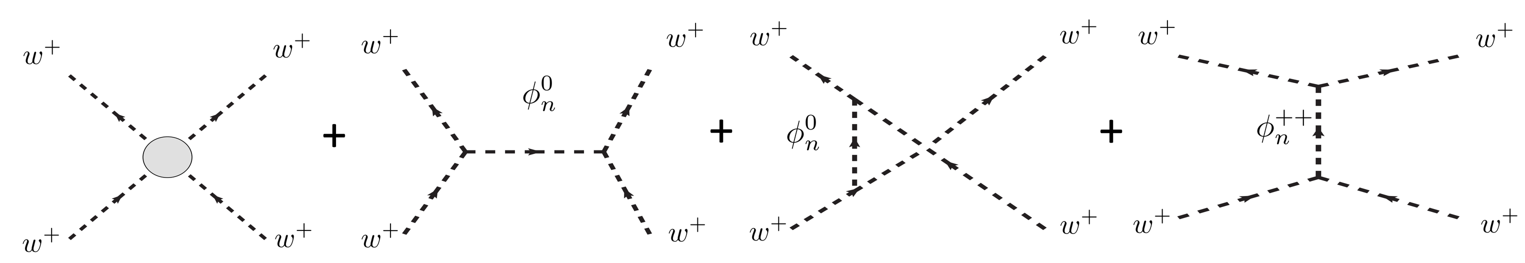
NGボソンの散乱振幅のユニタリティーを評価
∵（縦波ゲージ散乱振幅）～（NGボソン散乱振幅）@高エネルギー　等価定理

NGボソン（縦波）散乱振幅が摂動的であるための条件（@高エネルギー）

ユニタリティー和則（ヒッグスのゲージ結合に関する和則）J.F.Gunion et al(1991)

※J.F Gunion et al(1991)では電弱対称性を保つようなラグランジアンをもとに議論されていない。

例）$w^+w^+\to w^+w^+$



$$\mathcal{M}(w^+w^+\to w^+w^+)\sim\frac{s^2}{v^2}\left\{-4+\frac{3}{\rho}+\sum_{n=1}^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2-\sum_{n=1}^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2\right\}$$

ユニタリティー和則

$$-4+\frac{3}{\rho}+\sum_{n=1}^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2-\sum_{n=1}^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2=0$$

この和則から分かること（ρ=1とする）

$$\underset{(\kappa_W^{\phi_1^0}\equiv\kappa_V)}{1-\kappa_V^2}=\sum_{n=2}^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2-\sum_{n=1}^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2$$

If $\kappa_V<1$　･･･エキストラな中性ヒッグスが摂動的な領域に存在
If $\kappa_V>1$　･･･電荷2を持つ荷電ヒッグスが摂動的な領域に存在
If $\kappa_V=1$･･標準模型ヒッグス以外は摂動的な領域に存在しない

他の縦波散乱過程についても、NGボソンの散乱振幅を評価することにより、ヒッグスのゲージ結合定数に対して関する和則をそれぞれ独立に得る事が出来る。

例）$w^+w^-\to zz$

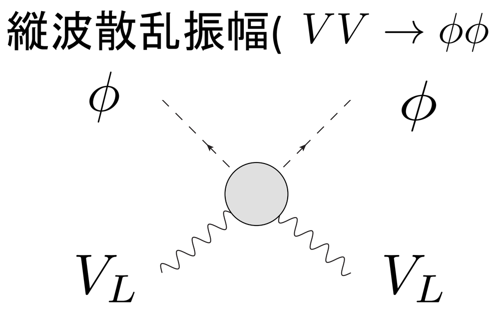
$$\frac{1}{\rho}-\rho\sum_{n=1}^{N_0}\kappa_Z^{\phi_n^0}\kappa_W^{\phi_n^0}+\rho\sum_{n=1}^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2=0$$

電弱対称性を保ちつつ、先行研究[J.F.Gunion,et al.(1991)]と同じ結果を得ることができた。

2.2 Tパラメータ

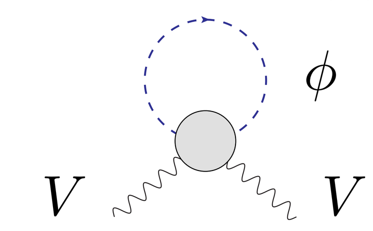
ゲージ対称性をもつ電弱カイラル有効理論を用いると、ρパラメータに対する量子補正（Tパラメータ）を評価することが出来る。以下ではtree levelでρ=1を仮定して、Tパラメータに生じる発散項相殺条件とヒッグス粒子のゲージ結合定数の関係について議論する。

縦波散乱振幅($VV\to\phi\phi$)



ユニタリティー和則

自己エネルギー Π_{VV}



m_ϕ^2 に比例した発散項の相殺条件

$w^+w^-\to\phi\phi$ および $zz\to\phi\phi$ の散乱振幅に関するユニタリティー和則によって、$\Pi_{WW}(p^2=0)$ や $\Pi_{ZZ}(p^2=0)$ に生じる m_ϕ^2 に比例した発散項は相殺するが、ゲージ場の質量に比例する発散は相殺できず、以下のような発散が残る。

$$\alpha T=\frac{\sqrt{2}G_F}{(4\pi)^2}\left\{\left(\sum_n^{N_0}(\kappa_Z^{\phi_n^0})^2-\sum_n^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2+\sum_n^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2-\sum_n^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2\right)\Lambda^2+3\left(\sum_n^{N_0}(\kappa_Z^{\phi_n^0})^2-\sum_n^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2-1\right)m_Z^2\ln\Lambda^2\right.$$

$$\left.+3\left(2\sum_n^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2-\sum_n^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2-\sum_n^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2+1\right)m_W^2\ln\Lambda^2\right\}+{\rm finite}\qquad \boxed{\alpha T=\frac{\Pi_{WW}(p^2=0)}{m_W^2}-\frac{\Pi_{ZZ}(p^2=0)}{m_Z^2}}$$

Tパラメータが大きな量子補正を受けない為にはヒッグスのゲージ結合に関して以下の和則が成立しなければならない

$$\sum_n^{N_0}(\kappa_Z^{\phi_n^0})^2-\sum_n^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2=1$$

$$\sum_n^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2-2\sum_n^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2+\sum_n^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2=1$$

･Doublet-Septet Higgs model
（カストディアル対称性を持たないがTパラメータが大きな量子補正を受けない模型。tree levelでρ=1）
K.Tsumura and J.Hisano (2013)
はこの和則を満たしている。

縦波散乱のユニタリティーから得られる和則とは独立に**新たな和則**を得た。

§3.摂動的な領域に存在するヒッグス粒子に対する制限

3.1 ユニタリティーからの制限

縦波散乱振幅のユニタリティーを評価する事によって、摂動的な領域に存在しうる粒子に対して具体的な模型の詳細に依らない制限を課す。

摂動論的ユニタリティーからの制限

W_LW_L散乱振幅（s波）の実部が1/2を超えない

$$|{\rm Re}(a_0)|\leq\frac{1}{2}\qquad a_0\equiv\frac{1}{32\pi}\int_0^\pi d\cos\theta\mathcal{M}(\cos\theta)$$

3.2 Tパラメータからの制限

縦波散乱振幅に関する和則と、Tパラメータの発散に関する和則の成立を仮定すると、有限量として次のようにTパラメータを計算できる。(tree levelでρ=1とする)

$$\alpha\Delta T\equiv\alpha T-\alpha T_{\rm SM}$$

$$=\frac{\sqrt{2}G_F}{(4\pi)^2}\left\{\sum_{n=1}^{N_0}(\kappa_W^{\phi_n^0})^2G^{W\phi_n^0}-\sum_{n=1}^{N_0}(\kappa_Z^{\phi_n^0})^2G^{Z\phi_n^0}+\sum_{n=1}^{N_+}|\kappa_{WZ}^{\phi_n^+}|^2\left(G^{Z\phi_n^+}-2G^{W\phi_n^+}\right)\right.$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{N_{++}}|\kappa_W^{\phi_n^{++}}|^2G^{W\phi_n^{++}}-\underbrace{\left(G^{Wh^0}-G^{Zh^0}\right)}_{\rm SM}\right\}$$

$$G^{Vj}\equiv F^{Vj}+4m_V^2\left(-1+\frac{m_j^2\ln m_j^2-m_V^2\ln m_V^2}{m_j^2-m_V^2}\right)$$

$$F^{ij}\equiv\frac{m_i^2+m_j^2}{2}+\frac{m_i^2m_j^2}{m_i^2-m_j^2}\ln\frac{m_j^2}{m_i^2}$$

$$\Delta T=0.02^{+0.11}_{-0.12}$$ PDG2013

3.3 結果

$[\kappa_W^h=\kappa_Z^h\equiv\kappa_V\ ,\ \kappa_V=1+\Delta\kappa_V]$

$\Delta\kappa_V<0$

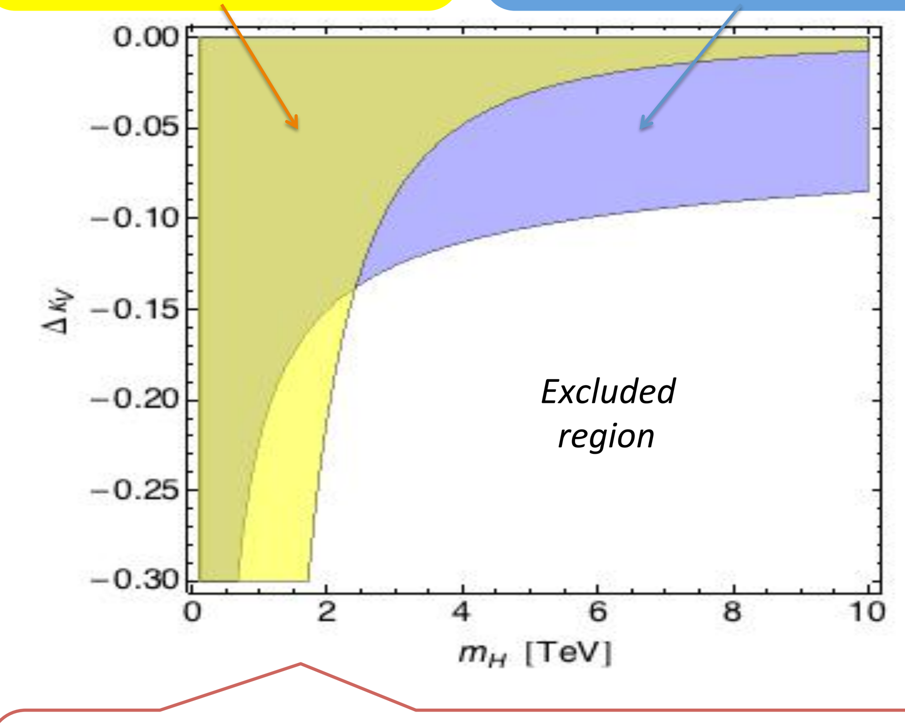
Case1
摂動的な領域に中性ヒッグスが2個（h、H）だけ存在する場合

ユニタリティーからの制限

$$\left|\kappa_V^2\frac{m_h^2}{v^2}+(1-\kappa_V^2)\frac{m_H^2}{v^2}\right|\leq8\pi$$

Tパラメータからの制限

$$\Delta T\sim\frac{3\Delta m_V^2}{(4\pi v)^2\alpha}(1-\kappa_V^2)\ln\frac{m_h^2}{m_H^2}$$



ヒッグス粒子のゲージ結合定数が標準模型から
-5%ずれた場合･･･4TeVまでにエキストラな中性ヒッグスが存在
-10%ずれた場合･･3TeVまでに　　〃
-20%ずれた場合･･1TeVまでに　　〃

$\Delta\kappa_V>0$

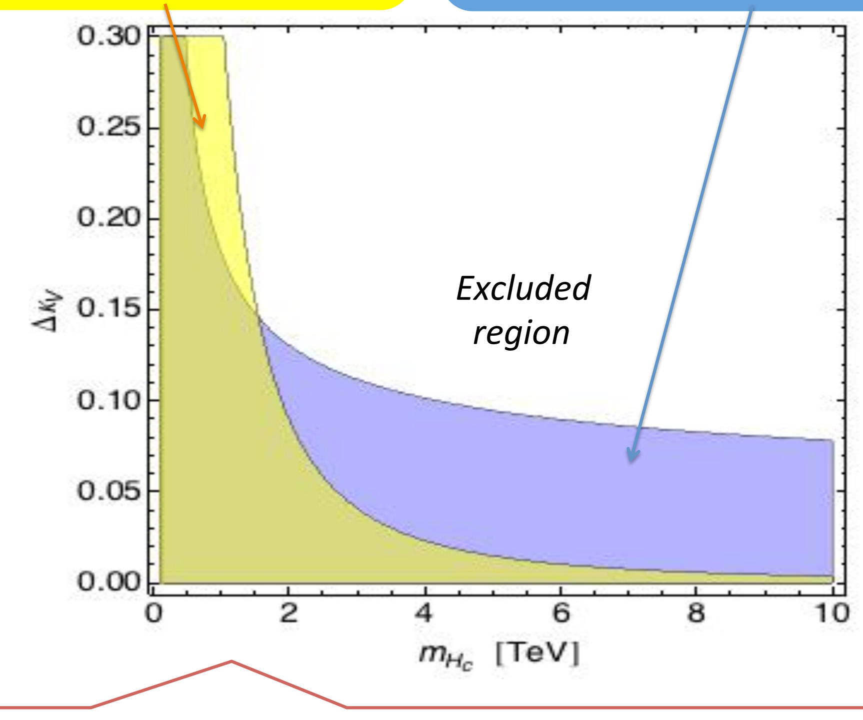
Case2　$(m_{H^+}=m_{H^{++}}\equiv m_{Hc})$
摂動的な領域に中性ヒッグスと荷電ヒッグスが1個ずつ（h、H⁺、H⁺⁺）存在する場合

ユニタリティーからの制限

$$\left|\kappa_V^2\frac{m_h^2}{v^2}+2(\kappa_V^2-1)\frac{m_{H_c}^2}{v^2}\right|\leq8\pi$$

Tパラメータからの制限

$$\Delta T\sim\frac{3\Delta m_V^2}{(4\pi v)^2\alpha}(\kappa_V^2-1)\ln\frac{m_{H_c}^2}{m_h^2}$$



ヒッグス粒子のゲージ結合定数が標準模型から
+5%ずれた場合･･･~3TeVまでに荷電ヒッグスが存在
+10%ずれた場合･･~2TeVまでに　　〃
+20%ずれた場合･･~1TeVまでに　　〃

まとめ

- 電弱カイラル有効理論におけるNGボソンの散乱振幅のユニタリティーから、ヒッグス粒子のゲージ結合に関する関係式が得られた。
- TパラメータがΛ依存性を持たないことを要請すると、ヒッグス粒子のゲージ結合定数に関してユニタリティー和則とは独立な和則が得られた。
- Tパラメータと縦波散乱の摂動論的ユニタリティーを評価することにより、摂動的な領域に存在し得るヒッグス粒子に関して制限を課した。