格子上のエネルギー運動量テンソルとその応用

伊藤 悦子(KEK)

基研研究会　素粒子物理学の進展2015
2015/9/17

共同研究者

FlowQCD collaboration

浅川、北沢 (大阪大学)

初田（理研）

入谷(Stony Brook)

伊藤 (KEK)

鈴木(九州大学)

参考文献

H.Suzuki PTEP 2013, no8, 083B03 + Erratum

FlowQCD coll. Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501 + Erratum

FlowQCD coll. arXiv:1503.06516

共同研究者

FlowQCD collaboration

浅川、北沢 (大阪大学)

初田（理研）

入谷(Stony Brook)

伊藤 (KEK)

鈴木(九州大学)

参考文献

H.Suzuki PTEP 2013, no8, 083B03 + Erratum

FlowQCD coll. Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501 + Erratum

FlowQCD coll. arXiv:1503.06516

格子シミュレーションを使って
エネルギー運動量テンソルを
どう測るか？

2010年ごろ…

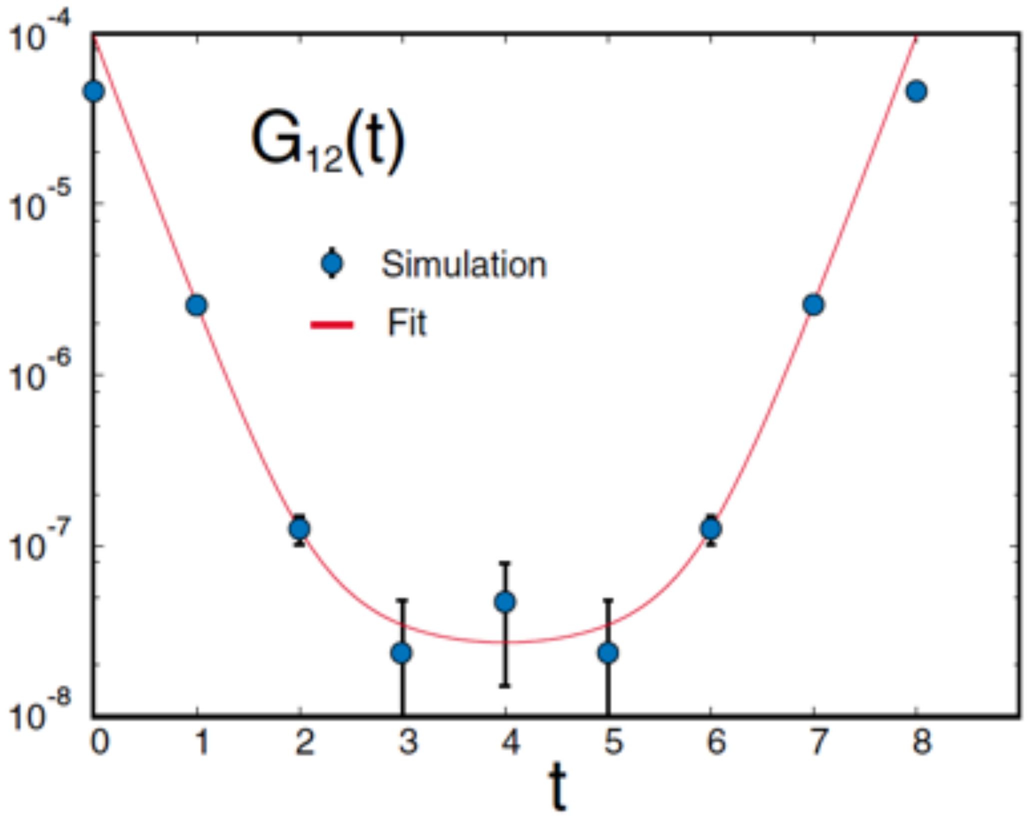
大野木さん＠阪大

2010年ごろ…

大野木さん@阪大

「格子上でエネルギー運動量テンソルを測る研究は死屍累々です」

$$\langle T_{12}(t) T_{12}(0) \rangle$$



A.Nakamura and S.Sakai
PRL94(2005)072305

- 格子上で一般座標変換不変性がない
- 真空と同じ量子数のためnoisy

クエンチ近似QCD
Ns=24, Nt=8
800,000配位

基本的なアイデア

量子場の理論

(UV発散あり)

摂動論で次元正則化

+YM gradient flow

(一般座標変換不変性あり)

格子正則化

+Wilson flow

(a->0を取る)

有限な flow timeでは、UV finite!

有限量同士なので、繰り込んだもの同士は、同じものになるはず

(摂動論的に関係づける。非摂動領域でもこれが成り立つと仮定。)

YM gradient flowとは？

Flow方程式

Luescher, JHEP 1008, 071 (2010)

$$\partial_t B_\mu(t,x) = D_\nu G_{\nu\mu}(t,x)$$

t: flow time; 質量次元 -2

t=0での初期条件

$$B_\mu(t=0,x) = A_\mu(x)$$

特徴と応用

Luescher, (Lattice2013) arXiv:1308.5598

- topological charge の測定
- scale setting (t0, w0)
- 新しいrenormalized couplingの定義
- UV finite (特にゲージ場に波動関数くりこみが要らない)
- chiral condensateの計算

YM gradient flowとは？

Flow方程式

Luescher, JHEP 1008, 071 (2010)

Yang–Mills gradient flow (continuum theory)

$$\partial_t B_\mu(t,x) = D_\nu G_{\nu\mu}(t,x) = \Delta B_\mu(t,x) + \cdots , \qquad B_\mu(t=0,x) = A_\mu(x)$$

Wilson flow (lattice theory)

$$\partial_t V(t,x,\mu) V(t,x,\mu)^{-1} = -g_0^2 \partial S_{\mathrm{Wilson}}, \qquad V(t=0,x,\mu) = U(x,\mu)$$

リンク変数 $U(x,\mu) = e^{ig_0 A_\mu}$

UV finiteness of the gradient flow

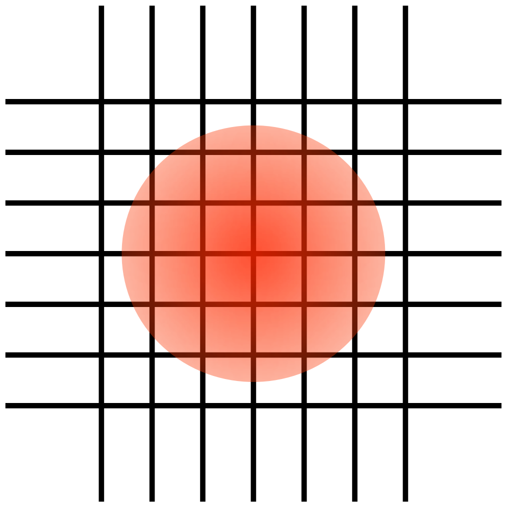
Flow方程式 (continuum)

$$\partial_t B_\mu(t,x) = D_\nu G_{\nu\mu}(t,x)$$

初期条件: $B_\mu(t=0,x) = A_\mu(x)$

摂動展開のleading orderの解

$$B_\mu(t,x) = \int d^D y K_t(x-y) A_\mu(y)$$



$$K_t(z) = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} e^{ipz} e^{-tp^2}$$

$p^2 > 1/t$ のモードを抑える(smoothなUVcutoffの役割)

$|x| < \sqrt{8t}$ の領域をsmearする

flow timeを``次元”とした拡張した時空でのall orderの摂動計算でも有限性が示された。

Luescher and Weisz, JHEP 1102, 051(2011)

UV finiteness of the gradient flow

全ての相関関数が有限 $\langle B_\mu(t,x)B_\nu(t',x')\cdots\rangle$

$t'\to t, x'\to x$ の極限でも新しい発散項が出てこない！

複合演算子にしても波動関数くりこみがいらない

gradient flowした場の性質

$$B_\mu(t,x)B_\nu(t,x)|_{dim.reg.} = B_\mu(t,x)B_\nu(t,x)|_{latt.}$$

普通は、新たな発散項がでてこのような性質は成り立たない

$$(A_\mu(t,x))_R(A_\nu(t,x))_R|_{dim.reg.} \neq (A_\mu(t,x))_R(A_\nu(t,x))_R|_{latt}$$

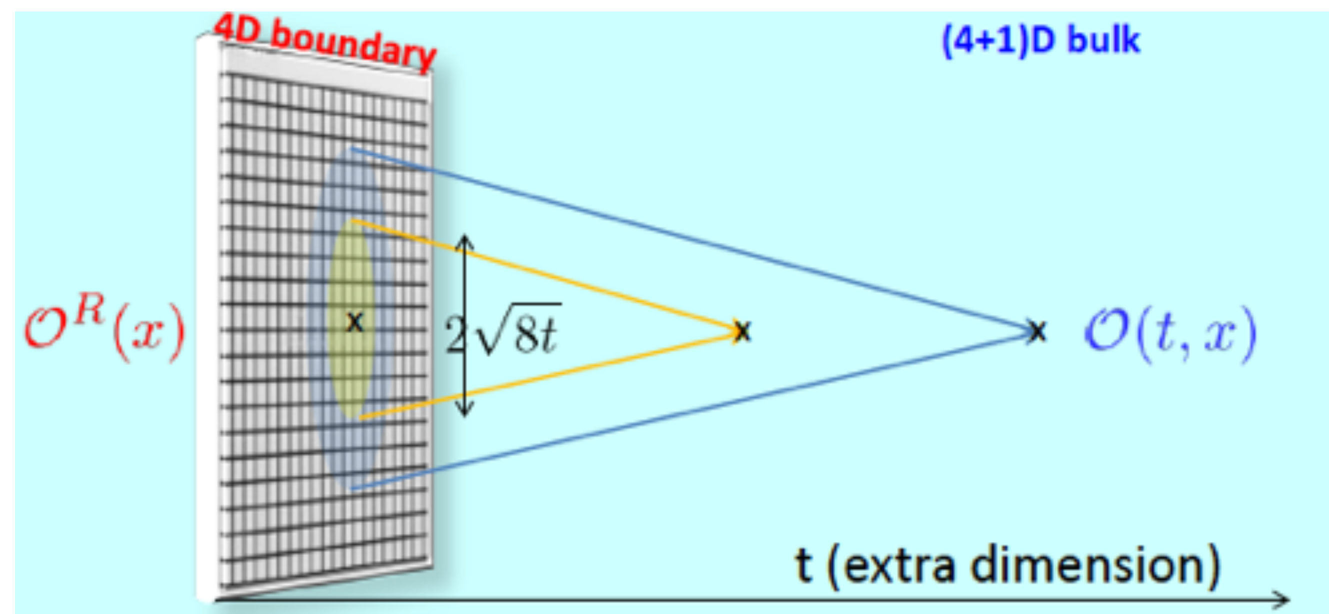
``Suzuki method”

- small flow time expansion -

flow させた場で２つの次元４の演算子(有限)

$$U_{\mu\nu}(t,x) \equiv G^a_{\mu\rho}(t,x)G^a_{\nu\rho}(t,x) - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}G^a_{\rho\sigma}(t,x)G^a_{\rho\sigma}(t,x)$$

$$E(t,x) \equiv \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}(t,x)G^a_{\mu\nu}(t,x)$$



t->0近傍で、tのべきで展開

一般座標変換不変性、CP evenを仮定するとleadingはEMTでかける

$$U_{\mu\nu}(t,x) = \alpha_U(t)\left[\{T_{\mu\nu}\}_R(x) - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}\{T_{\rho\rho}\}_R(x)\right] + O(t),$$

$$E(t,x) = \langle E(t,x)\rangle + \alpha_E(t)\{T_{\rho\rho}\}_R(x) + O(t),$$

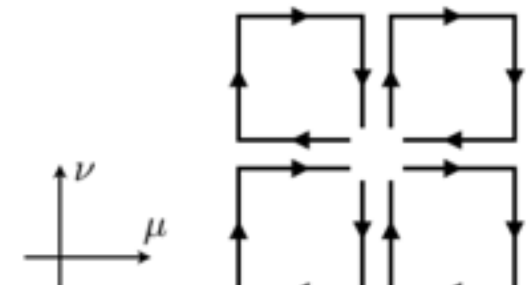
``Suzuki method"
for pure gauge theory

Suzuki, PTEP 2013, no8, 083B03

関係式・・・格子上の次元4の演算子と繰り込んだEMTの関係

$$U_{\mu\nu}(t,x) = \alpha_U(t)\left[\{T_{\mu\nu}\}_R(x) - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}\{T_{\rho\rho}\}_R(x)\right] + O(t),$$

$$E(t,x) = \langle E(t,x)\rangle + \alpha_E(t)\{T_{\rho\rho}\}_R(x) + O(t),$$



係数・・・繰り込んだ結合定数、beta関数の係数などでかける

$$\alpha_U(t)(g;\mu) = g^2\left\{1 + 2b_0\left[\ln(\sqrt{8t}\mu) + s_1\right]g^2 + O(g^4)\right\},$$

$$\alpha_E(t)(g;\mu) = \frac{1}{2b_0}\left\{1 + 2b_0 s_2 g^2 + O(g^4)\right\},$$

b_0 1-loop beta関数の係数　　MSbar schemeの時

$$s_1 = 0.03296\ldots$$
$$s_2 = 0.19783\ldots$$

``Suzuki method”
for pure gauge theory

Suzuki, PTEP 2013, no8, 083B03

関係式･･･格子上の次元4の演算子と繰り込んだEMTの関係

$$U_{\mu\nu}(t,x) = \alpha_U(t)\left[\{T_{\mu\nu}\}_R(x) - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}\{T_{\rho\rho}\}_R(x)\right] + O(t),$$

$$E(t,x) = \langle E(t,x)\rangle + \alpha_E(t)\{T_{\rho\rho}\}_R(x) + O(t),$$

係数･･･繰り込んだ結合定数、beta関数の係数などでかける

$$\alpha_U(t)(g;\mu) = g^2\left\{1 + 2b_0\left[\ln(\sqrt{8t}\mu) + s_1\right]g^2 + O(g^4)\right\},$$

$$\alpha_E(t)(g;\mu) = \frac{1}{2b_0}\left\{1 + 2b_0 s_2 g^2 + O(g^4)\right\},$$

b_0 1-loop beta関数の係数　　MSbar schemeの時

$$s_1 = -0.0863575$$
$$s_2 = 0.05578512$$

導出方法

普通のLattice QCD

Step 1

モンテカルロ・シミュレーションでゲージ配位を作る。

Step 2

生成したゲージ配位を使って、測りたい演算子の期待値を測定する。

Step 3

連続極限を取って、物理量を得る。

導出方法

Suzuki method

Step 1

t=0でゲージ配位を作る。

Step 2

Wilson flow方程式を解いて、flow time (t)でのゲージ配位を作る。
ただし、 $a \ll \sqrt{8t} \ll \Lambda_{QCD}^{-1} \text{ or } T^{-1}$

Step 3

flowさせたゲージ配位を使って、$U_{\mu\nu}(t,x), E(t,x)$ を測定する。

Step 4

連続極限を取って、t->0の極限を取る。
(ただし、Step 2で書いた t の下限に気をつける。)

$$T^R_{\mu\nu}(x) = \lim_{t\to 0}\left\{\frac{1}{\alpha_U(t)}U_{\mu\nu}(t,x) + \frac{\delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)}[E(t,x) - \langle E(t,x)\rangle_0]\right\}$$

EMTの一点関数から有限温度系のtrace anomalyとエントロピー密度を出してみる

Asakawa, Hatsuda, E.I., Kitazawa, Suzuki (FlowQCD coll.)
Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501

Simulation setup

- Wilson plaquette gauge action
- lattice size (Ns=32, Nt=6,8,10,32)
- 統計数 (100 - 300配位)
- simulation parameters

N_τ	6	8	10	T/T_c
β	6.20	6.40	6.56	1.65
	6.02	6.20	6.36	1.24
	5.89	6.06	6.20	0.99

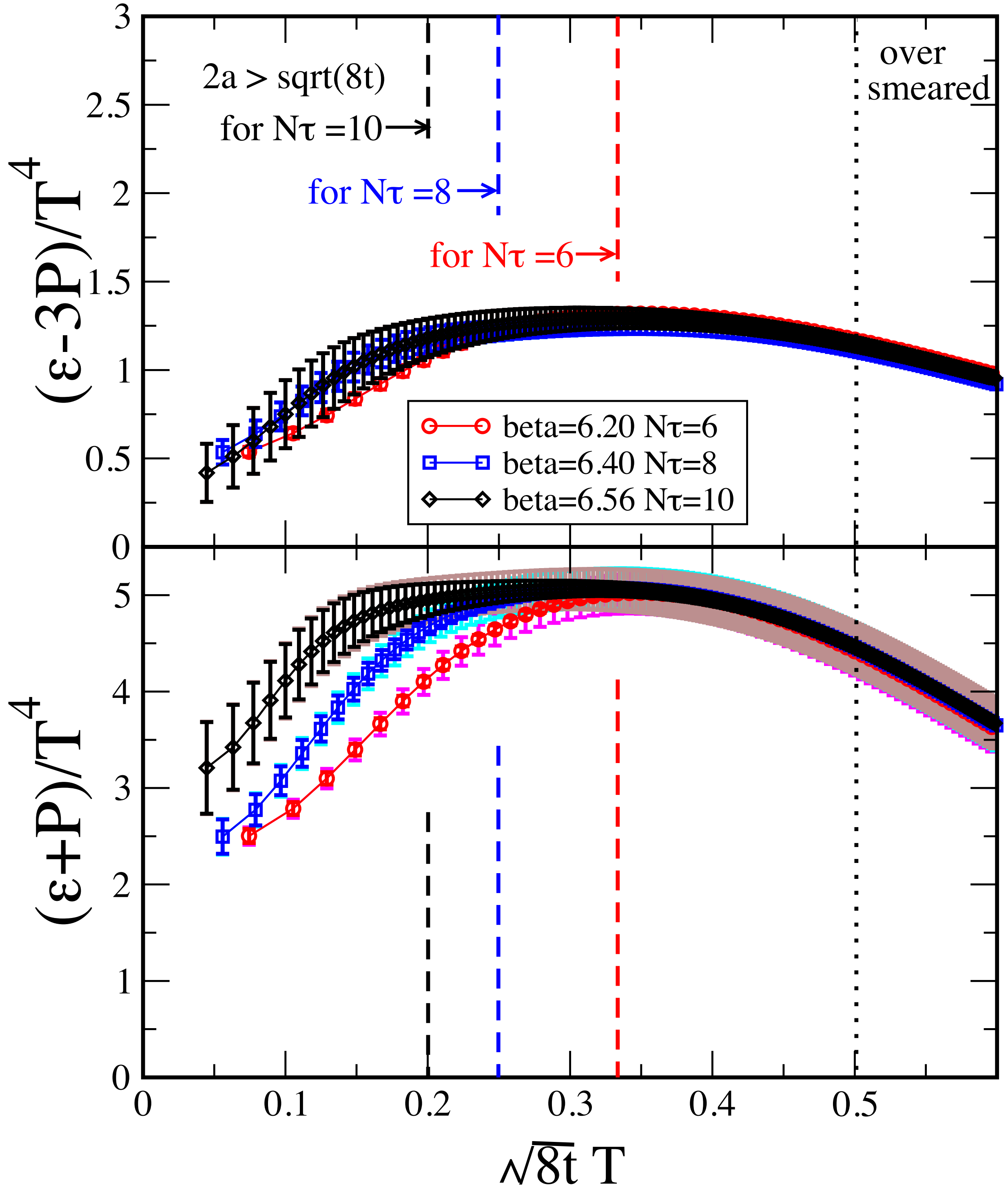
温度はBoyd et. al. NPB469,419 (1996)で決定

連続極限の定義は、Sommer scaleをreferenceに
alpha collaboration NPB538,669 (1999)で決定

$$\ln(a/r_0) = -1.6805 - 1.7139(\beta - 6) + 0.8155(\beta - 6)^2 - 0.6667(\beta - 6)^3$$

$$\beta = 6/g_0^2$$

flow time依存性
(T=1.65Tc)



$$\varepsilon - 3P = -\langle T^R_{\mu\mu}(x)\rangle$$

$$\varepsilon + P = -\langle T^R_{00}(x)\rangle + \frac{1}{3}\sum_{i=1,2,3}\langle T^R_{ii}(x)\rangle$$

有効な領域

格子間隔(lattice cutoff)が見えない領域

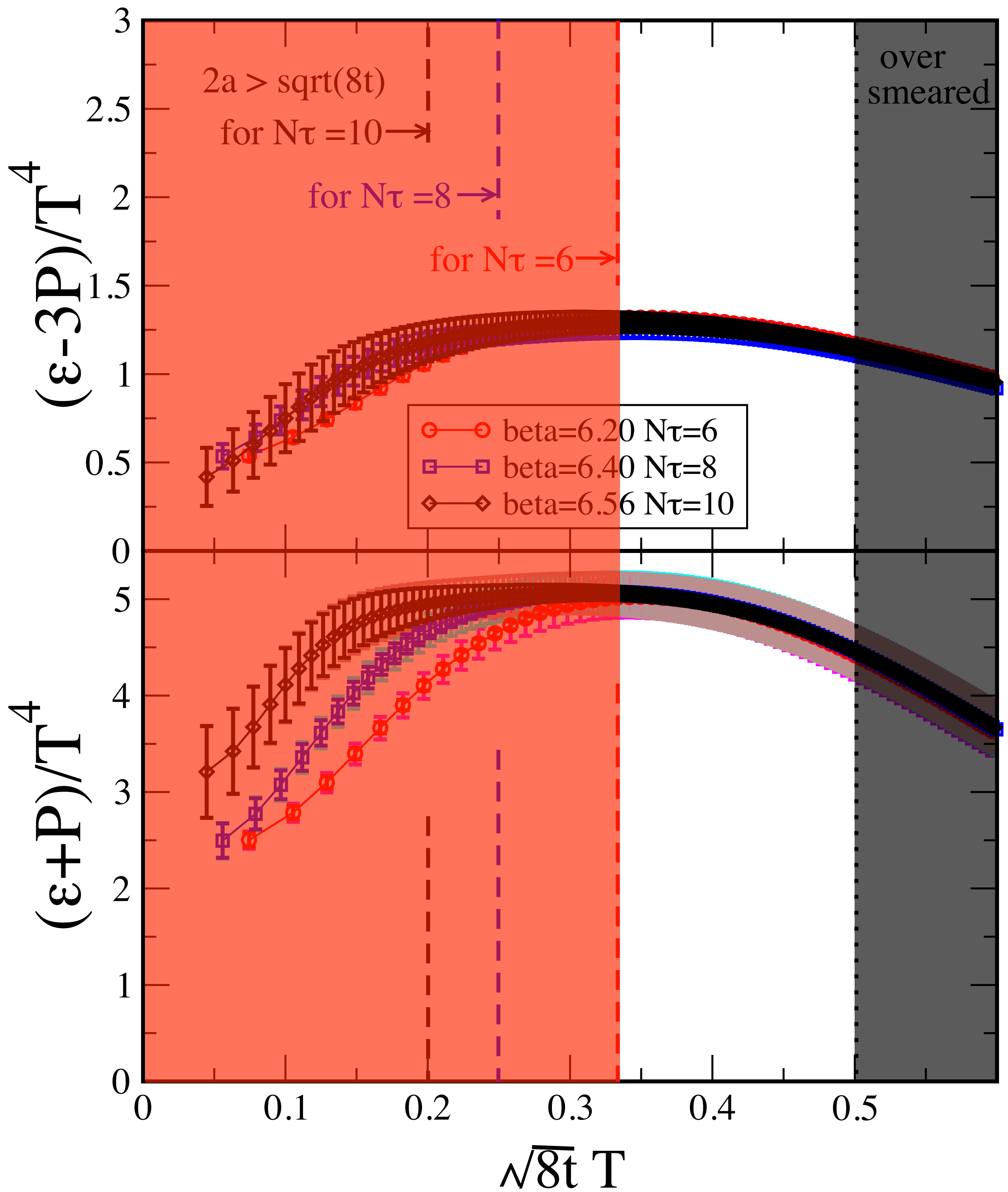
oversmearingにならない領域

$$2a < \sqrt{8t} < N_\tau a/2$$

- 有効な領域では、プラトーに見える (高次演算子は小さい？)
- Practicalに t-> 0を取る必要なし
- 連続極限に近いデータほど、小さいtが有効
- エントロピー密度は系統誤差(scale setting)が支配的

濃い色は統計誤差のみ、薄い色は系統誤差を含む

flow time依存性
(T=1.65Tc)



$$\varepsilon - 3P = -\langle T^R_{\mu\mu}(x)\rangle$$

$$\varepsilon + P = -\langle T^R_{00}(x)\rangle + \frac{1}{3}\sum_{i=1,2,3}\langle T^R_{ii}(x)\rangle$$

有効な領域

格子間隔(lattice cutoff)が見えない領域

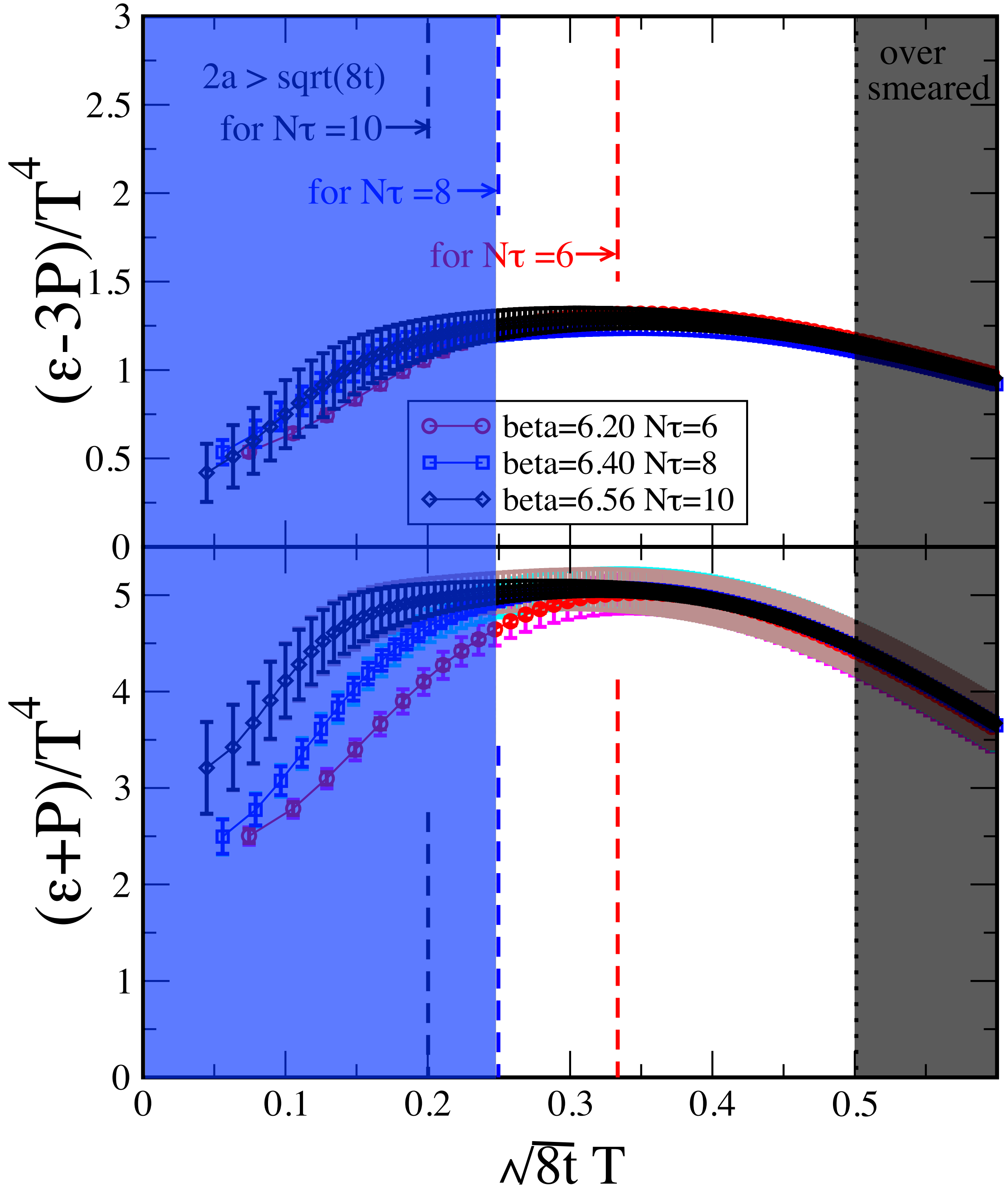
oversmearingにならない領域

$$2a < \sqrt{8t} < N_\tau a/2$$

- 有効な領域では、プラトーに見える (高次演算子は小さい？)
- Practicalに t-> 0を取る必要なし
- 連続極限に近いデータほど、小さいtが有効
- エントロピー密度は系統誤差(scale setting)が支配的

濃い色は統計誤差のみ、薄い色は系統誤差を含む

flow time依存性
(T=1.65Tc)



$$\varepsilon - 3P = -\langle T^R_{\mu\mu}(x)\rangle$$

$$\varepsilon + P = -\langle T^R_{00}(x)\rangle + \frac{1}{3}\sum_{i=1,2,3}\langle T^R_{ii}(x)\rangle$$

有効な領域

格子間隔(lattice cutoff)が見えない領域

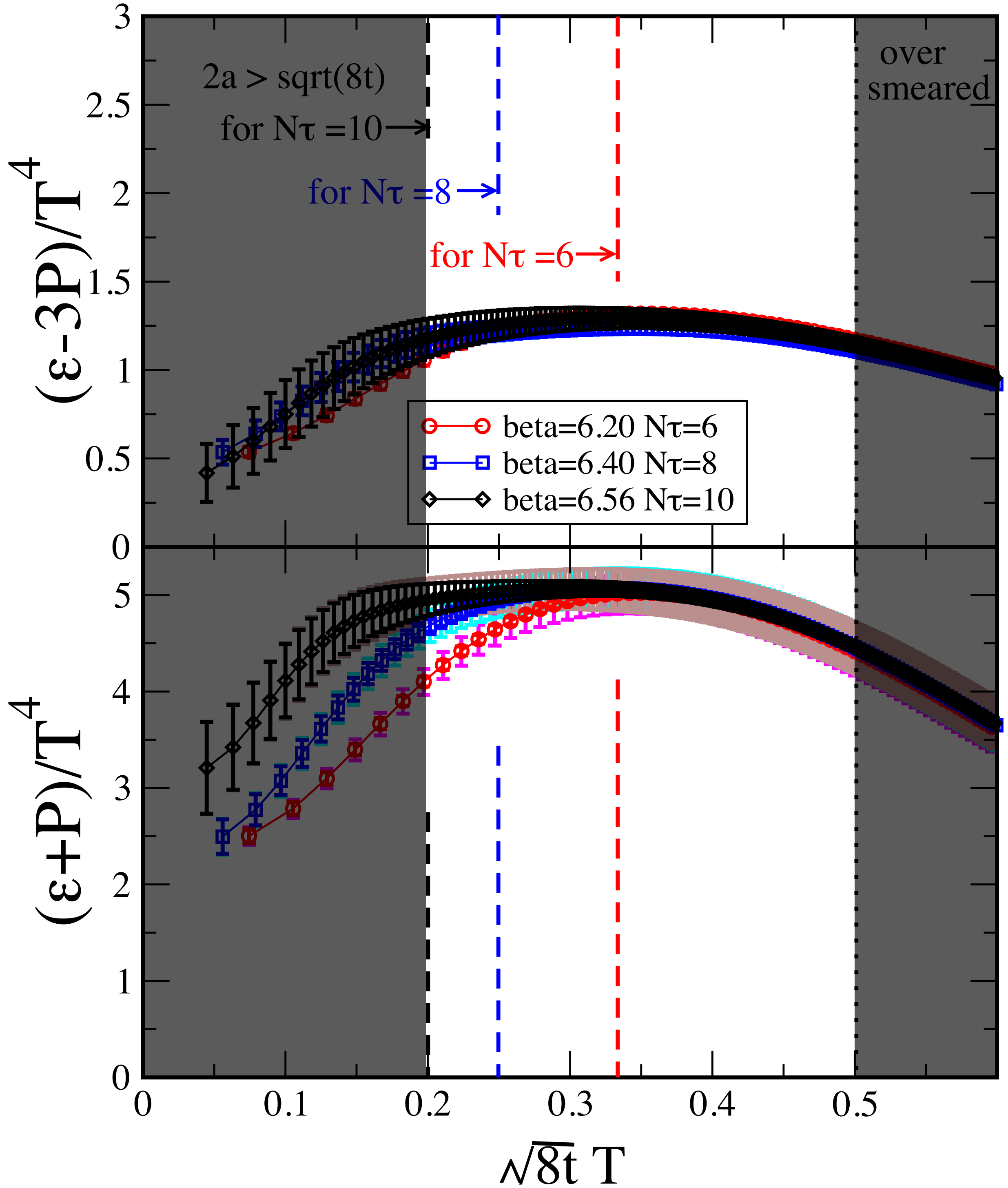
oversmearingにならない領域

$$2a < \sqrt{8t} < N_\tau a/2$$

- 有効な領域では、プラトーに見える
  (高次演算子は小さい？)
- Practicalに t-> 0を取る必要なし
- 連続極限に近いデータほど、小さいtが有効
- エントロピー密度は系統誤差(scale setting)が支配的

濃い色は統計誤差のみ、薄い色は系統誤差を含む

flow time依存性
(T=1.65Tc)



$$\varepsilon - 3P = -\langle T^R_{\mu\mu}(x)\rangle$$

$$\varepsilon + P = -\langle T^R_{00}(x)\rangle + \frac{1}{3}\sum_{i=1,2,3}\langle T^R_{ii}(x)\rangle$$

有効な領域

格子間隔(lattice cutoff)が見えない領域

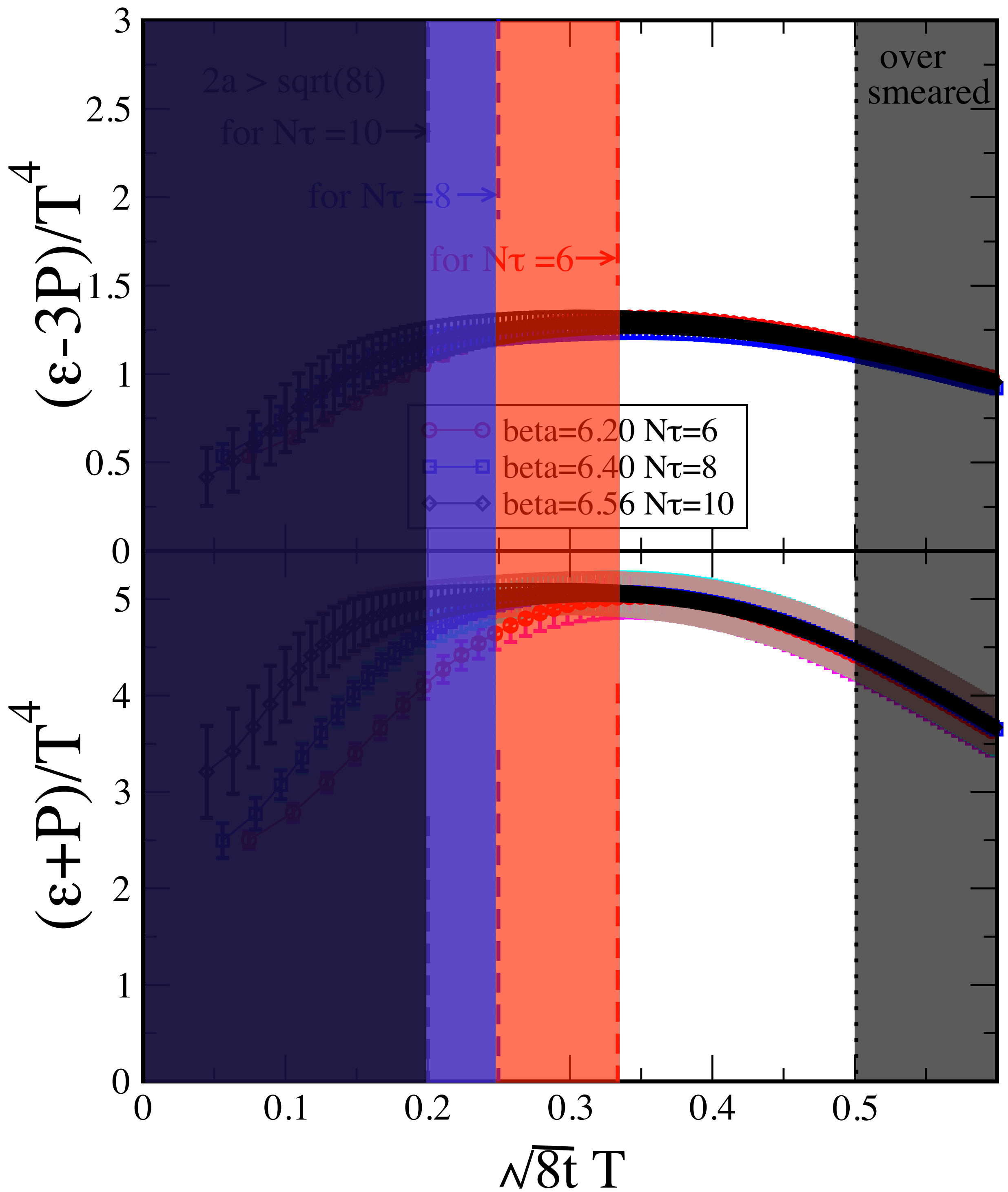
oversmearingにならない領域

$$2a < \sqrt{8t} < N_\tau a/2$$

- 有効な領域では、プラトーに見える (高次演算子は小さい？)
- Practicalに t-> 0を取る必要なし
- 連続極限に近いデータほど、小さいtが有効
- エントロピー密度は系統誤差(scale setting)が支配的

濃い色は統計誤差のみ、薄い色は系統誤差を含む

flow time依存性
(T=1.65Tc)



$$\varepsilon - 3P = -\langle T^R_{\mu\mu}(x)\rangle$$

$$\varepsilon + P = -\langle T^R_{00}(x)\rangle + \frac{1}{3}\sum_{i=1,2,3}\langle T^R_{ii}(x)\rangle$$

有効な領域

格子間隔(lattice cutoff)が見えない領域

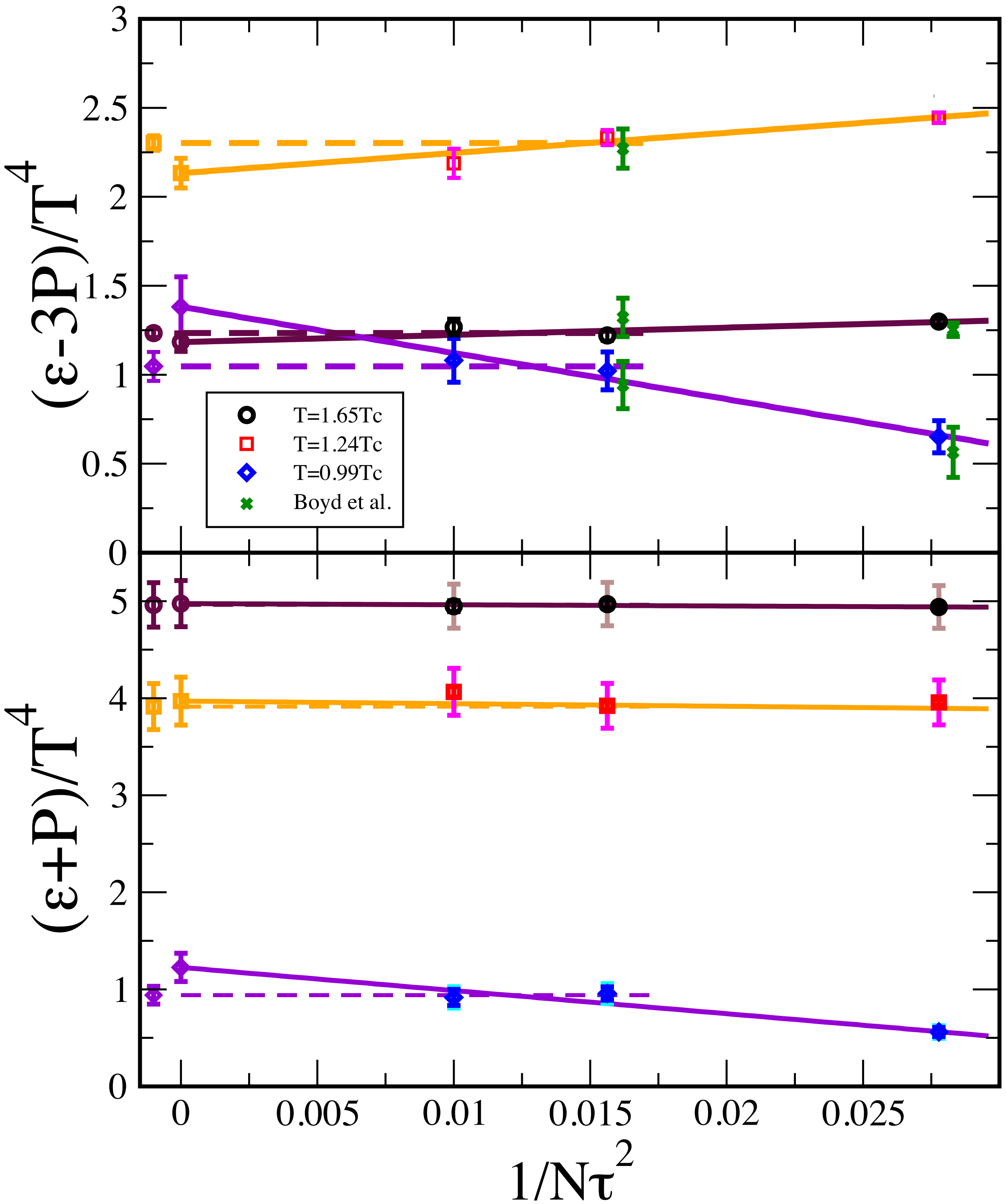
oversmearingにならない領域

$$2a < \sqrt{8t} < N_\tau a/2$$

- 有効な領域では、プラトーに見える
(高次演算子は小さい？)
- Practicalに t-> 0を取る必要なし
- 連続極限に近いデータほど、小さいtが有効
- エントロピー密度は系統誤差(scale setting)が支配的

濃い色は統計誤差のみ、薄い色は系統誤差を含む

連続極限の様子



$\sqrt{8t}T = 0.4$ でのデータの連続極限

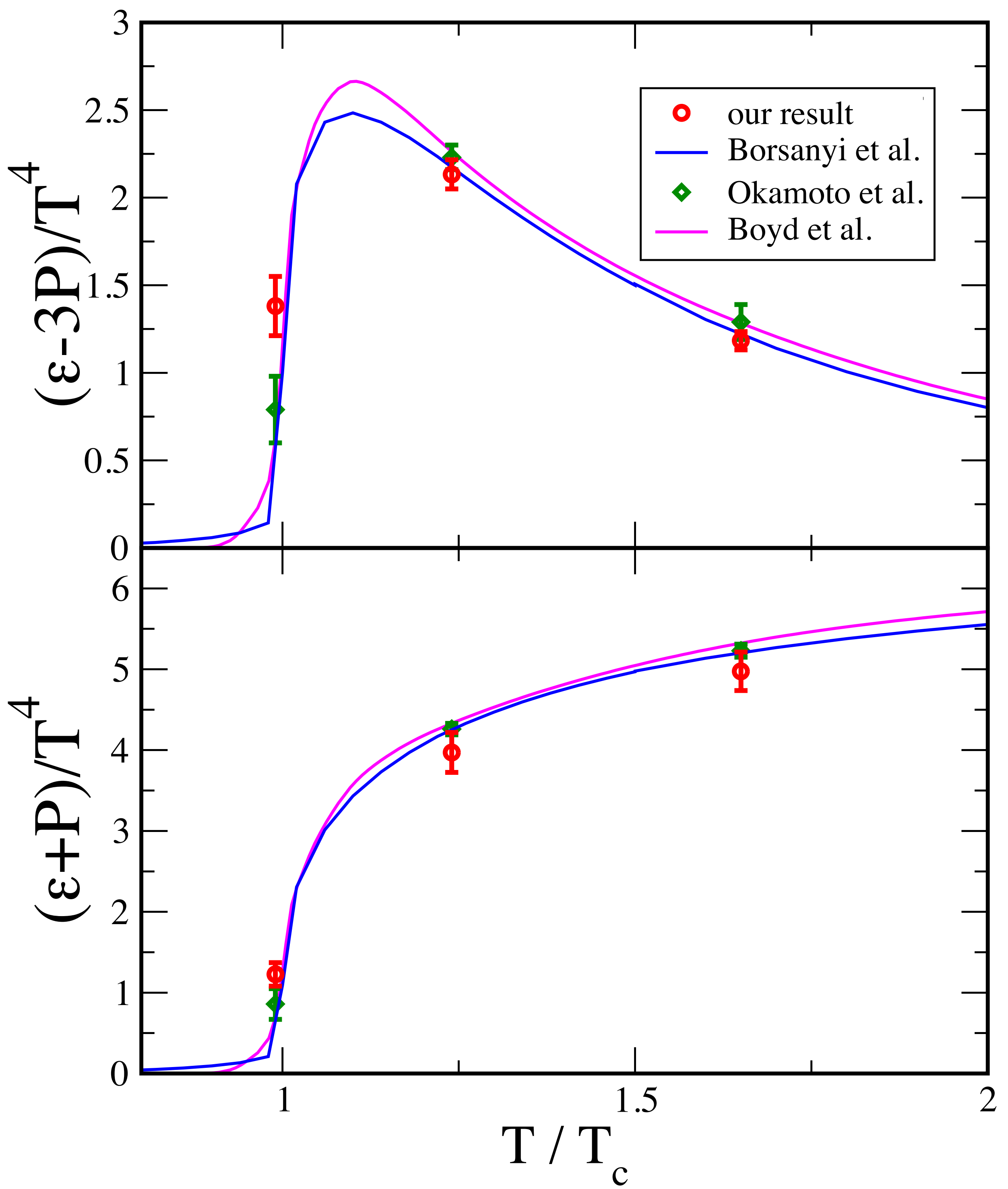
- Boyd et.al.との生データの比較
  (2-3倍高精度)

- 3 点のデータを線形関数で外挿

- 連続極限に近いデータ 2 点で定数フィット
  (系統誤差)

- 有効な領域内では、flow timeを変えても結果は無矛盾

積分法との比較

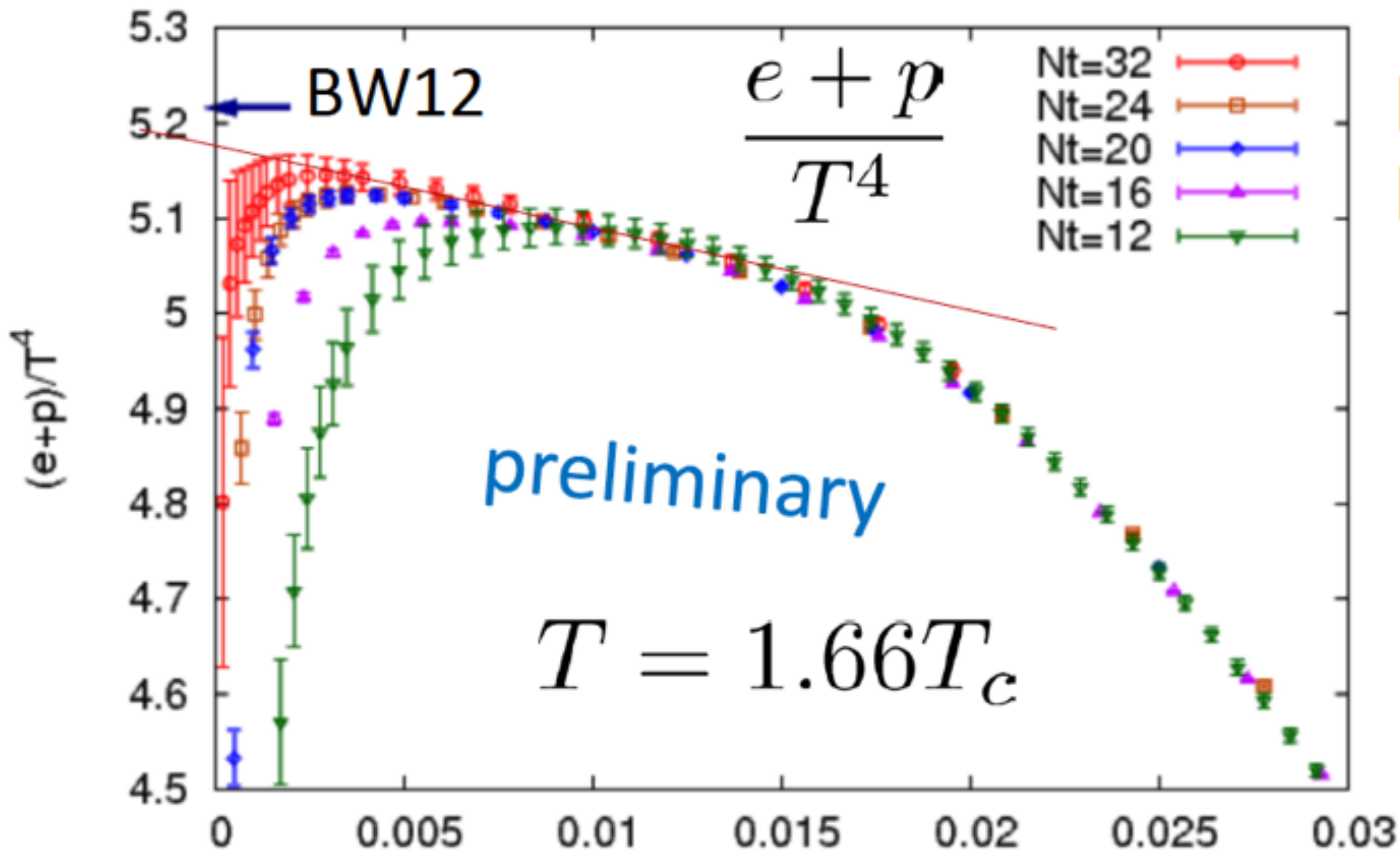


Boyd et. al.
NPB469,419 (1996)

Okamoto et. al. (CP-PACS)
PRD60, 094510 (1999)

Borsanyi et. al.
JHEP 1207, 056 (2012)

精密計算(preliminary)



より細かい格子間隔で計算を実行中

細かい格子間隔のデータはより小さなflow timeのデータを使うことができる
O(t)の補正が見える(a->0、t->0の２つの外挿が必要)

(2+1)flavor QCD

WHOT QCD collaboration
梅田、谷口、金谷
+
JLQCD/CP-PACS collaboration

導出方法

pure YMの場合

Step 1

t=0でゲージ配位を作る。

Step 2

Wilson flow方程式を解いて、flow time (t)でのゲージ配位を作る。
ただし、 $a \ll \sqrt{8t} \ll \Lambda_{QCD}^{-1} \text{ or } T^{-1}$

Step 3

flowさせたゲージ配位を使って、$U_{\mu\nu}(t,x), E(t,x)$ を測定する。

Step 4

連続極限を取って、t->0の極限を取る。
(ただし、Step 2で書いた t の下限に気をつける。)

$$T^R_{\mu\nu}(x) = \lim_{t\to 0}\left\{ \frac{1}{\alpha_U(t)} U_{\mu\nu}(t,x) + \frac{\delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)}\left[E(t,x) - \langle E(t,x)\rangle_0\right]\right\}$$

導出方法

full QCDの場合

Step 1

t=0でゲージ配位を作る。

With fermion

Step 2

Wilson flow方程式を解いて、flow time (t)でのゲージ配位を作る。

ただし、 $a \ll \sqrt{8t} \ll \Lambda_{QCD}^{-1}$ or T^{-1}

With fermion flow

M.Luescher, JHEP 04 (2013) 123

Step 3

flowさせたゲージ配位を使って、$U_{\mu\nu}(t,x), E(t,x)$ を測定する。

Add operators with fermion

H.Makino and H.Suzuki, PTEP 2014 (2014) 6, 063B02

Step 4

連続極限を取って、t->0の極限を取る。

(ただし、Step 2で書いた t の下限に気をつける。)

$$T_{\mu\nu}^{R}(x) = \lim_{t\to 0}\left\{ \frac{1}{\alpha_U(t)} U_{\mu\nu}(t,x) + \frac{\delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)}\left[E(t,x) - \langle E(t,x)\rangle_0\right]\right\}$$

Fermion flow

M.Luescher, JHEP 04 (2013) 123

t

Gauge flow

$$\partial_t V_t = Z(V_t) V_t,$$

Fermion (adjoint) flow

$$\partial_t \chi_t = \Delta(V_t) \chi_t,$$

initial cond. $\xi_t^{\epsilon}(x) = \eta(x),$

Runge-Kutta step

$$W_3 = \exp\{\tfrac{3}{4} Z_2 - \tfrac{8}{9} Z_1 + \tfrac{17}{36} Z_0\} W_2,$$

$$W_2 = \exp\{\tfrac{8}{9} Z_1 - \tfrac{17}{36} Z_0\} W_1,$$

$$W_1 = \exp\{\tfrac{1}{4} Z_0\} W_0,$$

$$W_0 = V_t,$$

Runge-Kutta step

$$\lambda_3 = \xi_{s+\epsilon}^{\epsilon},$$

$$\lambda_2 = \tfrac{3}{4} \Delta_2 \lambda_3,$$

$$\lambda_1 = \lambda_3 + \tfrac{8}{9} \Delta_1 \lambda_2,$$

$$\lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_2 + \tfrac{1}{4} \Delta_0 (\lambda_1 - \tfrac{8}{9} \lambda_2)$$

initial cond. $V|_{t=0} = U$

operators with fermion

H.Makino and H.Suzuki, PTEP 2014 (2014) 6, 063B02

$$
\begin{aligned}
\{T_{\mu\nu}\}_R(x) = c_1(t)&\left[\tilde{\mathcal{O}}_{1\mu\nu}(t,x) - \frac{1}{4}\tilde{\mathcal{O}}_{2\mu\nu}(t,x)\right] \\
&+ c_2(t)\left[\tilde{\mathcal{O}}_{2\mu\nu}(t,x) - \left\langle \tilde{\mathcal{O}}_{2\mu\nu}(t,x)\right\rangle\right] \\
\text{added}\ \left\{ \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right. &+ c_3(t)\left[\tilde{\mathcal{O}}_{3\mu\nu}(t,x) - 2\tilde{\mathcal{O}}_{4\mu\nu}(t,x) - \left\langle \tilde{\mathcal{O}}_{3\mu\nu}(t,x) - 2\tilde{\mathcal{O}}_{4\mu\nu}(t,x)\right\rangle\right] \\
&+ c_4(t)\left[\tilde{\mathcal{O}}_{4\mu\nu}(t,x) - \left\langle \tilde{\mathcal{O}}_{4\mu\nu}(t,x)\right\rangle\right] \\
&+ c_5(t)\left[\tilde{\mathcal{O}}_{5\mu\nu}(t,x) - \left\langle \tilde{\mathcal{O}}_{5\mu\nu}(t,x)\right\rangle\right] + O(t),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{O}_{3\mu\nu}(x) &\equiv \bar{\psi}(x)\left(\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu + \gamma_\nu \overleftrightarrow{D}_\mu\right)\psi(x), \\
\mathcal{O}_{4\mu\nu}(x) &\equiv \delta_{\mu\nu}\bar{\psi}(x)\overleftrightarrow{\not{D}}\psi(x), \\
\mathcal{O}_{5\mu\nu}(x) &\equiv \delta_{\mu\nu} m_0 \bar{\psi}(x)\psi(x).
\end{aligned}
$$

本質的には以下の2種類

$$
t^r_{\mu\nu}(t) \equiv \frac{1}{N_\Gamma}\sum_x \left\langle \bar{\chi}_r(t,x)\gamma_\mu\left(D_\nu - \overleftarrow{D}_\nu\right)\chi_r(t,x)\right\rangle,
$$

$$
s^r(t) \equiv \frac{1}{N_\Gamma}\sum_x \langle \bar{\chi}_r(t,x)\chi_r(t,x)\rangle,
$$

Lattice setup

- Iwasaki gauge action + improved Wilson fermion
- lattice size (Ns=32, Nt=8)
- m_ps/m_v=0.6337(38) for u,d quarks
- m_ps/m_v=0.7377(28) for s quark
- each configuration is separated by 100 MC trj.

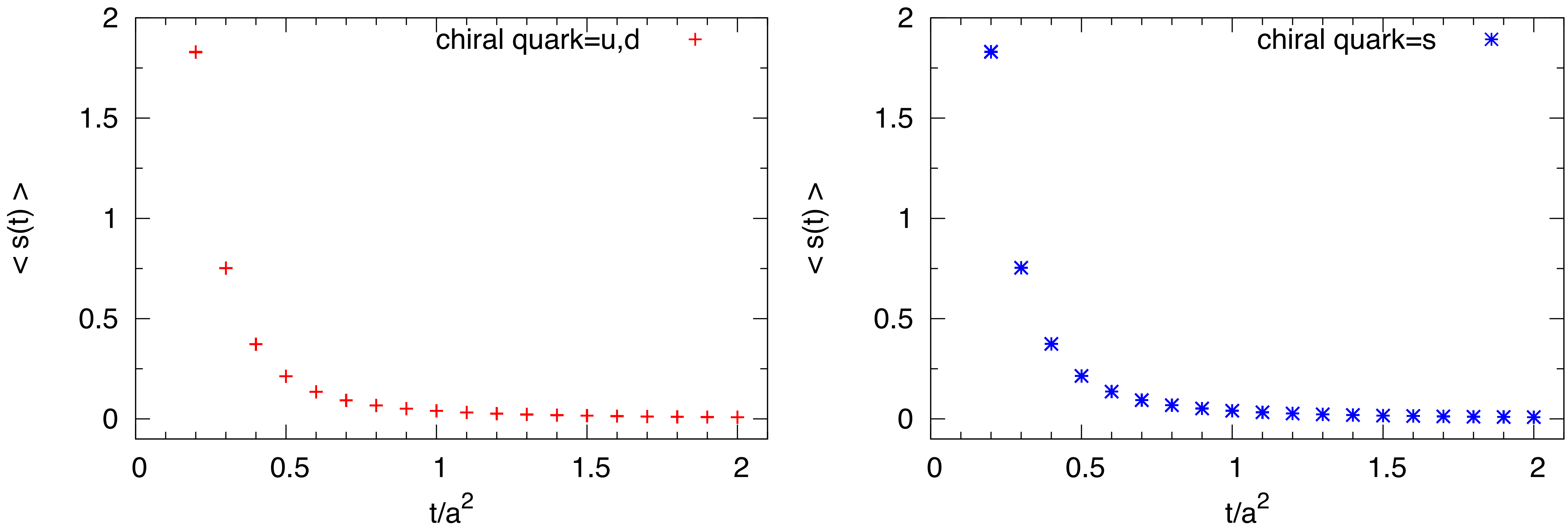
Parametrization is given by
T.Umeda et.al. for WHOT-QCD coll., Phys.Rev.D85,094508(2012)

preliminary results

T=280MeV

Nt=8, beta=1.9728, c_sw=1.66922, kappa_ud=0.136147, kappa_s=0.135417

$$s^r(t) \equiv \frac{1}{N_\Gamma}\sum_x \langle \bar{\chi}_r(t,x)\chi_r(t,x)\rangle$$



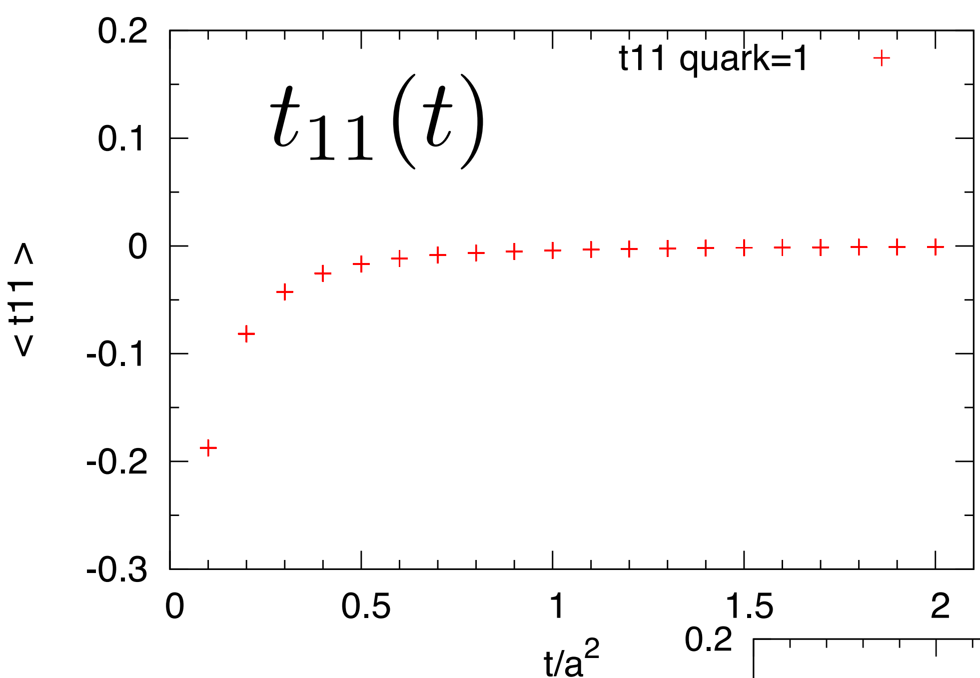
シグナルがとれている(配位数10個)

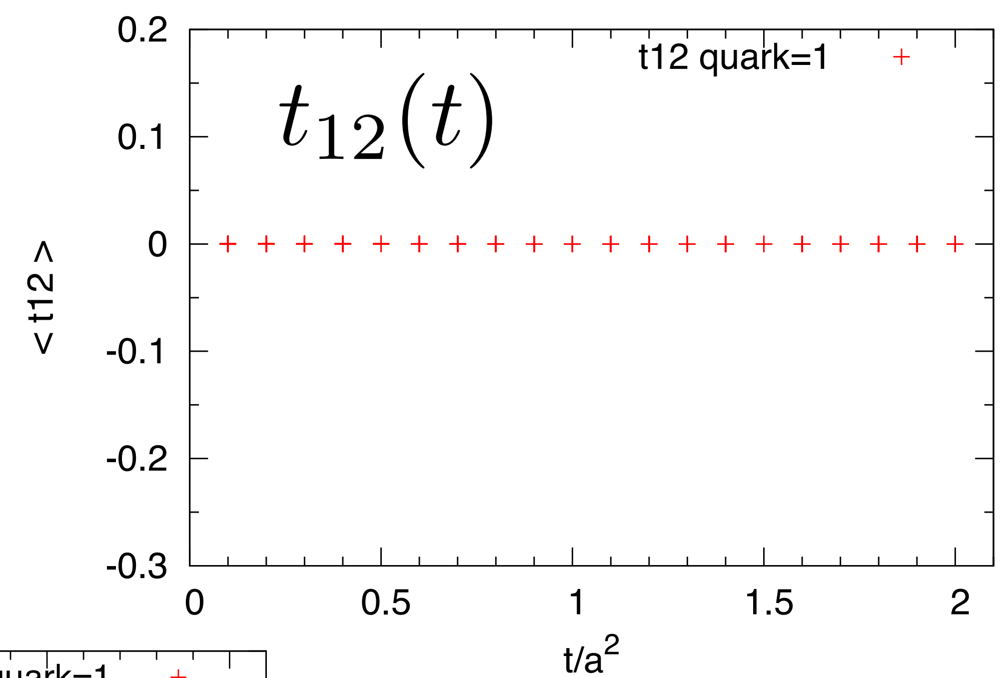
preliminary results

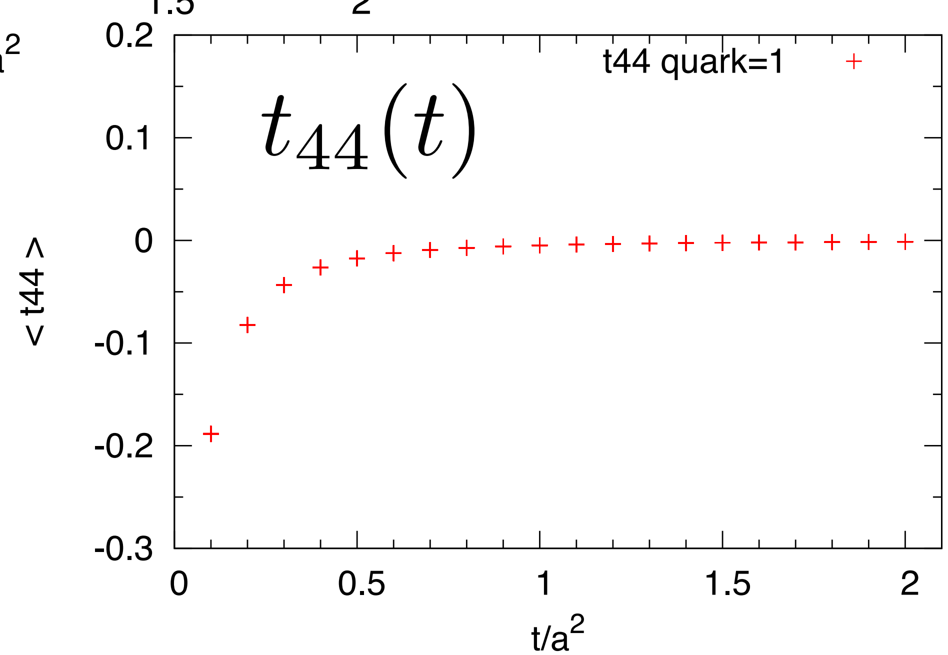
T=280MeV

Nt=8, beta=1.9728, c_sw=1.66922, kappa_ud=0.136147, kappa_s=0.135417

$$t^{r}_{\mu\nu}(t) \equiv \frac{1}{N_{\Gamma}} \sum_{x} \left\langle \bar{\chi}_r(t,x)\gamma_\mu \left(D_\nu - \overleftarrow{D}_\nu\right) \chi_r(t,x) \right\rangle$$







gradient flowの
その他の応用

応用(1): スケール設定

応用(2): EMTの2点関数の測定

応用(3): running coupling constantの計算

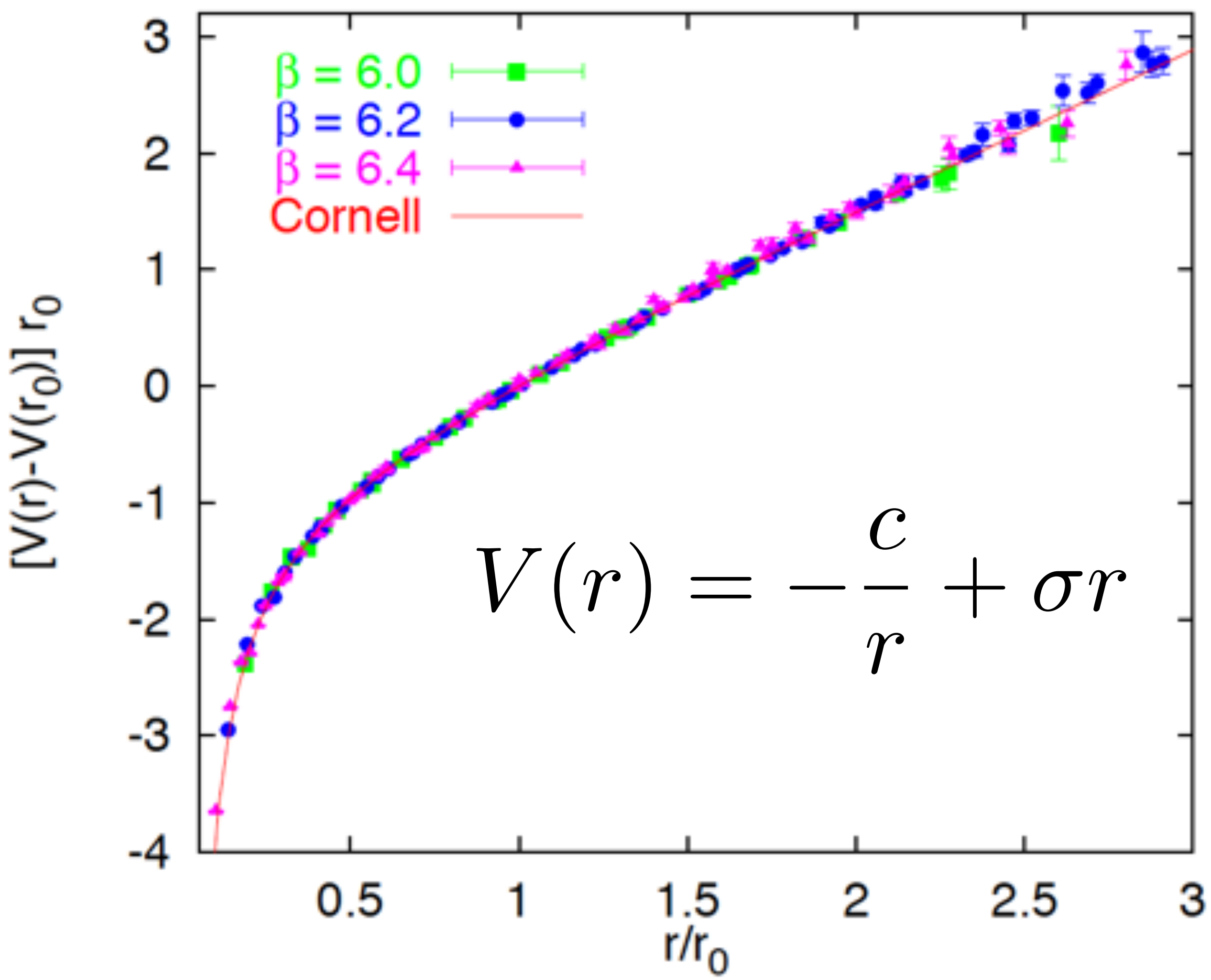
応用(4): flow方程式をホログラフィー方程式と解釈

応用(5): トポロジーの測定

応用(1): スケール設定

格子データの連続極限を取る際、物理量を固定してa->0にする必要がある

QCDでは、lattice bare gauge couplingとaが1対1対応



$$V(r) = -\frac{c}{r} + \sigma r$$

G. Bali Phys. Rept.343,(2001)1

Sommer scale r_0
(これまで主流だったreference scale)
摂動領域と強結合領域のちょうど中間くらい

$$r^2 \partial_r V(r)|_{r=r_0} = 1.65$$

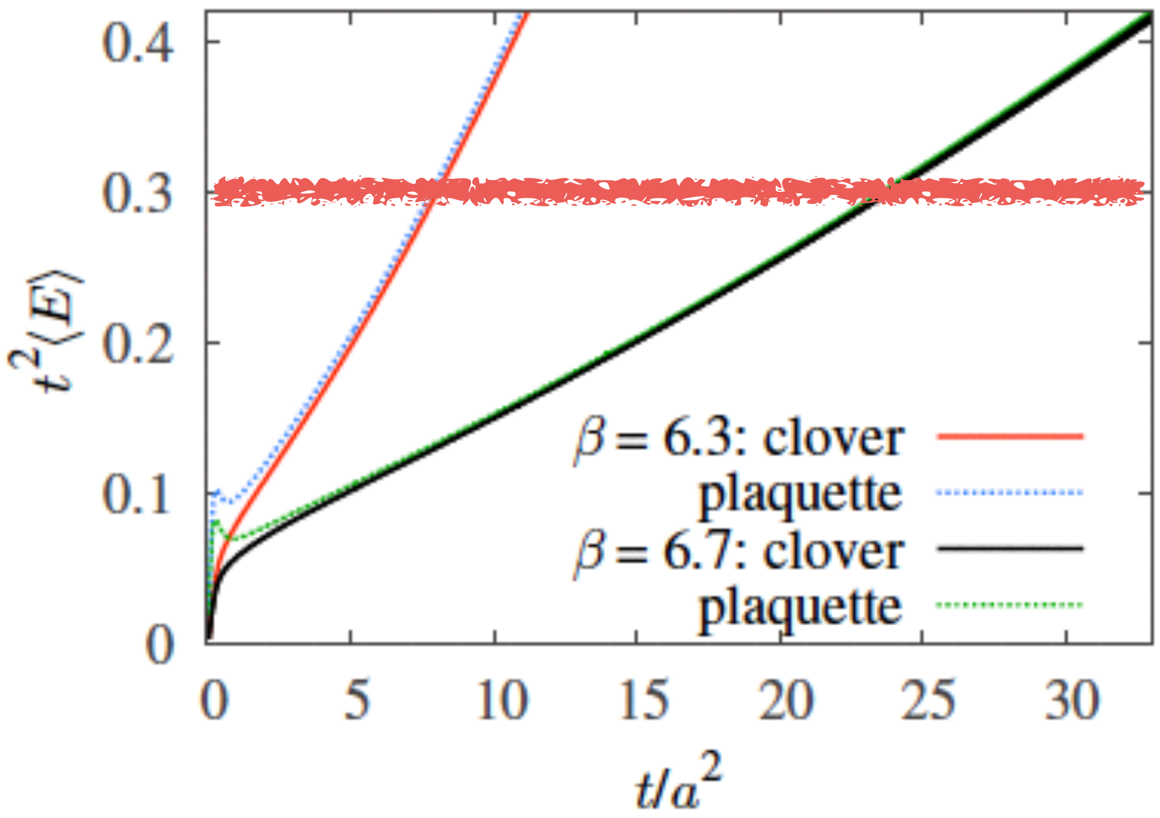
q-qvar potential = Wilson loop
から決定

alpha collaboration NPB538,669 (1999)

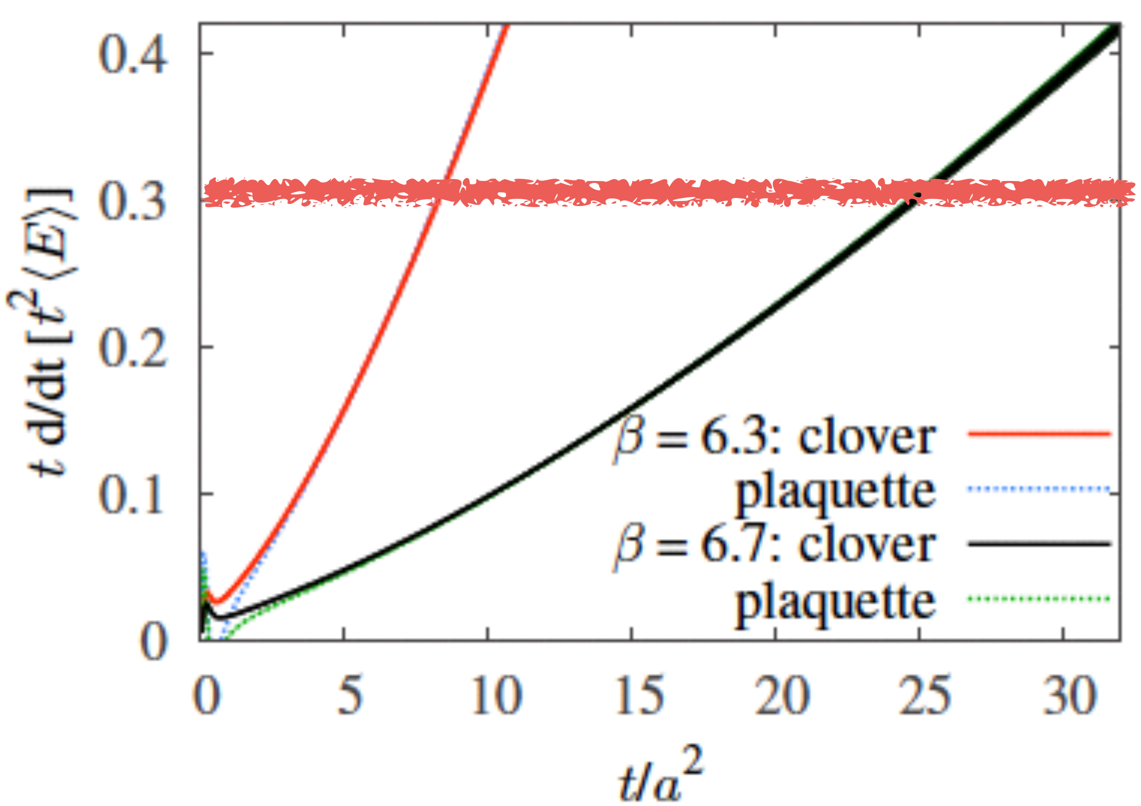
$$\beta = 6/g_0^2$$

$$\ln(a/r_0) = -1.6805 - 1.7139(\beta-6) + 0.8155(\beta-6)^2 - 0.6667(\beta-6)^3$$

gradient flowを使ったスケール設定



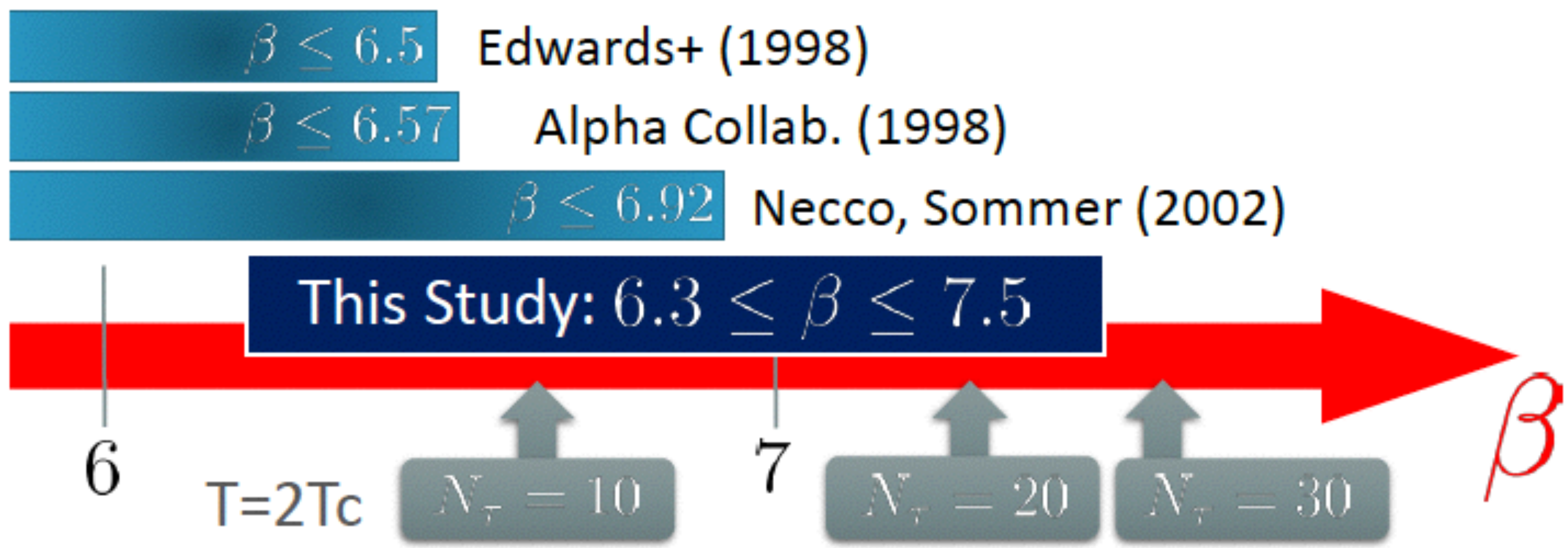
$$t^2\langle E\rangle|_{t=t_0} = 0.3$$



$$t\frac{dt^2\langle E\rangle}{dt}|_{t=w_0^2} = 0.3$$

高温領域、高精度計算をするためのパラメータを決定

FlowQCD, arXiv:1503.06516



our parametrization for *a*

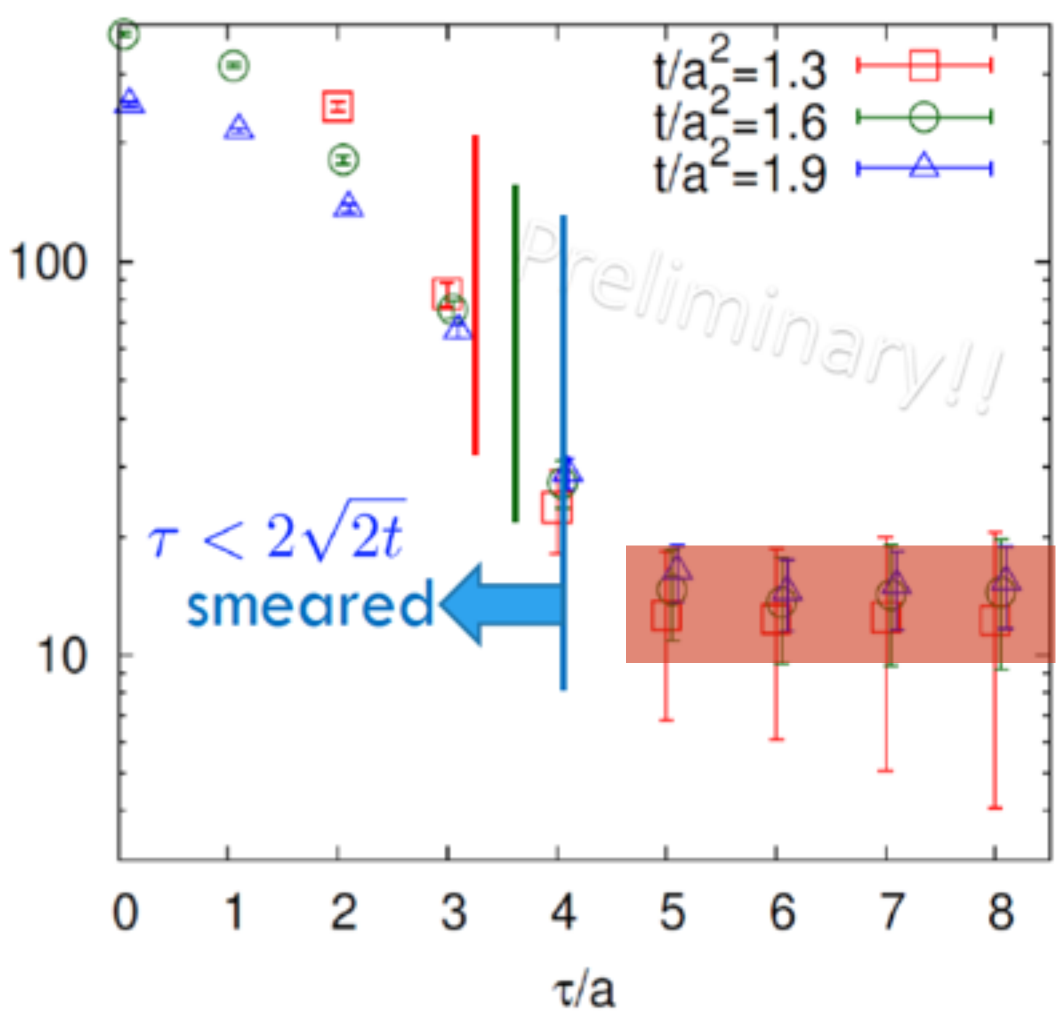
$$\log\left(\frac{w_{0.4}}{a}\right)(\beta) = \frac{4\pi^2}{33}\beta - 8.6853 + \frac{37.422}{\beta} - \frac{143.84}{\beta^2}$$

stat. err. < 0.4% / sys. err. < 0.7%

応用(2): EMTの2点関数の測定

EMT２点相関関数
(クエンチ近似した有限温度QCD)

$$\langle T_{00}(\tau)T_{00}(0)\rangle - \langle T_{00}\rangle^2$$



比熱 $c_V = \dfrac{\langle \delta E^2 \rangle}{VT^2}$

T=2.32Tc

beta=7.20, Nτ=16

2000配位

←虚時間非依存(エネルギー保存則)

cf) c_V=15.3(36)

shear viscosity: $\eta = -\int \langle T_{12}(\tau)T_{12}(0)\rangle$

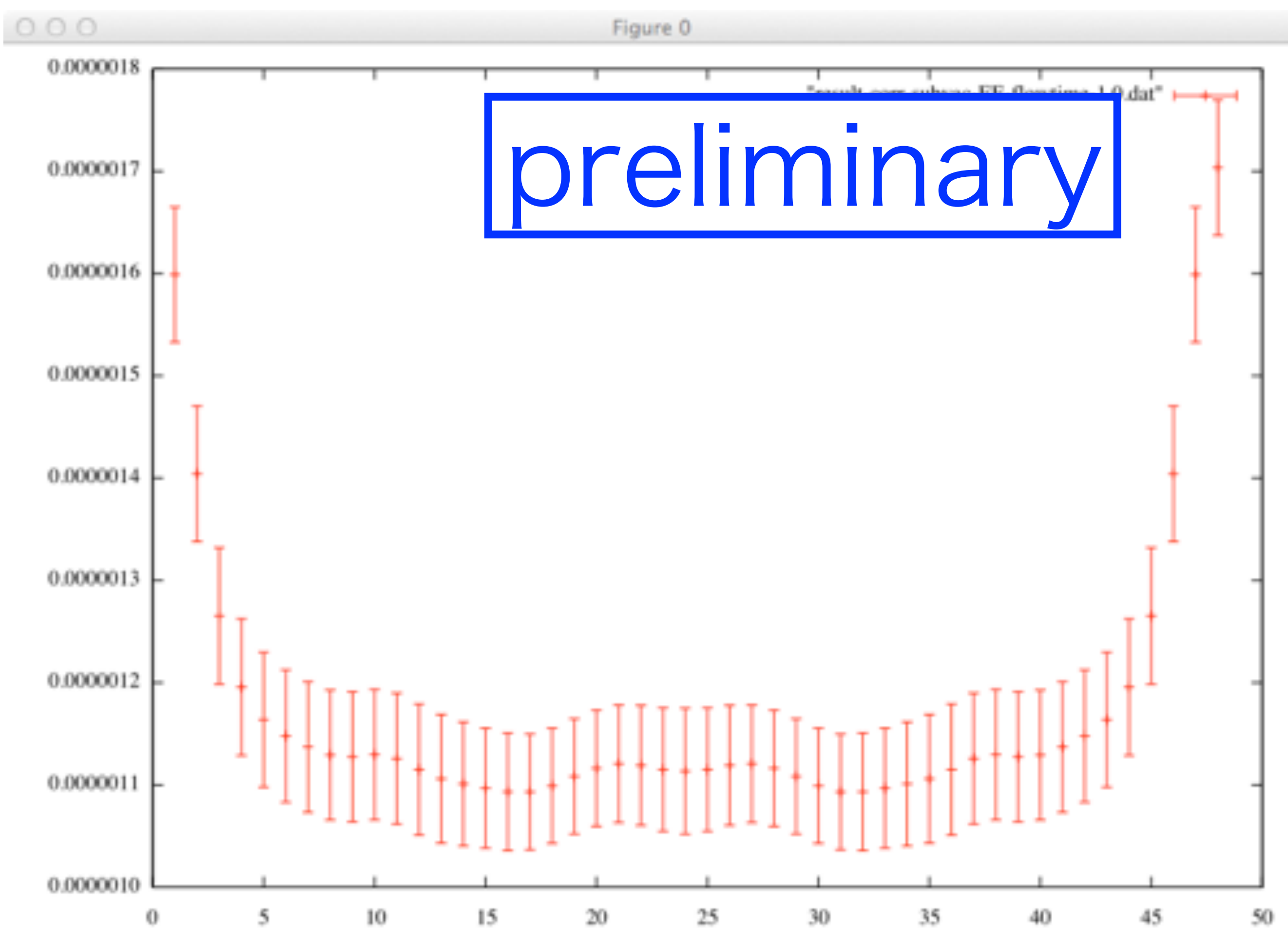
bulk viscosity: $\frac{4}{3}\eta + \zeta = -\int \langle T_{11}(\tau)T_{11}(0)\rangle$

EMT２点相関関数

(SU(3) massless Nf=12理論, conformal window)

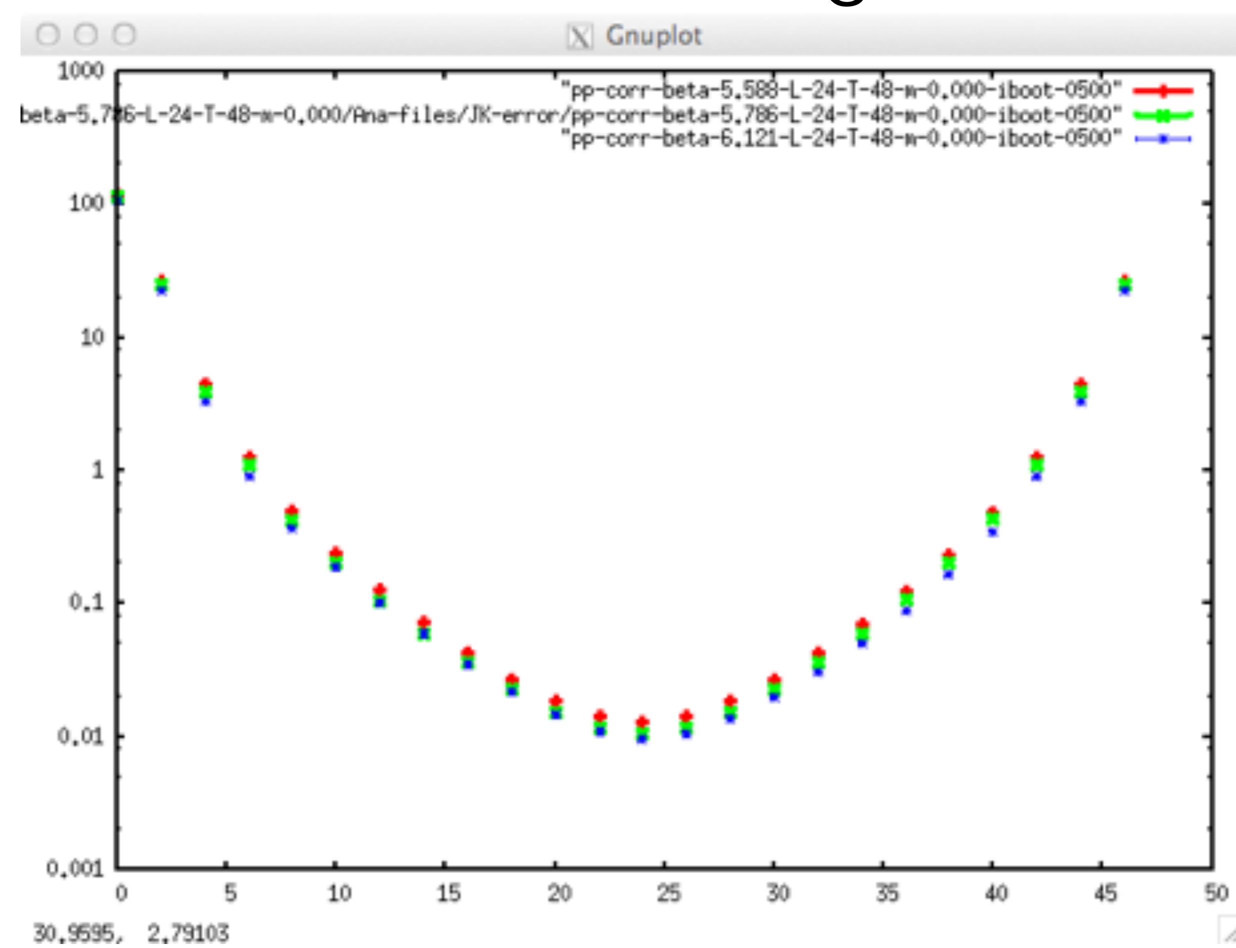
Trace part of the EMT

vertical axis: linear scale



pseudo scalar op.

vertical axis: log scale



明らかに指数関数的ではない　$\partial_\tau T^\mu_\mu = 0$

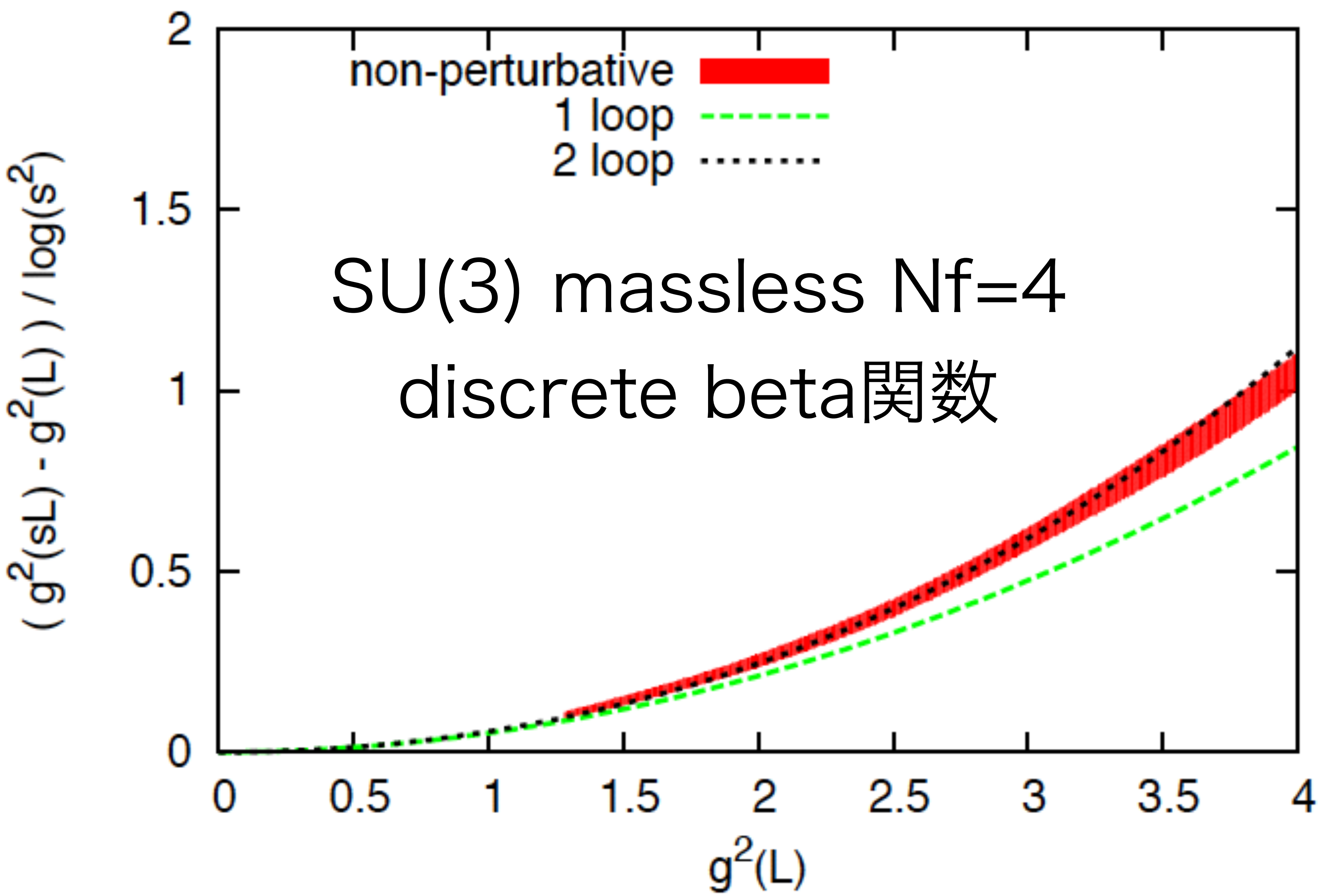
dilaton modeの測定へ

応用(3): running coupling constantの計算

応用(3): running coupling constantの計算

ex) Fodor, Holland, Kuti, Nogradi and Wong, JHEP 1211 (2012) 007

新しい繰り込みスキーム $g^2(L) = k\langle t^2 E(t)\rangle|_{\sqrt{8t}/L=fixed}$

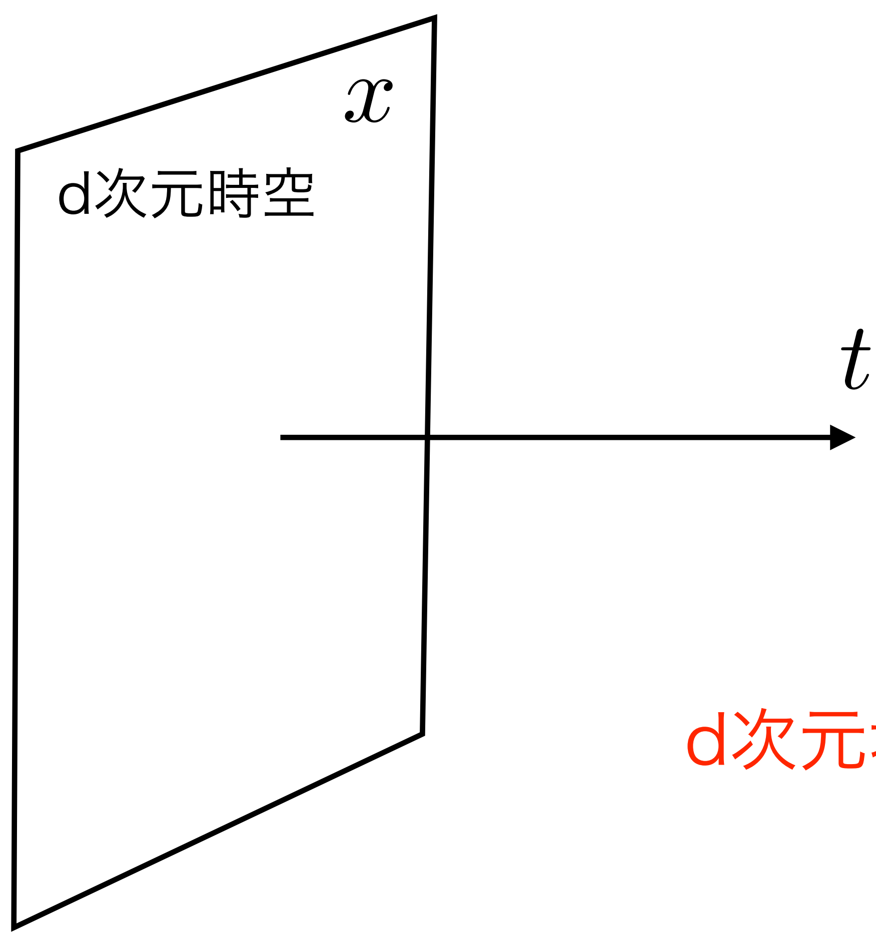


本質的には、gradient flowによる統計精度の優位性を利用

応用(4): flow方程式をホログラフィー方程式と解釈

応用(4): flow方程式をホログラフィー方程式と解釈

Aoki, Kikuchi and Onogi, arXiv:1505.00131



Flow方程式(continuum)

$$\partial_t B_\mu(t,x) = D_\nu G_{\nu\mu}(t,x)$$

$t \to 0$ UV

$t \to \infty$ IR

d次元場の理論の解から、d+1次元のgeometryを読み取る

非線形シグマ模型の場合に一般化 (large Nでは厳密に解が得られる)

$$\frac{d}{dt}\phi^a(t,x) = -g^{ab}\frac{\delta S}{\delta \varphi^b}|_{\varphi\to\phi}$$

応用(5): トポロジーの測定

応用(5)格子シミュレーションでトポロジー感受率を計算

$$Q = \frac{1}{32\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = tr[\gamma_5 D]$$

これまでの方法

(1)ディラック演算子のゼロモードから
Q=N+ - N_ (計算が大変)

Kitano and Yamada, arXiv:1506.00370

(2)coolingを使って上の式を使う
なかなか整数値にならない
何回くらいcoolingすればよいか不明
(やり過ぎるとQの値が変わる)

Berkowitz, Rinaldi and Buchoff, arXiv.1505.07455

gradient flowの利点

- 計算コストは(1)より小さく(2)よりやや大きい
- flow timeの上限は理論値から格子サイズの半分以下と予測できる

Borsanyi, Dierigl, Fodor et al., arXiv:1508.06917

Alexandrou,Athenodorou and Jansen, arXiv:1509.04259

QCDにおけるstrong CP問題
QCDでは、CPを破れる項を一般には入れてOK
しかし、theta項は、neutron electric dipole momentから強い制限
なぜか？

$$\mathscr{L}_{\rm QCD} \ni \theta \frac{1}{32\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$$

$$|\theta| \lesssim 10^{-10}$$

Peccei-Quinn 対称性を導入
この対称性の破れに付随する粒子=axionのcosmological energy densityを計算したい

axionのラグランジアン

$$\mathscr{L}_{\rm axions} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu a\right)^2 + \left(\frac{a}{f_a} + \theta\right) \frac{1}{32\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$$

において、 $\dfrac{\langle a \rangle}{f_a} + \theta \simeq 0$ が自動的になりたっていると解釈

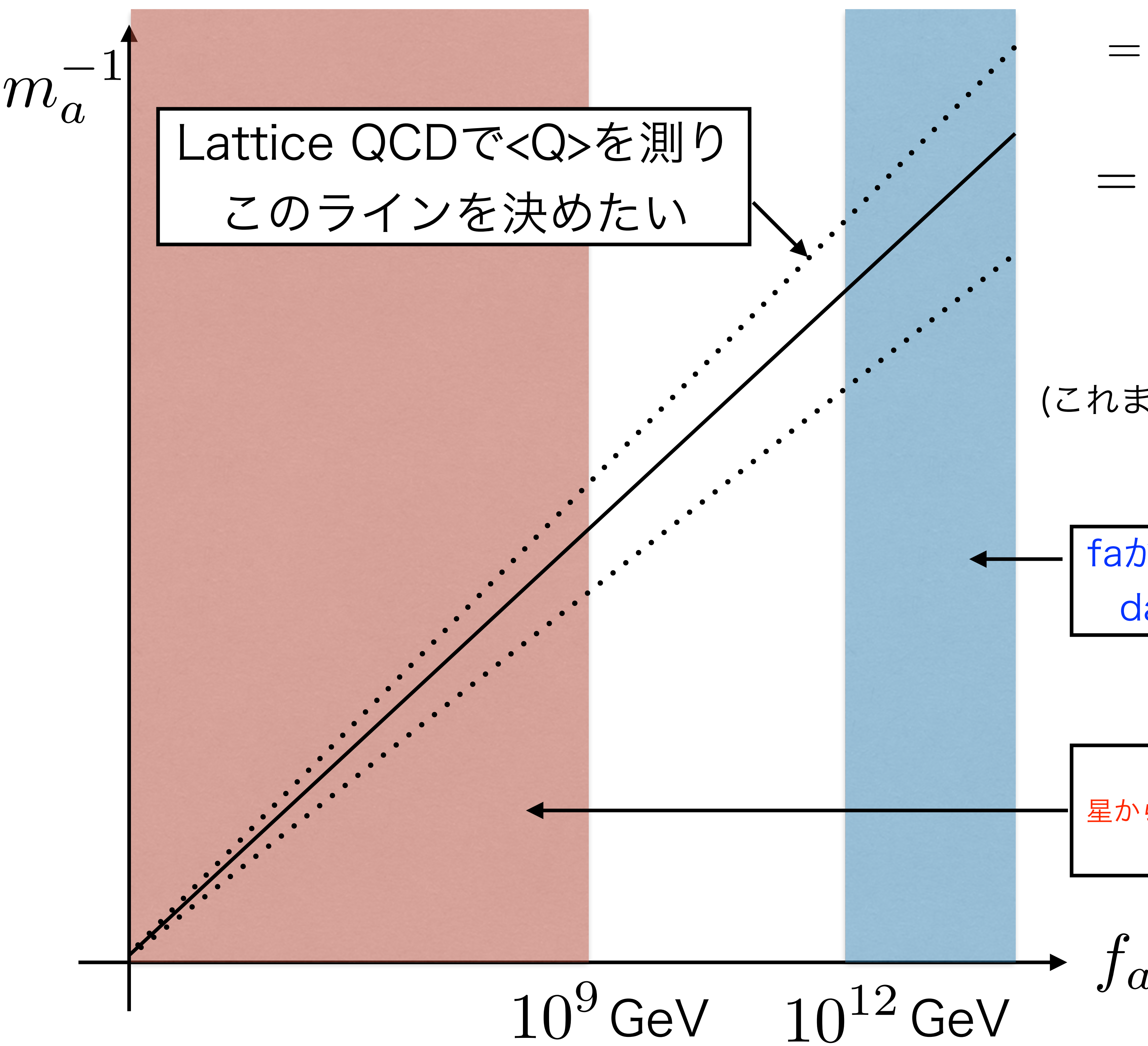
f_a は、ラグランジアンに入れた新しいパラメータ。
これに実験と格子から制限をつけるのが目的

トポロジー感受率とアクシオン質量の関係

$$\chi_t(T) = \int d^4x \langle F\tilde{F}(x) F\tilde{F}(0)\rangle = \frac{\langle Q^2\rangle}{V}$$

$$= \frac{1}{V}\int d^4x d^4y \frac{d^2}{da(x)da(y)} e^{-S_{axion}}$$

$$= m_a^2(T) f_a^2$$



質量は温度に依存

(これまで高温dilute instanton gas模型等で計算)

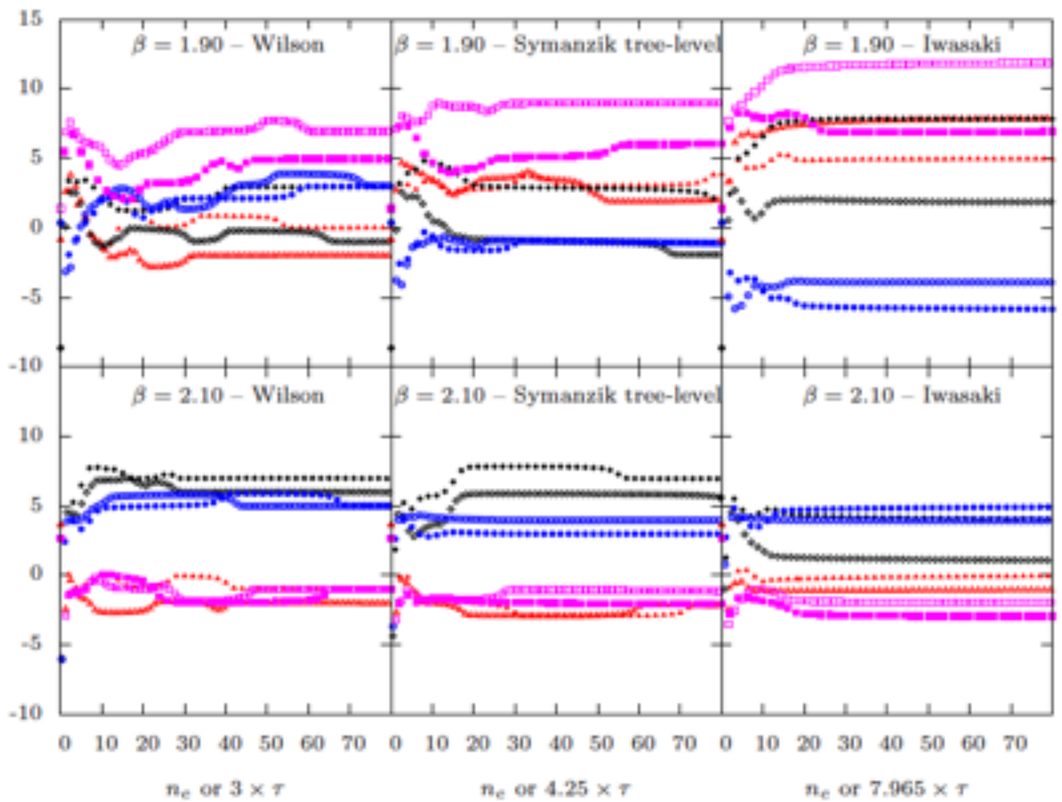
faが大きすぎる(アクシオンが軽すぎる)と
dark matterが多くできすぎてしまう

faが小さい(結合定数が大きい）と、
星からもっとアクシオンが出てきて良いことになるが、
宇宙論的観測からこれは否定されている

ゼロ温度 Nf=2+1+1の場合

Alexandrou,Athenodorou and Jansen, arXiv:1509.04259

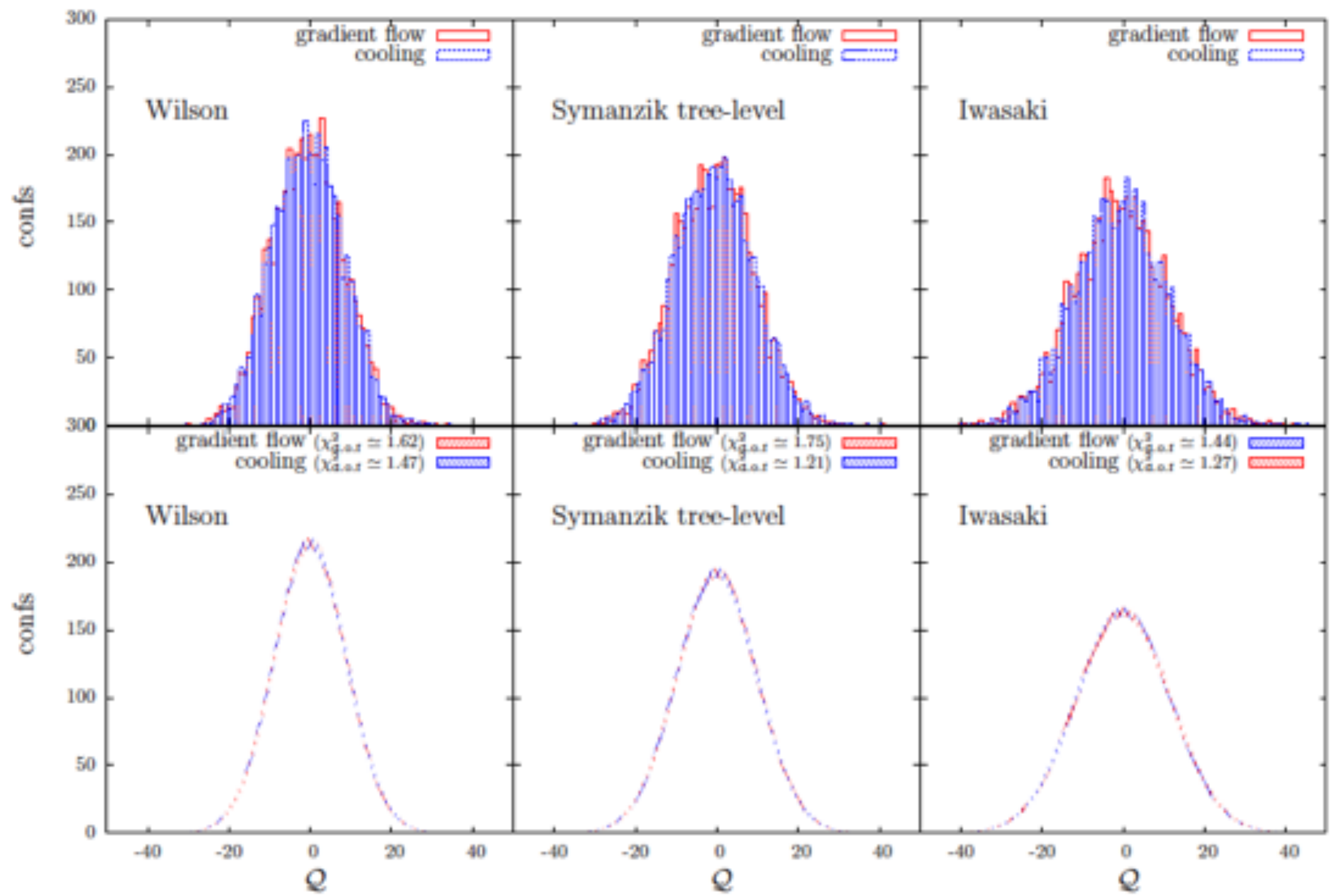
Qのflow time依存性



下のほうが格子間隔が小さい
(topologyが固定しがち)

上：24^3x48 beta=1.90, a=0.094 fm
下：32^3x64 beta=2.10, a=0.064 fm

Qのヒストグラム



約1000個の配位を測定

結論

- ✦ スズキメソードで、EMTをうまく定義できているようだ。
- ✦ (熱力学量の導出法として)積分法と比べて系統誤差の累積がない。
- ✦ エントロピー密度だけなら、ゼロ温度のシミュレー ションは必要ない(quenchedの場合)
- ✦ 統計的にも優位

展望

- ✦ EMTの２点関数 (比熱、shear , bulk viscosity等)
- ✦ nearly conformal theoryでのディラトンモードの測定
- ✦ トポロジー感受率からアクシオン質量の非摂動論的導出
- ✦ Lattice SUSYの新しい定式化

ばっくあっぷ

$$= \frac{1}{V}\frac{d^2}{d\theta^2}\ln Z$$