Vacuum stability in U(1) extended classical conformal model

山口　雄也

(北大、島根大)

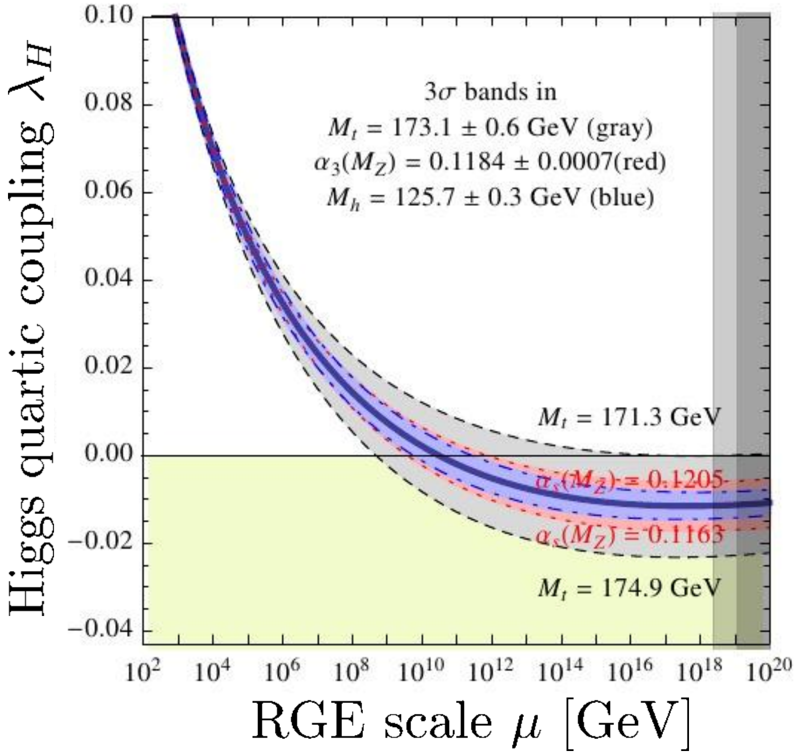
Based on arXiv: 1504.05669 [hep-ph]
PTEP (2015) 093B05

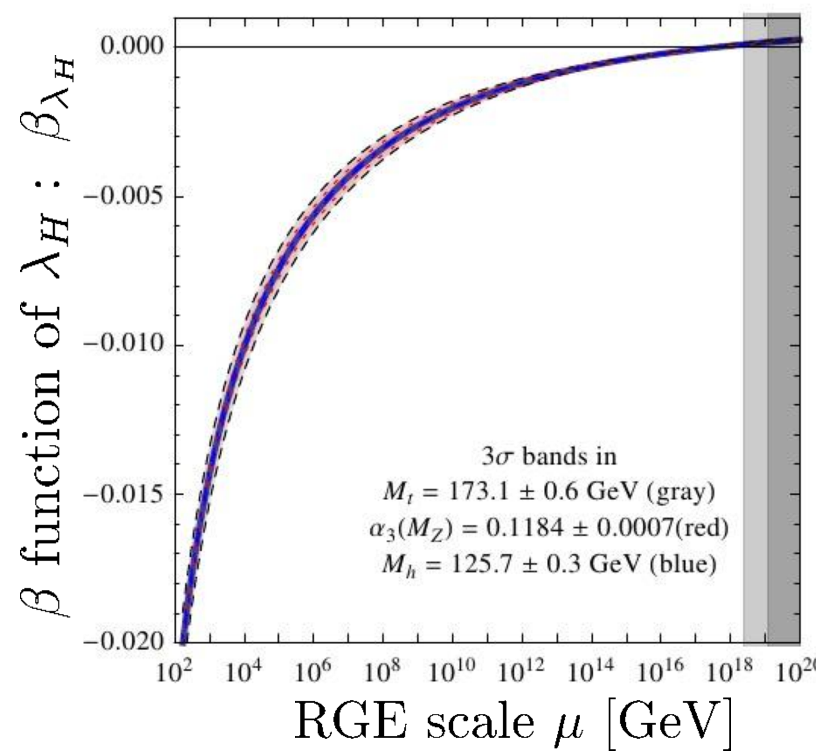
共著者：波場直之（島根大）

ヒッグス4点カップリングの振る舞い

$$M_h = 125.09 \pm 0.21(\mathrm{stat.}) \pm 0.11(\mathrm{syst.})\ \mathrm{GeV}$$

ATLAS and CMS collaborations [arXiv:1503.07589[hep-ex]]



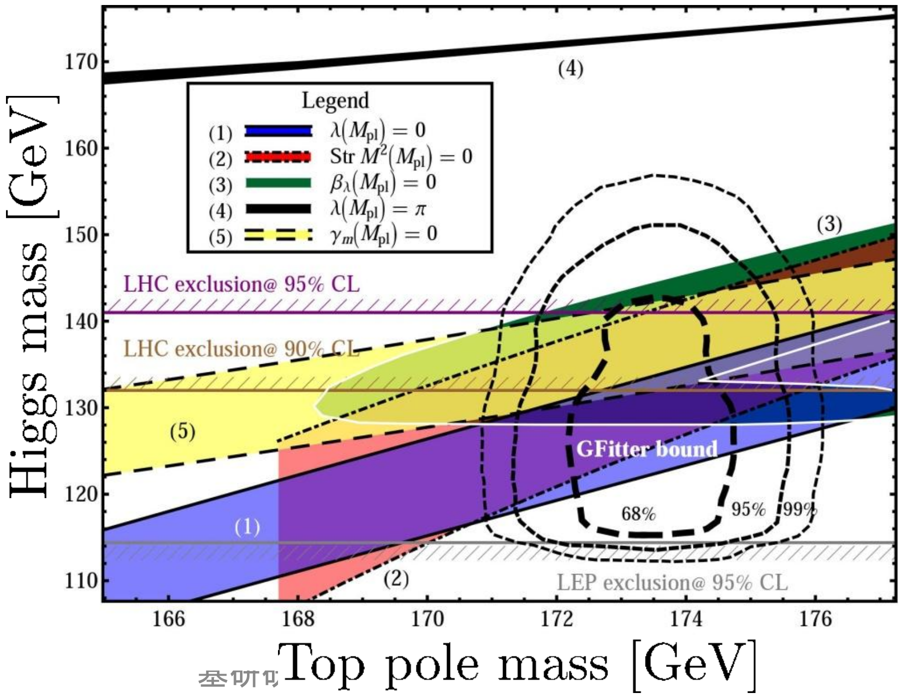


$$\lambda_H(M_{Pl}) \simeq 0 \qquad \beta_{\lambda_H}(M_{Pl}) \simeq 0$$

[Buttazzo, et al., arXiv:1307.3536]

プランクスケールでの境界条件

- Multiple critical point principle: $\lambda_H(M_{Pl}) = \beta_{\lambda_H}(M_{Pl}) = 0$
  – $M_h = 121.8 \pm 11\mathrm{GeV}$ for $M_t = 173.1 \pm 4.6\mathrm{GeV}$ ['95,' 01 Froggatt, Nielsen]
- Asymptotic safety of gravity
  – $M_h \simeq 126.5\mathrm{GeV}$ for $M_t = 171.3\mathrm{GeV}$ ['10 Shaposhnikov, Wetterich]
- Planck scale boundary conditions ['12 Holthausen, Lim, Lindner]



ゲージ階層性問題

- ヒッグス質量は大きな量子補正 Δm^2 を受けうる
  - 2次発散： Λ^2 （カットオフスケール）
  - Log発散： $M^2 \ln\left(\mu^2/\Lambda^2\right)$ （重い粒子の質量）

$$M_h^2 = -2m_h^2 + \Delta m^2$$

カットオフスケールが ? プランクスケールだったら

$$(125\,\mathrm{GeV})^2 = \left(\mathcal{O}(10^{18})\,\mathrm{GeV}\right)^2 - \left(\mathcal{O}(10^{18})\,\mathrm{GeV}\right)^2$$

このfine-tuningがゲージ階層性問題と呼ばれる

Bardeenの議論

['95 Bardeen]

- ２次発散はいつも消せる
  - カットオフ正則化なら双対項でキャンセルさせる
  - 次元正則化なら自動的に消える

⇒ ２次発散は物理的でないものとして無視

ヒッグス質量の補正はLog発散だけ考えればよい

$$M_h^2 = -2m_h^2 + \lambda M^2 \ln\left(\mu^2/\Lambda^2\right)$$

|λ|<<1: ヒッグスと重い粒子のカップリング

⇓

$$(125\,\mathrm{GeV})^2 = (\mathcal{O}(100)\,\mathrm{GeV})^2 + \left(\mathcal{O}(\sqrt{\lambda}M)\,\mathrm{GeV}\right)^2$$

Fine-tuningが必要ない

Bardeenの議論

['95 Bardeen]

- ヒッグス質量のくりこみ群方程式

$$\frac{dm_h^2}{d\ln\mu} = \frac{1}{(4\pi)^2} m_h^2 \left[12\lambda_H + 6y_t^4 - \frac{3}{2}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 \right]$$

  – m_h^2 がゼロだと、ゼロのまま

高エネルギーでの境界条件を $m_h^2 = 0\,\mathrm{GeV}^2$ として

<u>**何らかの機構**で $m_h^2 = (\mathcal{O}(100)\,\mathrm{GeV})^2$ が出ればよい</u>

Coleman-Weinberg機構、Hidden QCDなど

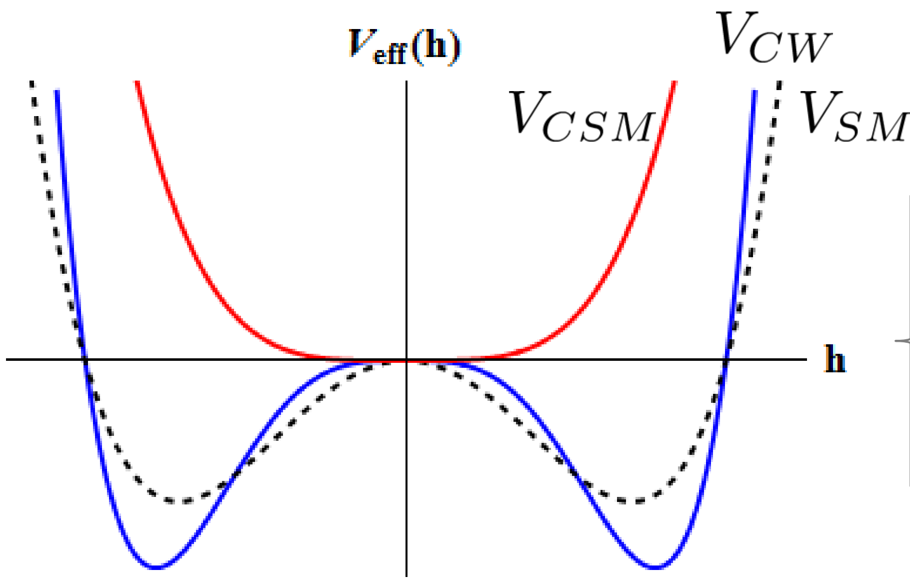
SMでは m_h のみがdimensionful parameter

→ m_h=0 とすると、classical conformal invariant な模型になる

Coleman-Weinberg機構

- Coleman-Weinbergポテンシャル ['73 Coleman, Weinberg]

$$V_{CW} = \frac{1}{4}\lambda_H h^4 + \sum_i \frac{h^4}{64\pi^2} n_i \alpha_i^2 \left[\ln\left(\frac{h^2}{Q^2}\right) - C_i\right]$$



n_i : d.o.f of particle i

α_i : coupling of Higgs with i

C_i : constant for i

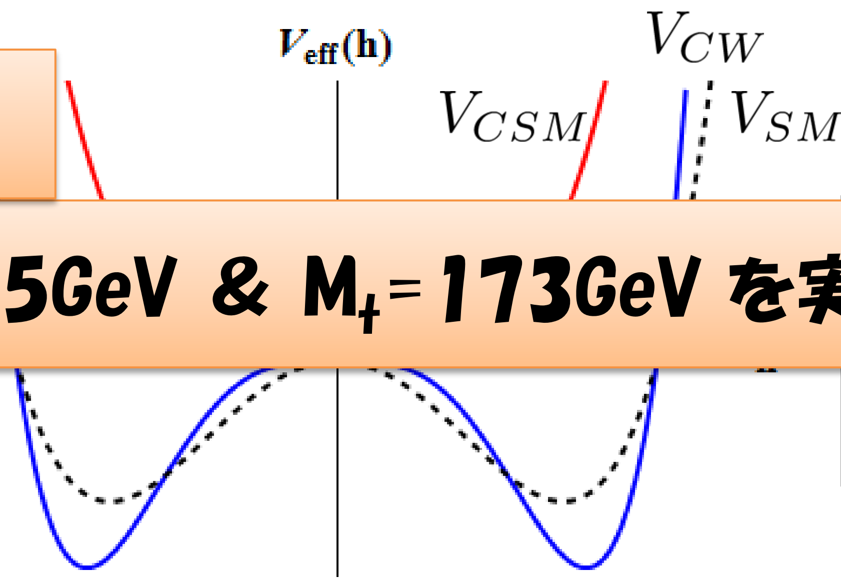
Q : renormalization scale

量子効果で電弱相転移が起きる

Coleman-Weinberg機構

- Coleman-Weinbergポテンシャル ['73 Coleman, Weinberg]

$$V_{CW} = \frac{1}{4}\lambda_H h^4 + \sum_i \frac{h^4}{64\pi^2} n_i \alpha_i^2 \left[\ln\left(\frac{h^2}{Q^2}\right) - C_i\right]$$



しかし、

M_h=125GeV & M_t=173GeV を実現できない!!

C_i : constant for i

Q : renormalization scale

量子効果で電弱相転移が起きる

U(1)' ゲージ対称性の拡張

電弱相転移＋ヒッグス＆トップ質量を説明するために
U(1)' ゲージ拡張模型を考える ['09 Iso, Okada, Orikasa], etc.

	$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	$U(1)'$
Q	$(3, 2, 1/6)$	$(x+1)/3$
U^c	$(\overline{3}, 1, -2/3)$	$(-4x-1)/3$
D^c	$(\overline{3}, 1, 1/3)$	$(2x-1)/3$
L	$(1, 2, -1/2)$	$-x-1$
E^c	$(1, 1, 1)$	$2x+1$
N^c	$(1, 1, 0)$	1
H	$(1, 2, 1/2)$	x
Φ	$(1, 1, 0)$	2

$$\begin{cases} x = 0 : U(1)_{B-L} \\ x = -1 : U(1)_R \\ x = -2/5 : U(1)_\chi \end{cases}$$

SM singlet scalar

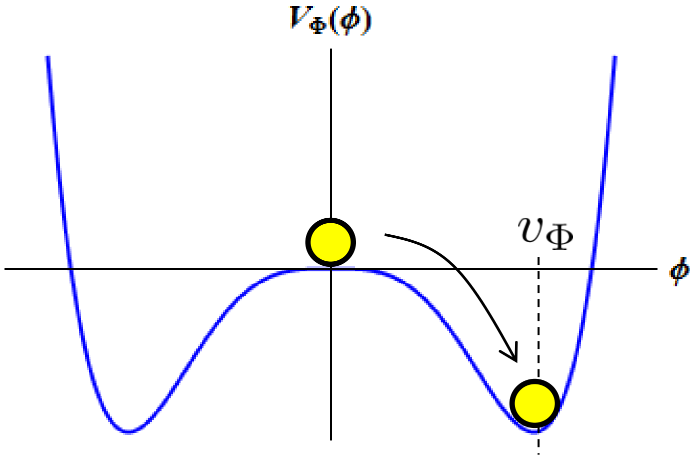
- Scalar potential: $V = \lambda_H |H|^4 + \lambda_\Phi |\Phi|^4 + \lambda_{mix} |H|^2 |\Phi|^2$
- Right-handed neutrino: $\mathcal{L}_N = -Y_N^{\alpha i} \overline{L_\alpha} H N_i - Y_M^{ij} \Phi \overline{N_i^c} N_j + (h.c.)$

模型に次元のあるパラメータがない（古典的には）

対称性を破る機構

- singlet scalarのCWポテンシャル$\left(\Phi = \phi/\sqrt{2},\ \langle\phi\rangle = v_\Phi\right)$

$$V_\Phi(\phi) = \frac{1}{4}\lambda_\Phi \phi^4 + \frac{\phi^4}{64\pi^2}\left(10\lambda_\Phi^2 + 48g'^4 - 8\,\mathrm{tr}Y_M^4\right)\left(\ln\frac{\phi^2}{v_\Phi^2} - \frac{25}{6}\right)$$

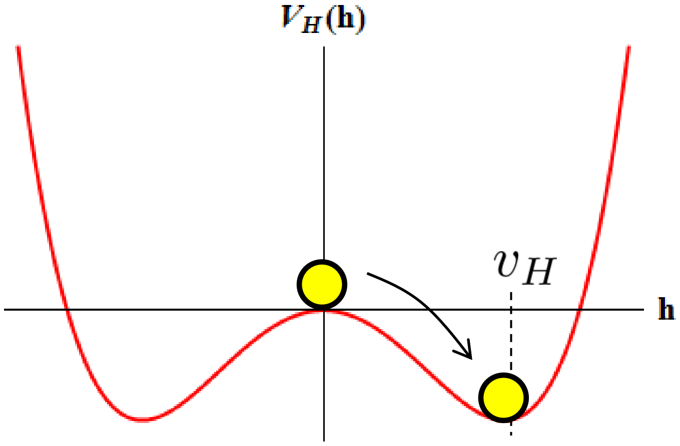


U(1)' ゲージ対称性が破れる
新しく加えた粒子が質量を持つ

$$M_\phi = \sqrt{\frac{6}{11}\lambda_\Phi v_\Phi},\ M_{Z'} = 2g' v_\Phi,\ M_N = \sqrt{2}Y_M v_\Phi$$

- U(1)' 対称性が破れた後のヒッグスポテンシャル

$$V_H = \frac{1}{4}\lambda_H h^4 + \frac{1}{2}m_h^2 h^2, \quad m_h^2 \equiv \frac{1}{2}\lambda_{mix} v_\Phi^2 < 0$$



電弱対称性が破れる
SM粒子が質量を持つ

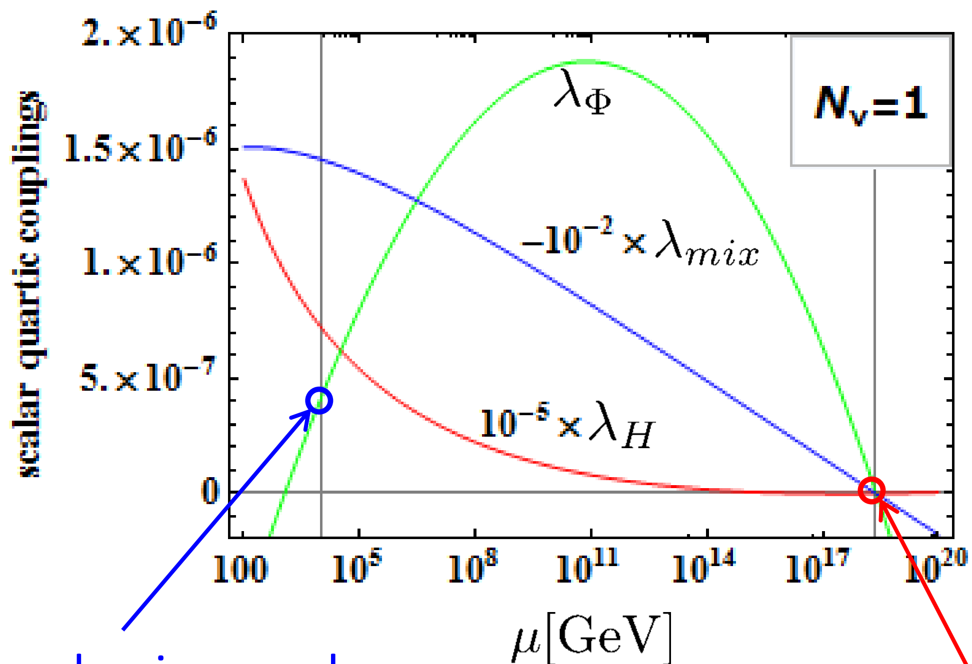
$M_h = 125\,\mathrm{GeV}\& M_t = 173\,\mathrm{GeV}$ も実現できる

Flatlandシナリオ

スカラーポテンシャルがプランクスケールで平坦

– 全ての4点カップリングがプランクスケールでゼロ

['13,14 Hashimoto, Iso, Orikasa], ['13 Chun , Jung, Lee]



$(\mathrm{tr}Y_M = N_\nu y_M)$

マヨラナ湯川カップリングの有効的な数

CW mechanism work
(U(1)' is broken)

$$\lambda_H(M_{Pl}) = \lambda_\Phi(M_{Pl}) = \lambda_{mix}(M_{Pl}) = 0$$

Flatlandシナリオのパラメータ

- Parameters and Conditions
  - $\lambda_H,\ \lambda_\Phi,\ \lambda_{mix}$

    ⇔ $\lambda_H(M_{Pl}) = \lambda_\Phi(M_{Pl}) = \lambda_{mix}(M_{Pl}) = 0$ (vanishing potential)

  - $g',\ y_M\ (\mathrm{tr}Y_M = N_\nu y_M)$

    ⇔ $\lambda_\Phi(v_\Phi) = \dfrac{11}{48\pi^2}\left(10\lambda_\Phi^2 + 48g'^4 - 8N_\nu y_M^4\right)(v_\Phi)$ (CW condition)

  - $g_{mix}\ (U(1)\ \mathrm{mixing})$

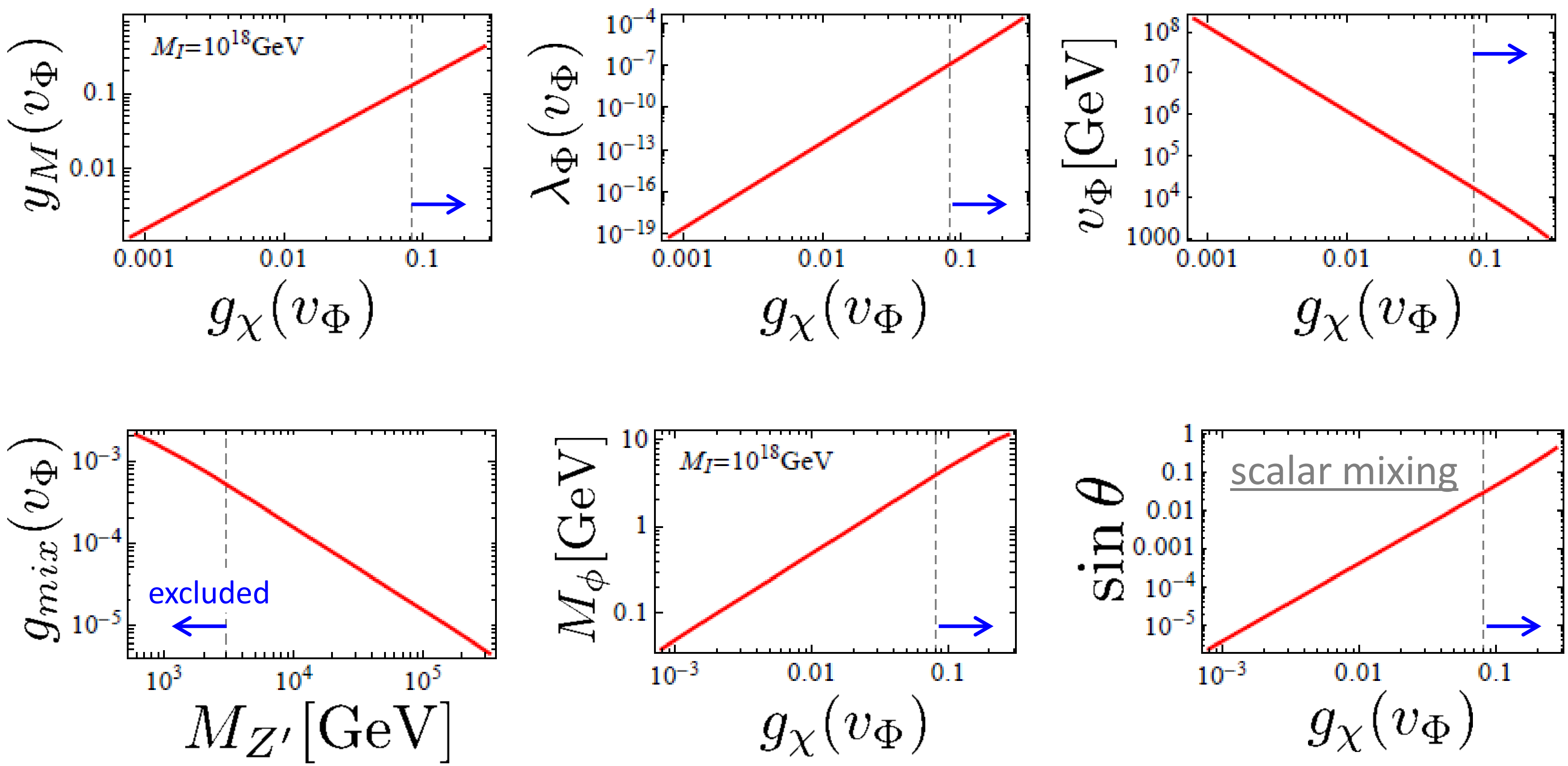
    ⇔ $g_{mix}(M_{Pl}) = 0$ (Assumption)

フリーパラメータは1つだけ $(g'\ \mathrm{or}\ y_M)$

→ それを決めると物理量が一意に決まる

Flatlandシナリオの予言

- $N_\nu = 1$ の時の数値解析 ['13 Chun , Jung, Lee]



Flatlandシナリオでの真空の安定性

- 我々の研究：真空が安定である条件からZ'ボソンの質量に対する制限を調べた

$$
\begin{aligned}
V &= \lambda_H |H|^4 + \lambda_\Phi |\Phi|^4 + \lambda_{mix} |H|^2 |\Phi|^2 \\
&= \frac{1}{4}\left[\lambda_H h^4 + \lambda_\Phi \phi^4 + \lambda_{mix} h^2 \phi^2\right] \\
&= \frac{1}{4}\left[\left(\sqrt{\lambda_H} h^2 - \sqrt{\lambda_\Phi}\phi^2\right)^2 + \left(2\sqrt{\lambda_H \lambda_\Phi} + \lambda_{mix}\right) h^2 \phi^2\right] > 0
\end{aligned}
$$

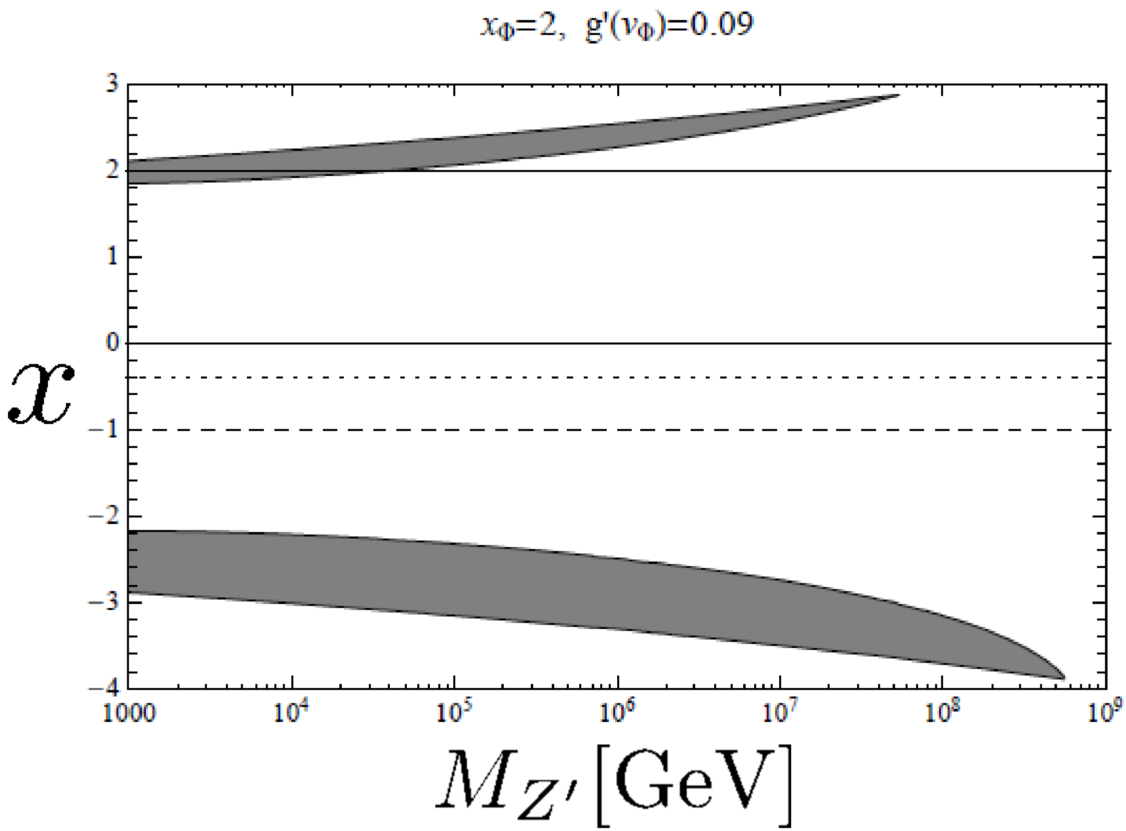
$$\lambda_H > 0 \quad \lambda_\Phi > 0 \quad |\lambda_{mix}|^2 < 4\lambda_H \lambda_\Phi$$

・λ_H はSMと同じで負になる（EW真空は準安定）
・3つ目の条件式も成り立たなくなる

→ λ_Φ に対する条件式を調べた

U(1)' 拡張模型で $\lambda_H > 0$ となる条件

[Oda, Okada, Takahashi, arXiv:1504.06291]



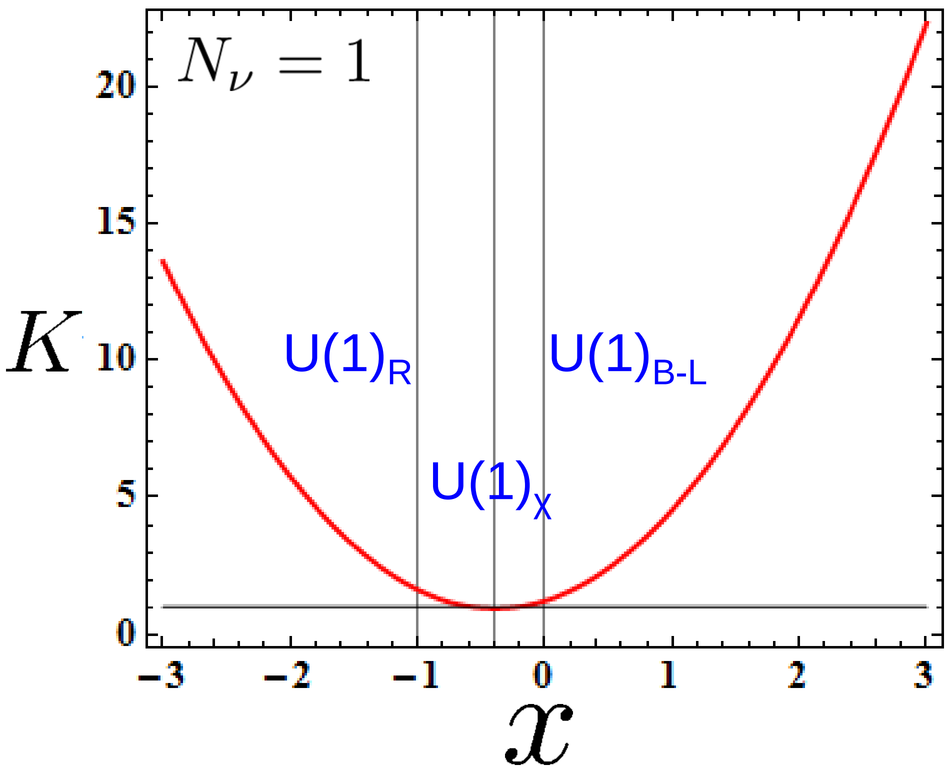
$|x| = 2 \sim 3$ でないと $\lambda_H > 0$ にならない

Flatlandシナリオの必要条件

- λ_Φ のランニングが上に凸となる条件

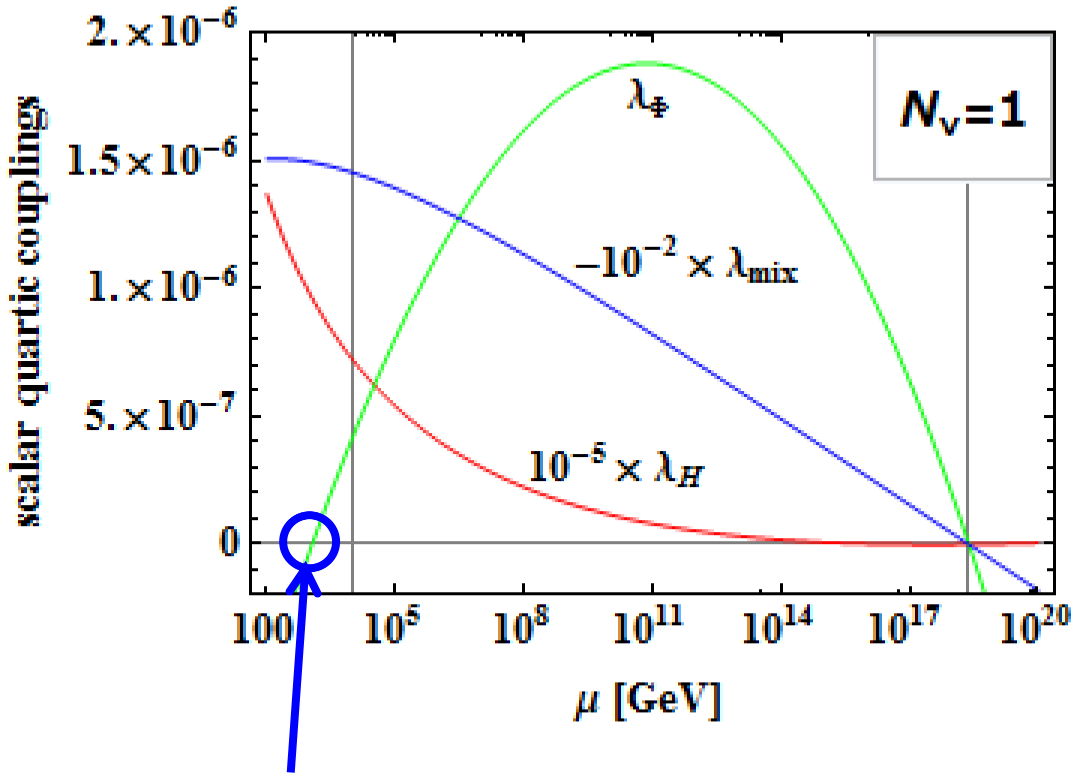
$$\beta_{g'} = \frac{a}{16\pi^2} g'^3, \ \beta_{y_M} = \frac{y_M}{16\pi^2}\left[b y_M^2 - c g'^2\right], \ \beta_{\lambda_\Phi} \simeq \frac{1}{16\pi^2}\left[-d y_M^4 + f g'^4\right] \quad (\mathrm{tr} Y_M = N_\nu y_M)$$

$$\Rightarrow \quad K \equiv \frac{a+c}{b}\sqrt{\frac{d}{f}} = \frac{\frac{2}{3}(41x^2+32x+18)+6}{4+2N_\nu}\sqrt{\frac{16N_\nu}{96}} < 1$$



Flatlandシナリオでの真空の安定性

低エネルギー側で λ_Φ は必ず負になるように見える



λ_Φ が負になる？

Z' と N の decoupling

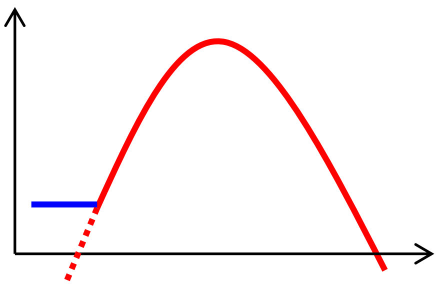
CW機構で U(1)' 対称性が破れると、

Z' ボソンと右巻きニュートリノ(N)が質量を持つ

→ その質量以下では Z' と N はdecoupleする:

$$\beta_{\lambda_\Phi}(\mu < M_{Z'}, M_N) = \frac{1}{(4\pi^2)}\left[20\lambda_\Phi^2 + 2\lambda_{mix}^2\right] \simeq 0$$

$$\Rightarrow \lambda_\Phi(\mu < M_{Z'}, M_N) \simeq \lambda_\Phi(M_{Z'}) \simeq \lambda_\Phi(M_N)$$



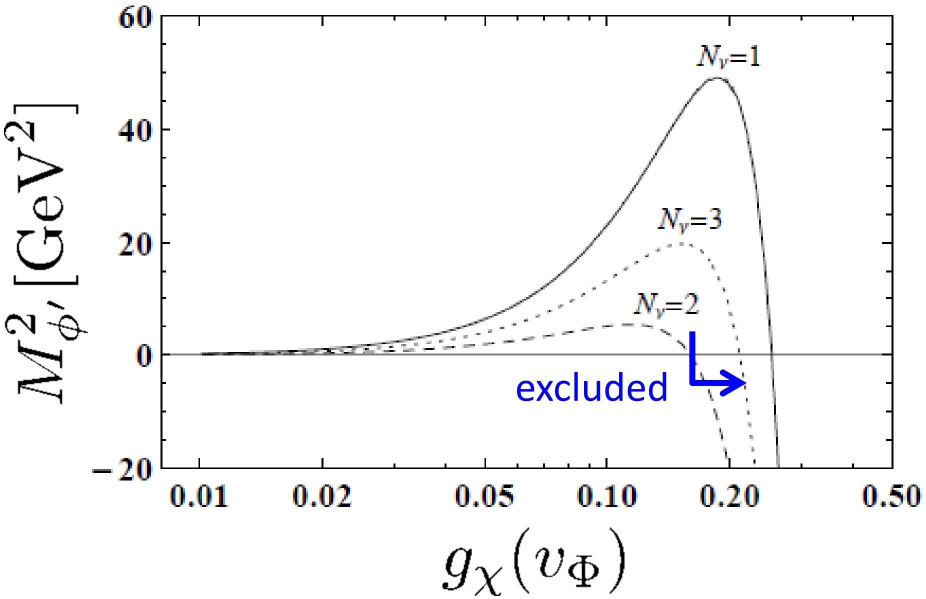
$$\lambda_\Phi > 0 \;=\; \lambda_\Phi(M_{Z'}) \gtrsim 0,\; \lambda_\Phi(M_N) \gtrsim 0$$

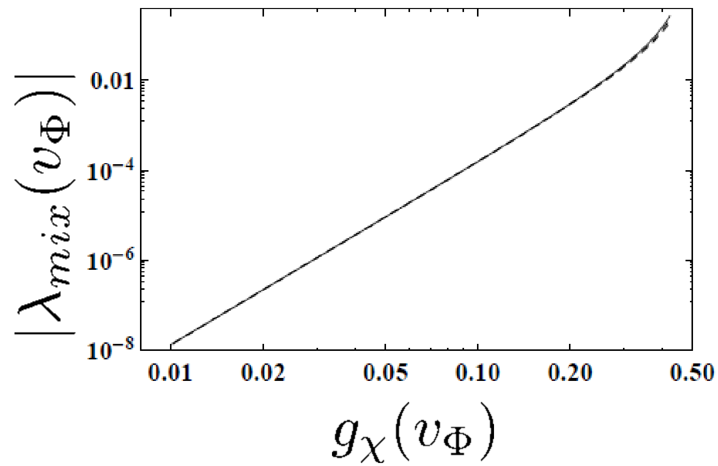
$$\Downarrow$$

$g_\chi(\simeq y_M) \gtrsim 0.055$ is required

U(1)' が破れる条件

→ Positive definiteness of (scalar mass)^2

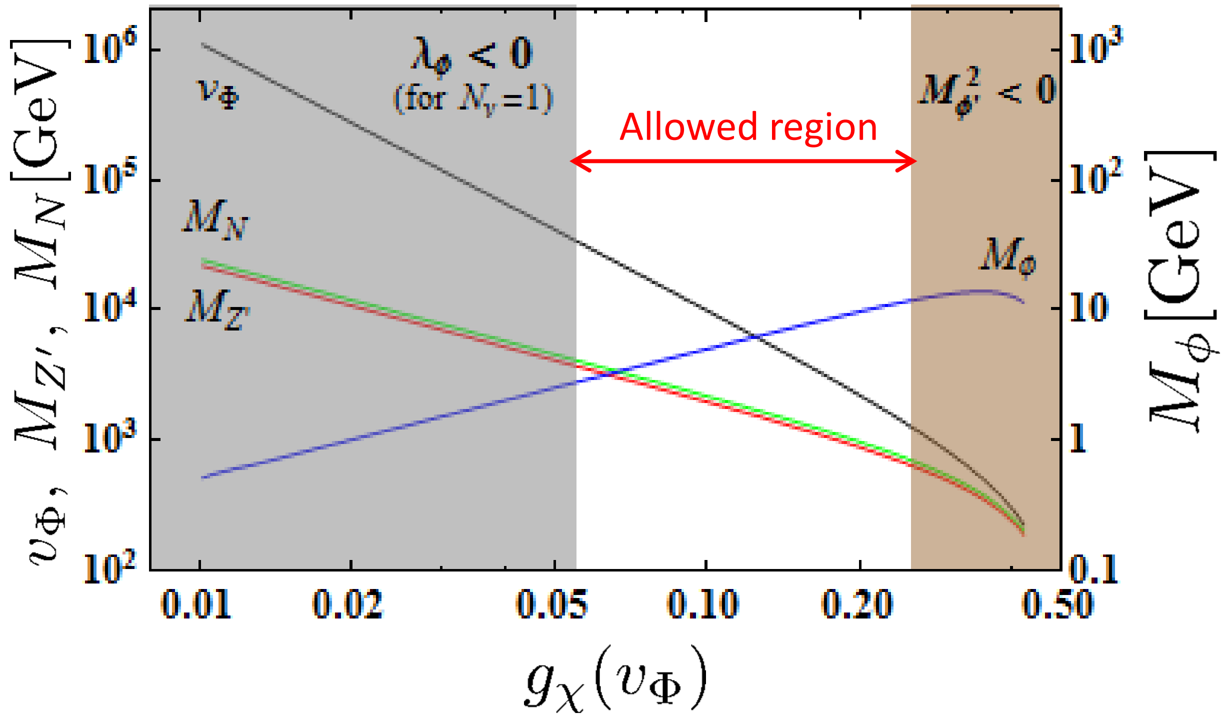




$$\mathcal{M}^2 = \begin{pmatrix} M_h^2 & \frac{1}{2}\lambda_{mix} v_H v_\Phi \\ \frac{1}{2}\lambda_{mix} v_H v_\Phi & M_\phi^2 \end{pmatrix} \Rightarrow M^2_{\phi'} \approx M^2_\phi - \frac{\lambda^2_{mix} v_H^2 v_\Phi^2}{4\left(M_h^2 - M_\phi^2\right)}$$

$g_\chi \lesssim 0.2$ is required

許されるパラメータ領域

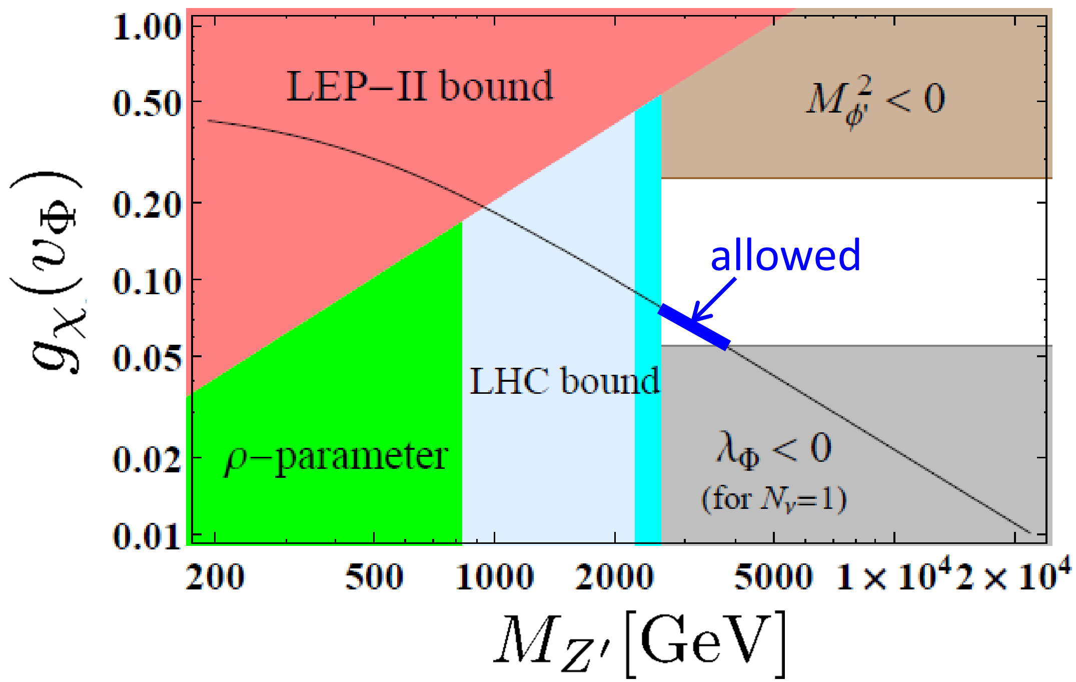


	$N_\nu = 1$
g_χ	$0.055 \lesssim g_\chi \lesssim 0.25$
v_Φ	$1.3\,\mathrm{TeV} \lesssim v_\Phi \lesssim 3.3\times 10^5\,\mathrm{GeV}$
M_ϕ	$2.8\,\mathrm{GeV} \lesssim M_\phi \lesssim 12\,\mathrm{GeV}$
$M_{Z'}$	$650\,\mathrm{GeV} \lesssim M_{Z'} \lesssim 3.7\,\mathrm{TeV}$
M_N	$720\,\mathrm{GeV} \lesssim M_N \lesssim 4.1\,\mathrm{TeV}$

Z' ボソンの質量に対する制限

「$\lambda_\Phi > 0$ となる条件」と「U(1)'が破れる条件」

＋ 実験からの制限 → Z'ボソンの質量に強い制限



LEP-II bound

$M_{Z'}/g_\chi \geq 4.8\,\mathrm{TeV}$

$$2.24\ (2.59)\ \mathrm{TeV} < M_{Z'} \lesssim 3.7\,\mathrm{TeV}$$

ATLAS （CMS）

まとめ

- ヒッグス質量のゲージ階層性問題
  - ✖ 2次発散の問題
  - ○ Log発散の問題
- Classical conformal symmetryを課した模型では、EWスケールのヒッグス質量が自然に出せる
- Flatlandシナリオでは、1パラメータで物理量が決まる
- 真空の安定性、U(1)'が破れる条件、実験からの制限を考慮すると、Z'ボソンの質量に強い制限:

$$2.24\ (2.59)\,\mathrm{TeV} < M_{Z'} \lesssim 3.7\,\mathrm{TeV}$$