

一般フレーバー対称性下 におけるレプトンの現象論

arXiv:1505.07636

PPP2015 安原大貴(京都大学)

高山史宏(基研)、大村雄二(名大)、小林達夫(北大)

1. motivation

観測事実:ニュートリノ振動

→レプトンセクターの(クォークセクターに比べて)
非常に大きな混合角

mixing angles	best fit	1σ range	3σ range
$\sin^2 \theta_{12}$	0.304	0.292-0.317	0.270-0.344
$\sin^2 \theta_{23}$ (NH)	0.452	0.424-0.504	0.382-0.643
$\sin^2 \theta_{23}$ (IH)	0.579	0.542-0.604	0.389-0.644
$\sin^2 \theta_{13}$ (NH)	0.0218	0.0208-0.0228	0.0186-0.0250
$\sin^2 \theta_{13}$ (IH)	0.0219	0.0209-0.0230	0.0188-0.0251

混合角についてのこれらの値は簡単な有理数で近似できそう。

1. motivation

例として、

$\sin^2 \theta_{12} \sim 1/3$ 、 $\sin^2 \theta_{23} \sim 1/2$ 、 $\sin^2 \theta_{13} \sim 0$ \cdots Tri-Bi maximal mixing

$\sin^2 \theta_{12} \sim 1/2$ 、 $\sin^2 \theta_{23} \sim 1/2$ 、 $\sin^2 \theta_{13} \sim 0$ \cdots Bi maximal mixing

$\sin^2 \theta_{12} \sim 1/2$ 、 $\sin^2 \theta_{23} \sim 1/2$ 、 $\sin^2 \theta_{13} \sim 1/3$ 、 $\delta \sim \pi/2$ \cdots Tri maximal mixing

などがある。

※混合角の定義は、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{12}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$

1. motivation

離散的フレーバー対称性からの導出が可能。

例: 群 A_4 を用いたTri-Bi maximal mixing patternの導出
(by Ernest Ma)

	(L_e, L_μ, L_τ)	e_R	μ_R	τ_R	(H_1, H_2, H_3)	ξ_0	(ξ_1, ξ_2, ξ_3)
$SU(2)$	2	1	1	1	2	3	3
A_4	3	1	1''	1'	3	1	3

湯川結合項の形はフレーバー対称性によって決定する。

$$\mathcal{L}_{yukawa} = y_1(\bar{L}H)_1 e_R + y_2(\bar{L}H)_{1'} \mu_R + y_2(\bar{L}H)_{1''} \tau_R \\ + f_{ab}^i \left(\xi_i^0 \nu_a \nu_b + \frac{1}{\sqrt{2}} \xi_i^+ (\nu_a l_b^- + \nu_b l_a^-) + \xi_i^{++} l_a^- l_b^- \right) + h.c.$$

1. motivation

A_4 triplet Higgs bosons H_i , ξ_i が真空期待値として

$$\langle H_1^0 \rangle, \langle H_2^0 \rangle, \langle H_3^0 \rangle = (v, v, v), \langle \xi_0^0 \rangle = v_0, (\langle \xi_1^0 \rangle, \langle \xi_2^0 \rangle, \langle \xi_3^0 \rangle) = (v_1, 0, 0)$$

という値をとる時、荷電レプトンのDirac mass m_l とニュートリノのMajorana mass m_ν は

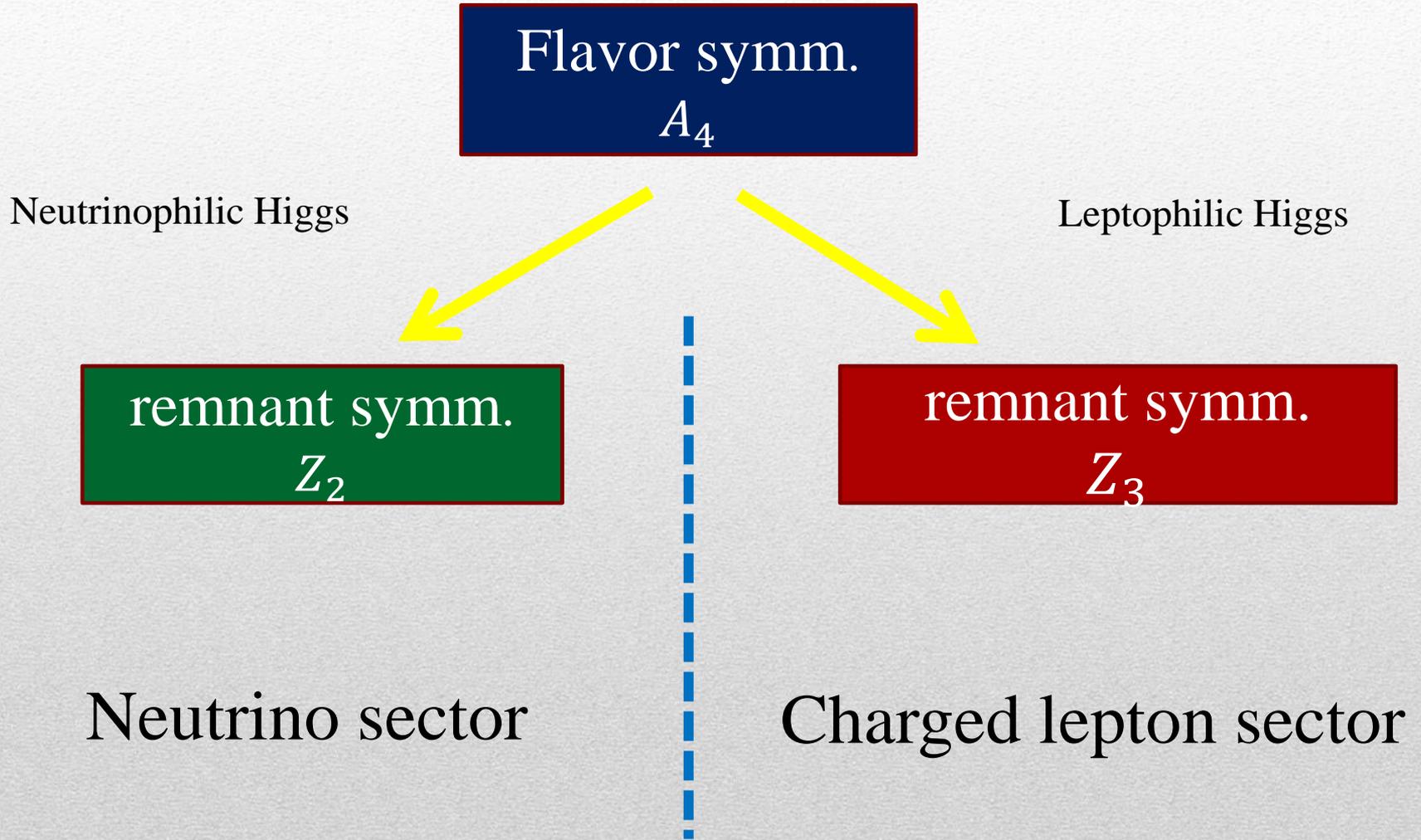
$$m_l = \begin{pmatrix} y_1 v & y_2 v & y_3 v \\ y_1 v & y_2 \omega v & y_2 \omega^2 v \\ y_1 v & y_2 \omega^2 v & y_2 \omega v \end{pmatrix}, m_\nu = \begin{pmatrix} f^0 v_0 & 0 & 0 \\ 0 & f^0 v_0 & f^1 v_1 \\ 0 & f^1 v_1 & f^0 v_0 \end{pmatrix}$$

に決まり、これらの(左)対角化行列

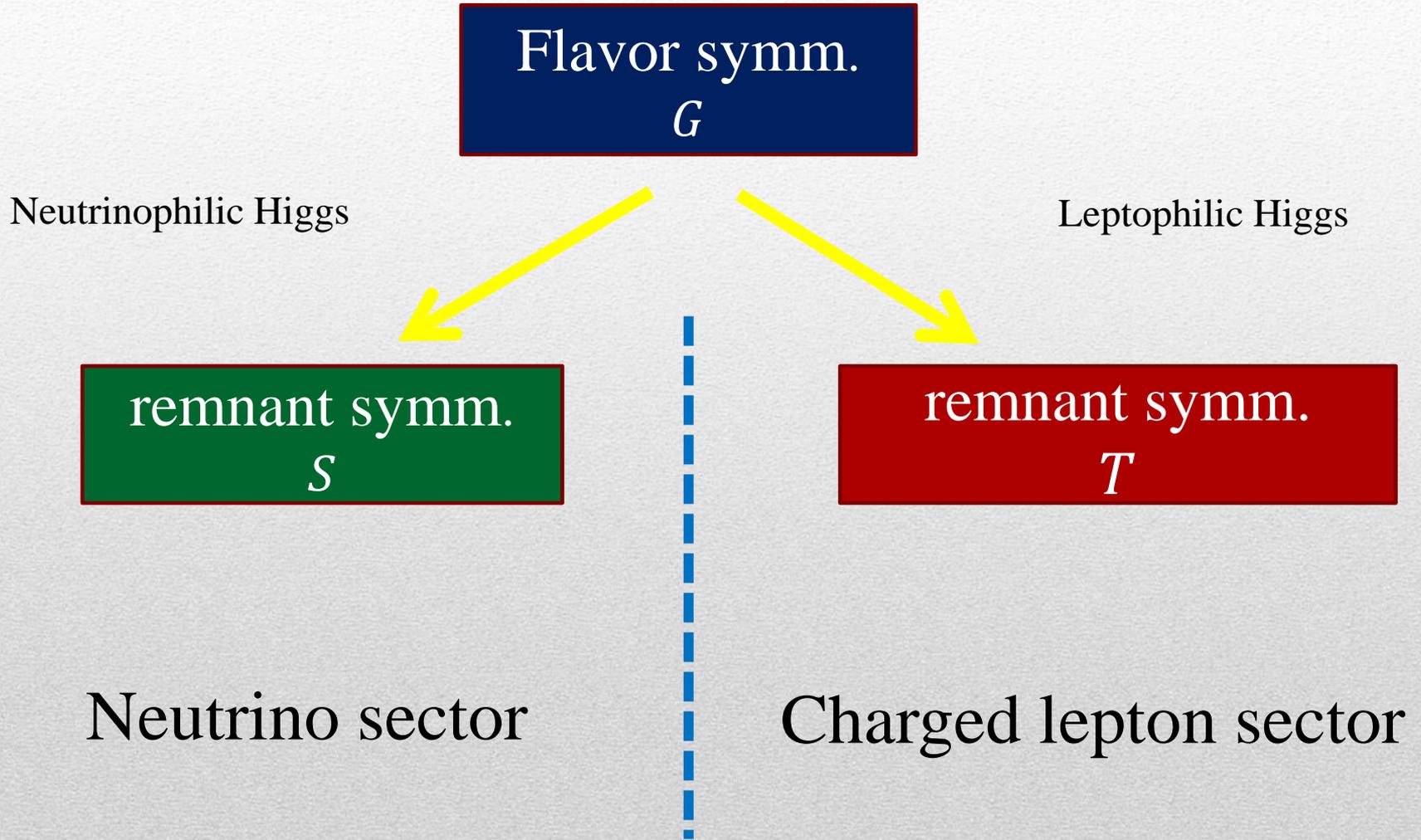
$$U_L^\dagger = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega^2 & \omega \\ 1 & \omega & \omega^2 \end{pmatrix}, U_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

からTBM行列
$$\begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega^2 & \omega \\ 1 & \omega & \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & -i \\ 1 & 0 & i \end{pmatrix}$$
 が導出される

1. motivation



1. motivation



1. motivation

leptophilic Higgs bosons H_i とneutrinophilic Higgs bosons Φ_i は G の下でtriplet
 \Rightarrow non-diagonalな湯川項、大きな混合

レプトンの湯川結合項は、

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^k \bar{L}_i H_j E_R^k (+ \tilde{Y}_{ij}^k \bar{L}_i \widetilde{\Phi}_j N_R^k + M_{ij}^N \bar{N}_i^c N_j) + h.c.$$

という一般形で書ける。

H_i 、 Φ_i の真空期待値は G を破り、それぞれ荷電レプトンセクターとニュートリノセクターに元の対称性の部分群(以降 T , S と呼ぶ)を残すことがある。

荷電レプトンとニュートリノの質量行列を対角化するユニタリ行列(U_L , U_ν)の形は各セクターに残った対称性の群 T , S によって完全に決まる。

1. motivation

問、対称性の群を限定せずにこの手の模型の現象論を議論したい。
どの程度のことかわかるのか？

2. Set up

$$\text{湯川結合項: } \mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^k \bar{L}_i H_j E_R^k + \tilde{Y}_{ij}^k \bar{L}_i \tilde{\Phi}_j N_R^k + h.c.$$

フレーバー対称性: G

荷電レプトンセクターの残存対称性: T

ニュートリノセクターの残存対称性: S

- L_i , H_i , Φ_i ($i = 1, 2, 3$) は G の下で triplet。
 E_R^i は (non-)trivial singlets。
 - H_i の真空期待値は G を T に破り、 Φ_i の真空期待値は G を S に破る。
 - クォークセクターの混合は非常に小さいので、
クォークに結合し質量を与えるスカラー場がもう一つ必要。
 $\Rightarrow H_q$ (G -singlet)
-

2. Set up

lepton mass eigenbasis

T の生成子(T_L)が対角な基底をとっても良い。

$$T_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_L & 0 \\ 0 & 0 & \eta_L^* \end{pmatrix}, \quad |\eta_L| = 1$$

この基底上で荷電レプトンは質量固有状態。

さらに H_i 、 L_i 、 E_R^i の持つ T -chargeが湯川結合の形も決める。

$$(Y_{ij}^1) = \frac{\sqrt{2}}{v \cos \beta} \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 \end{pmatrix}, (Y_{ij}^2) = \frac{\sqrt{2}}{v \cos \beta} \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_2 \\ m_2 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \end{pmatrix}, (Y_{ij}^3) = \frac{\sqrt{2}}{v \cos \beta} \begin{pmatrix} 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \\ m_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

荷電レプトンの質量は

$$(m_l)_i^k = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} Y_{i1}^k$$

2. Set up

scalar mass eigenbasis

興味のあるスカラー場は、SMと結合する

$$H_q, H_1, H_2, H_3$$

Φ_i がdecouple \Rightarrow これらからなるセクターは T -conserving

$$H_q = \begin{pmatrix} H_q^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v \sin \beta + H_q^0 + i\chi_q) \end{pmatrix}, \quad H_1 = \begin{pmatrix} H_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v \cos \beta + H_1^0 + i\chi_1) \end{pmatrix} \cdots T\text{-trivial} \\ \text{(Type-X 2HDM)}$$

$H_2, H_3 \cdots T$ -charged

特に T -conservingかつ T -charged な場 $H_{2,3}$ は、
 T -chargeの(近似的)保存のため
他の場とのmixingは小さいと考えるよ。

3. Phenomenology

T-conserving contribution

H_2 、 H_3 がT-chargeを運ぶので、SMにないFCNCが生じる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_T^{(4)} = & \frac{1}{v^2 \cos^2 \beta} \left\{ \frac{|b_3|^2}{m_{\phi_2}^2} (\overline{\tau_R e_L})(\overline{e_L \tau_R}) + \frac{|b_2|^2}{m_{\phi_2}^2} (\overline{\mu_R \tau_L})(\overline{\tau_L \mu_R}) + \frac{|b_1|^2}{m_{\phi_2}^2} (\overline{e_R \mu_L})(\overline{\mu_L e_R}) \right. \\ & + \frac{|c_3|^2}{m_{\phi_3}^2} (\overline{\tau_R \mu_L})(\overline{\mu_L \tau_R}) + \frac{|c_2|^2}{m_{\phi_3}^2} (\overline{\mu_R e_L})(\overline{e_L \mu_R}) + \frac{|c_1|^2}{m_{\phi_3}^2} (\overline{e_R \tau_L})(\overline{\tau_L e_R}) \\ & + \frac{b_2^* b_3}{m_{\phi_2}^2} (\overline{\mu_R \tau_L})(\overline{e_L \tau_R}) + \frac{b_1^* b_2}{m_{\phi_2}^2} (\overline{e_R \mu_L})(\overline{\tau_L \mu_R}) + \frac{b_3^* b_1}{m_{\phi_2}^2} (\overline{\tau_R e_L})(\overline{\mu_L e_R}) + h.c. \\ & \left. + \frac{c_2^* c_3}{m_{\phi_3}^2} (\overline{\mu_R e_L})(\overline{\mu_L \tau_R}) + \frac{c_1^* c_2}{m_{\phi_3}^2} (\overline{e_R \tau_L})(\overline{e_L \mu_R}) + \frac{c_3^* c_1}{m_{\phi_3}^2} (\overline{\tau_R \mu_L})(\overline{\tau_L e_R}) + h.c. \right\}. \end{aligned}$$

T-charged neutral scalar bosonsの交換から生じる有効4点相互作用項

$$\text{例) } \tau^- \rightarrow e^- \mu^- \mu^+$$

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow e^- \mu^- \mu^+) = \frac{m_\tau^5}{3(8\pi)^3 \Gamma_\tau} \left| \frac{m_\tau m_\mu}{m_2^2 (v \cos \beta)^2} \right|^2$$

⇒ scalar massとHiggs 混合角 β への制限

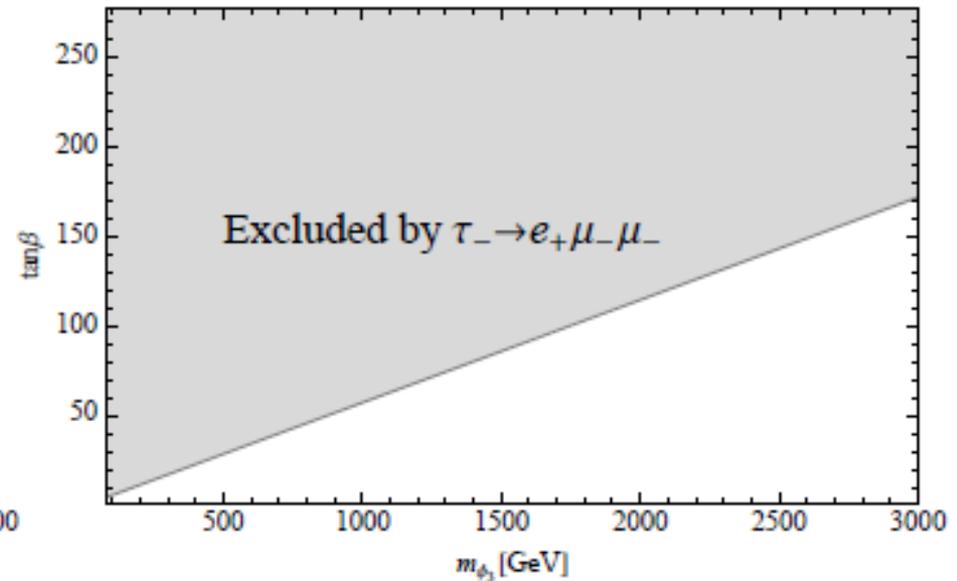
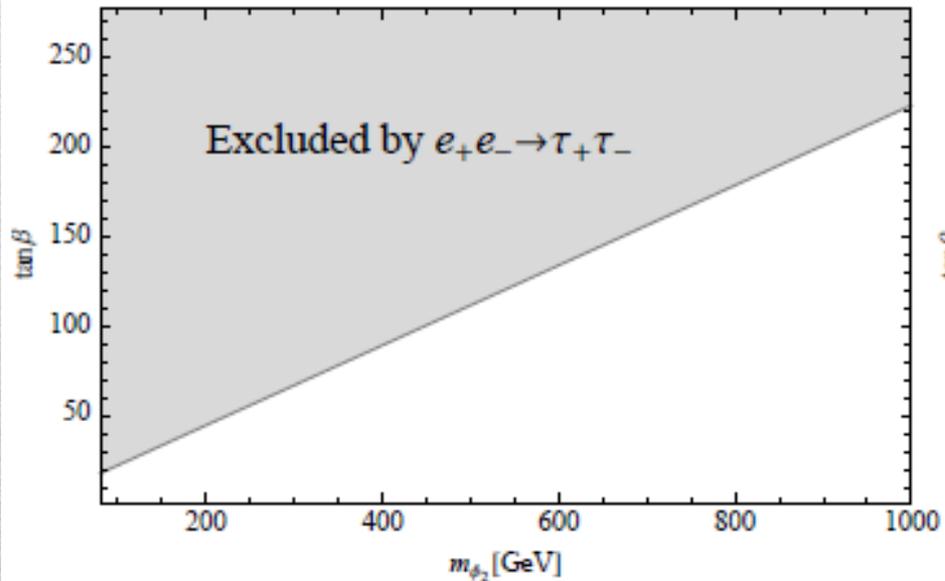
3. Phenomenology

T -conserving contribution

さらに、 T チャンネル過程で $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+, \tau^-\tau^+$ が enhanced.

結局、

$$m_2 \gtrsim 0.62 \times \frac{m_\tau}{v \cos \beta} \text{ TeV}, \quad m_3 \gtrsim 2.23 \times \frac{m_\mu}{v \cos \beta} \text{ TeV}$$

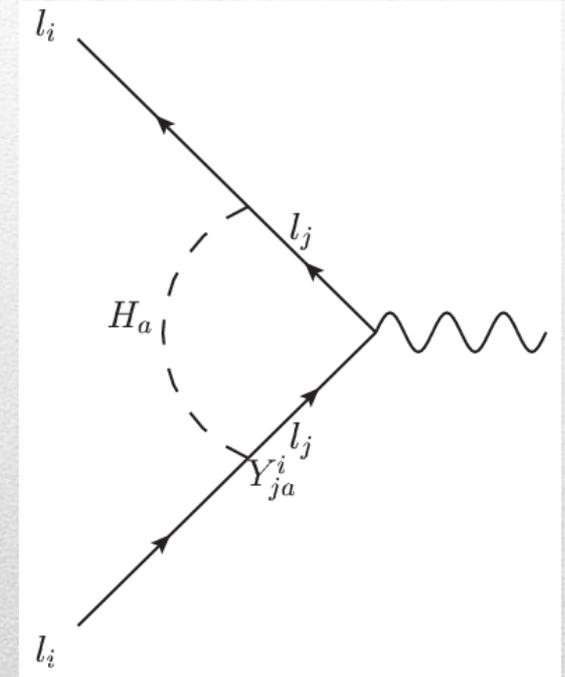


3. Phenomenology

Flavor universality

Yukawa couplingがかかわるloop補正によってレプトンの flavor universalityが破れる。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Zll} = g_Z Z^\lambda \{ & (q_L + \Delta q_L) \bar{l}_L^i \gamma_\lambda l_L^i \\ & + (q_R + \Delta q_R) \bar{l}_R^i \gamma_\lambda l_R^i \\ & + (q_R + \Delta q_R) \bar{\nu}_L^i \gamma_\lambda \nu_L^i \}\end{aligned}$$



3. Phenomenology

Flavor universality

$$\Delta q_L^i = \sum_{a=2,3} \sum_{k=1}^3 \frac{|Y_{ia}^k|^2}{16\pi^2} \frac{M_Z^2}{m_{\phi_a}^2} \left(-\frac{1}{36} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right),$$

$$\Delta q_R^i = \sum_{a=2,3} \sum_{k=1}^3 \frac{|Y_{ka}^i|^2}{16\pi^2} \frac{M_Z^2}{m_{\phi_a}^2} \left(\frac{7}{36} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right),$$

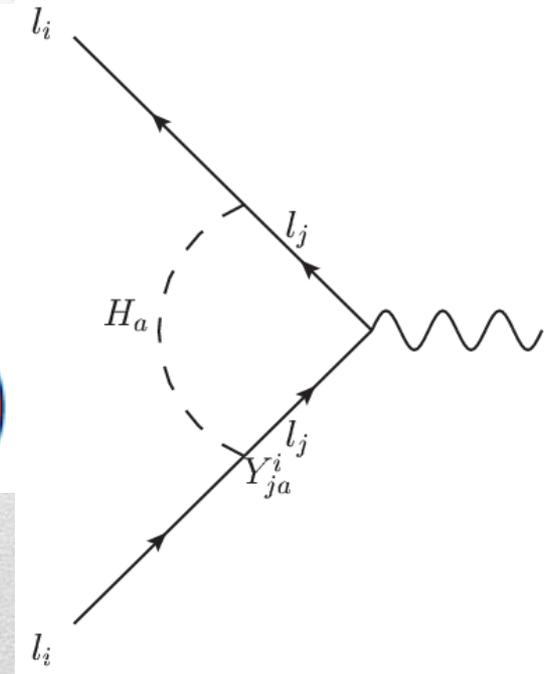
$$\Delta q_L^{\nu ij} = \sum_{a=2,3} \sum_{k,l,n=1}^3 V^{*ki} V^{nj} \frac{Y_{ka}^l Y_{na}^l}{16\pi^2} \frac{M_Z^2}{m_{\phi_a}^2} \left(\frac{1}{36} - \frac{7}{18} \sin^2 \theta_W \right)$$

比較的大きな寄与でもその大きさは、

$$\Delta q_L^e \simeq -2.87 \times 10^{-5}$$

$$\Delta q_L^\mu \simeq -1.89 \times 10^{-6}$$

$$\Delta q_R^\tau \simeq 3.21 \times 10^{-5}$$



3. Phenomenology

T -breaking contribution

H_i と Φ_i との相互作用を通じて、異なる T -chargeを持つ場同士の混合が起こる。

ただし真空の安定性を保つために、
 T -trivialな場(H_q, H_1)と T -chargedな場(H_2, H_3)との混合はない。

⇒lepton sectorにおける T -breakingの重要な効果は主に T -charged scalarどうしのmixing

$$(U^H)_{a\alpha} m_{H\alpha}^2 (U^H)_{b\alpha} = \begin{pmatrix} m_{H2}^2 + (\delta m_H^2)_{22} & (\delta m_H^2)_{23} \\ (\delta m_H^2)_{23} & m_{H3}^2 + (\delta m_H^2)_{33} \end{pmatrix}$$

$$(U^A)_{a\alpha} m_{A\alpha}^2 (U^A)_{b\alpha} = \begin{pmatrix} m_{A2}^2 + (\delta m_A^2)_{22} & (\delta m_A^2)_{23} \\ (\delta m_A^2)_{23} & m_{A3}^2 + (\delta m_A^2)_{33} \end{pmatrix}$$

3. Phenomenology

T -breaking contribution

$$\mu \rightarrow e\gamma \quad \mathcal{L}_{\mu \rightarrow e\gamma} = eC_\mu \bar{e}_L \sigma_{\mu\nu} \mu_R F^{\mu\nu}$$

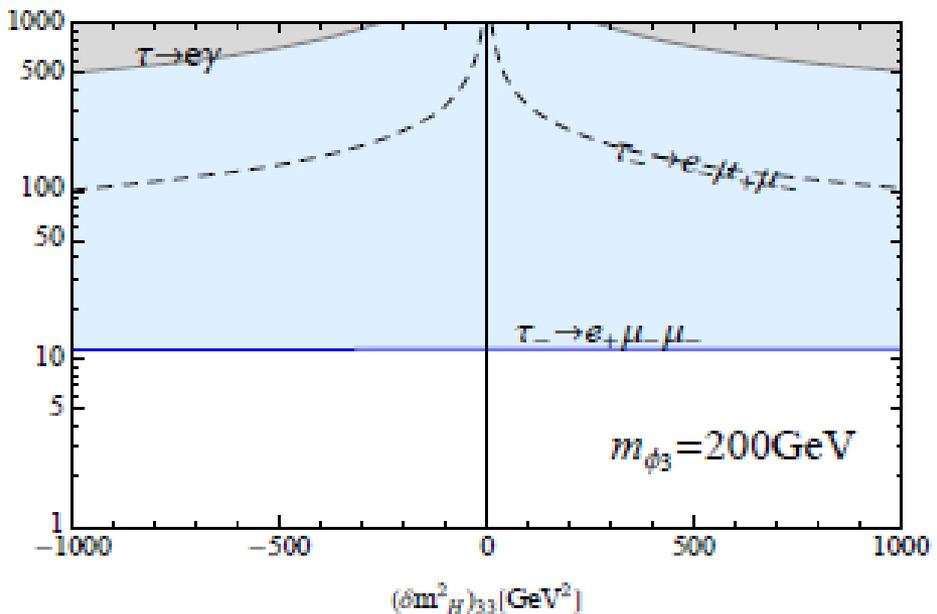
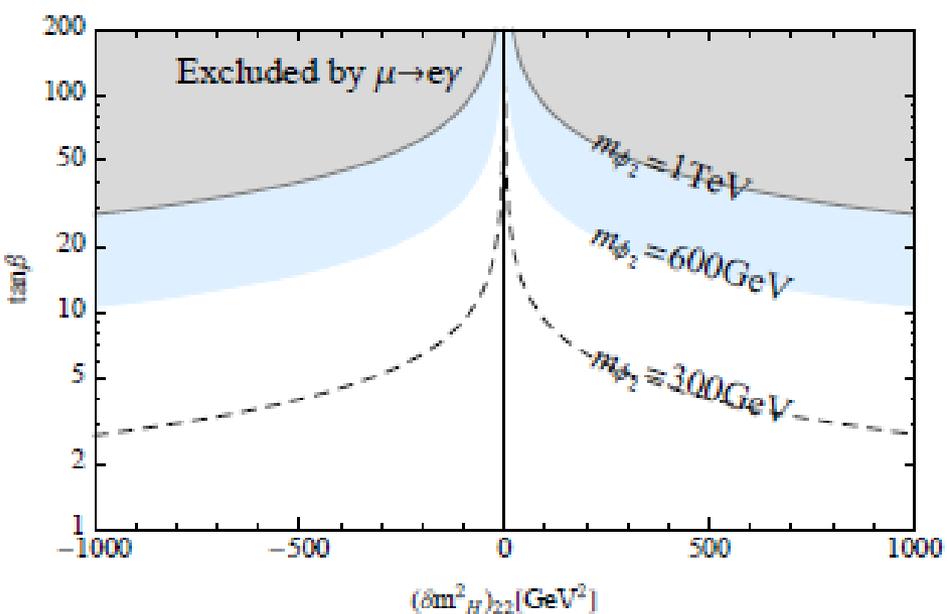
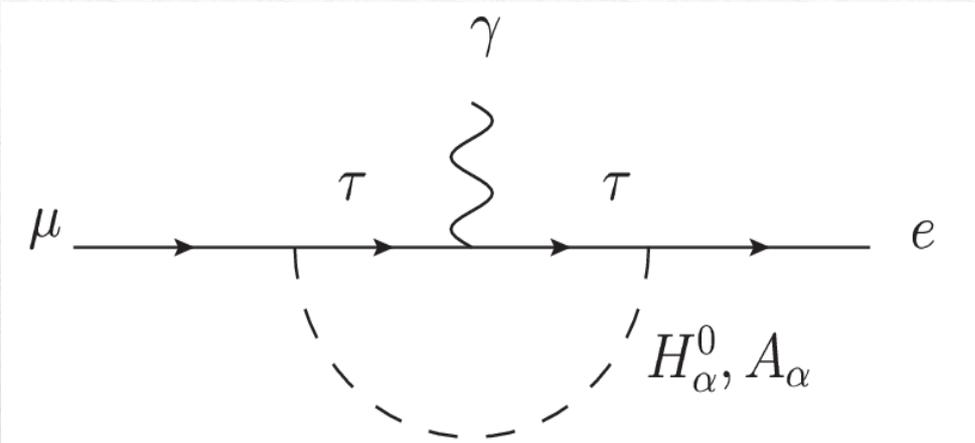
$$C_\mu = \frac{m_\tau Y_{e2}^\tau Y_{\tau 2}^\mu}{64\pi^2} \left\{ \frac{U_{2\alpha}^H U_{2\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{U_{2\alpha}^A U_{2\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$

$$\tau \rightarrow e\gamma \quad \mathcal{L}_{\tau \rightarrow e\gamma} = eC_\tau \bar{e}_L \sigma_{\mu\nu} \tau_R F^{\mu\nu}$$

$$C_\tau = \frac{m_\mu Y_{e3}^\mu Y_{\mu 3}^\tau}{64\pi^2} \left\{ \frac{U_{3\alpha}^H U_{3\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\mu^2} - \frac{m_\tau}{6m_\mu} \right) - \frac{U_{3\alpha}^A U_{3\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\mu^2} - \frac{m_\tau}{6m_\mu} \right) \right\}$$

3. Phenomenology

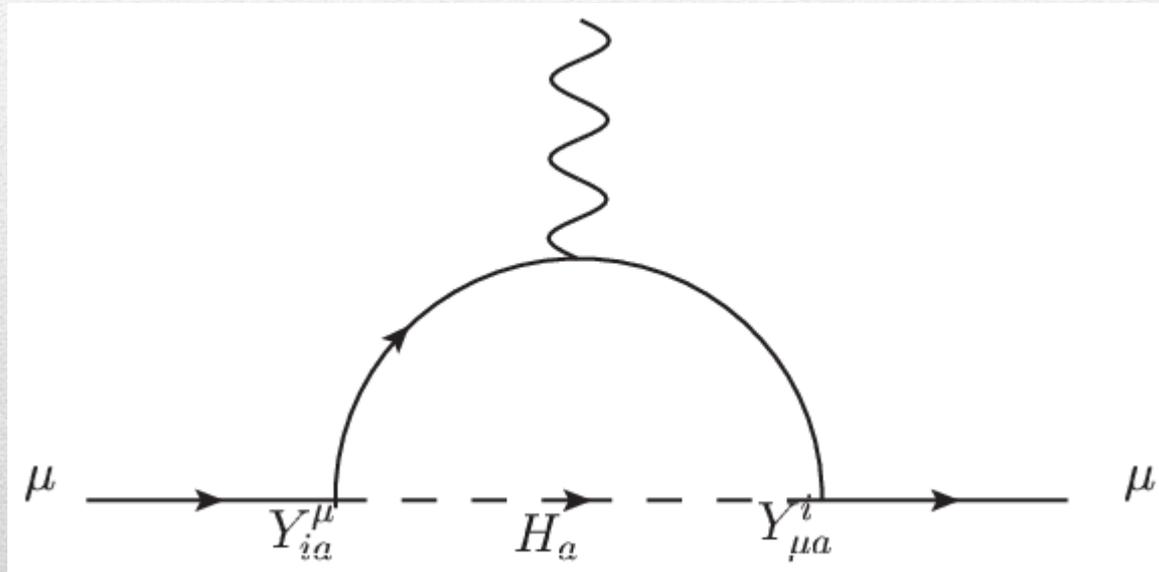
T -breaking contribution



3. Phenomenology

Muon g-2

T -charged scalar bosons からも muon g-2 への新たな寄与が生じる。

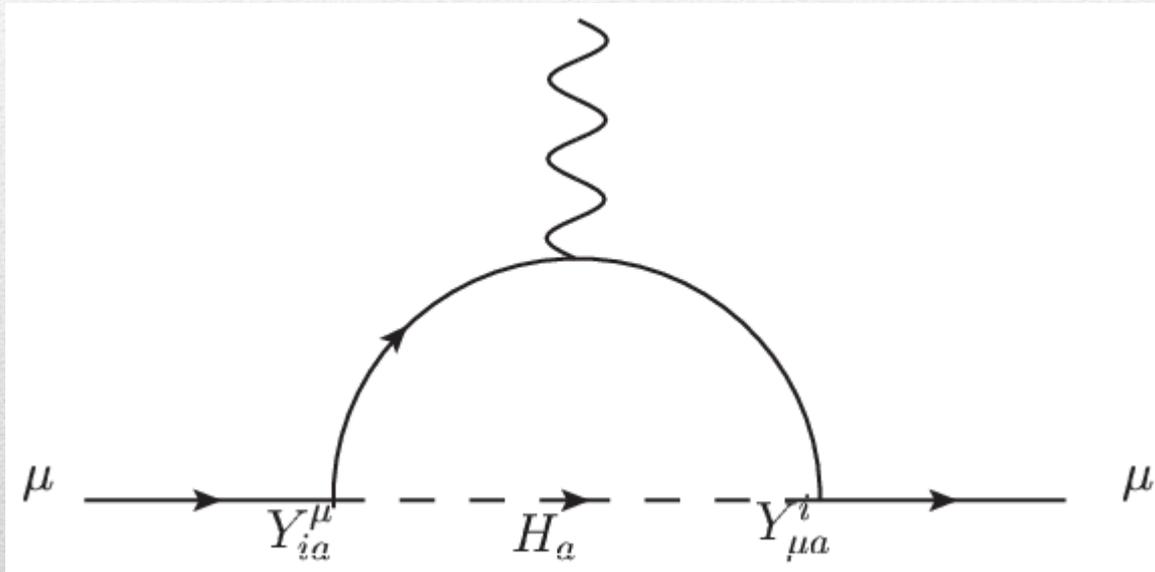


$$\Rightarrow \Delta a_\mu \simeq \frac{m_\mu m_\tau Y_{\tau 2}^\mu Y_{\mu 3}^\tau}{(4\pi)^2} \left\{ \frac{U_{2\alpha}^H U_{3\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{U_{2\alpha}^A U_{3\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$

3. Phenomenology

Muon $g-2$

T -charged scalar bosons からも muon $g-2$ への新たな寄与が生じる。



$\sim 10^{-11}$ much below the experimental limit

3. Phenomenology

Electric dipole moment

$$d_e \simeq \frac{em_\tau}{32\pi^2} \text{Im}(Y_{e2}^\tau Y_{\tau 2}^e) \left\{ \frac{U_{3\alpha}^H U_{2\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{U_{3\alpha}^A U_{2\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$

$$d_\mu \simeq \frac{em_\tau}{32\pi^2} \text{Im}(Y_{\mu 2}^\tau Y_{\tau 2}^\mu) \left\{ \frac{U_{3\alpha}^H U_{2\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{U_{3\alpha}^A U_{2\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$

$$|d_e| < 8.7 \times 10^{-29} [e \cdot cm]$$

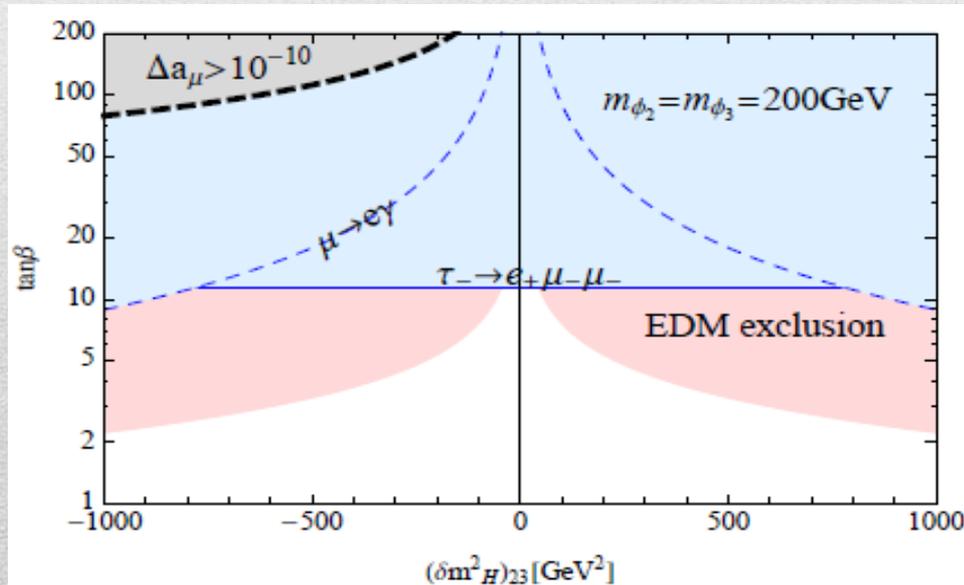
$$|d_\mu| < 1.8 \times 10^{-19} [e \cdot cm]$$

3. Phenomenology

Electric dipole moment

$$d_e \simeq \frac{em_\tau}{32\pi^2} \text{Im}(Y_{e2}^\tau Y_{\tau 2}^e) \left\{ \frac{U_{3\alpha}^H U_{2\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{U_{3\alpha}^A U_{2\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$

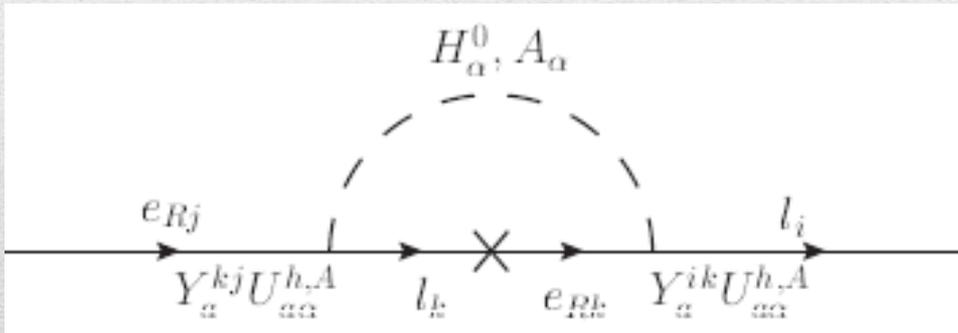
$$d_\mu \simeq \frac{em_\tau}{32\pi^2} \text{Im}(Y_{\mu 2}^\tau Y_{\tau 2}^\mu) \left\{ \frac{U_{3\alpha}^H U_{2\alpha}^H}{m_{H\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{U_{3\alpha}^A U_{2\alpha}^A}{m_{A\alpha}^2} \left(\ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$



3. Phenomenology

Non zero θ_{13}

T -breakingの重要な効果のひとつとして
レプトンのmass basisのshiftがある。

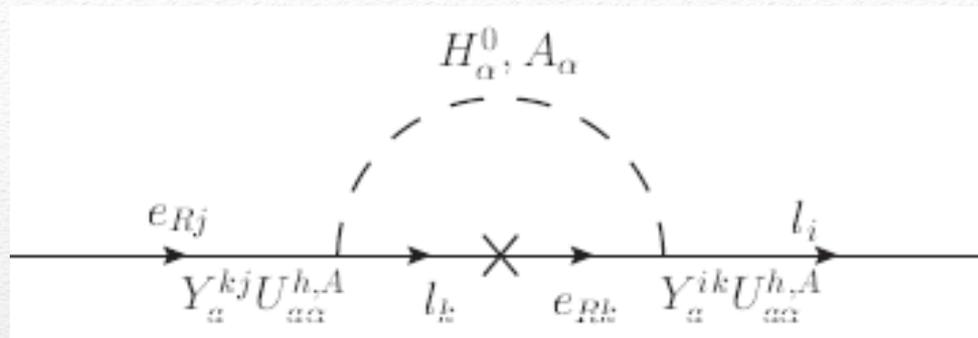


Φ_i による T -breakingは
Higgs potential中の相互作用を含む
1-loop 過程によって
荷電レプトンセクターに伝播する

これによりニュートリノ混合角が、
BM、TBM mixingといった単純なパターンからずれる。

3. Phenomenology

Non zero θ_{13}



$$M_l = \begin{pmatrix} m_e & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{\mu e} & m_\mu & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{\tau e} & \epsilon_{\tau\mu} & m_\tau \end{pmatrix}, \quad \epsilon_{ij} = \sum_{a,b,k,\alpha,\beta} \frac{Y_{ia}^k m_k Y_{kb}^j}{32\pi^2} \left\{ U_{a\alpha}^H U_{b\alpha}^H \ln \frac{m_{H\alpha}^2}{\Lambda^2} - U_{a\alpha}^A U_{b\alpha}^A \ln \frac{m_{A\alpha}^2}{\Lambda^2} \right\}$$

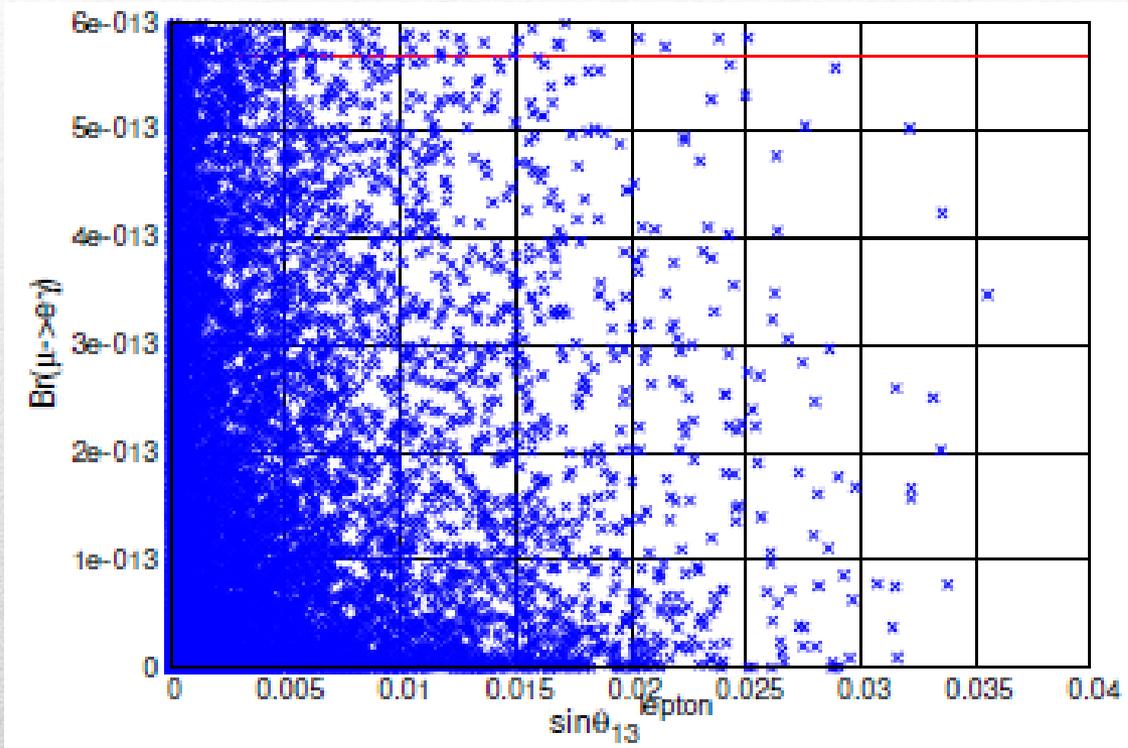
$$U'_{PMNS} = U_L^\dagger U_{PMNS} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\epsilon_{e\mu}}{m_\mu} & -\frac{\epsilon_{e\tau}}{m_\tau} \\ \frac{\epsilon_{e\mu}}{m_\mu} & 1 & -\frac{\epsilon_{\mu\tau}}{m_\tau} \\ \frac{\epsilon_{e\tau}}{m_\tau} & \frac{\epsilon_{\mu\tau}}{m_\tau} & 1 \end{pmatrix} U_{PMNS}$$

U_{PMNS} がTBMの場合、

$$\sin \theta_{13} = \frac{\epsilon_{e\mu}}{\sqrt{2}m_\mu} - \frac{\epsilon_{e\tau}}{\sqrt{2}m_\tau} \simeq \frac{Y_{e2}^\tau Y_{\tau 2}^\mu}{\sqrt{2}(4\pi)^2} \frac{m_\tau}{m_\mu} \left(U_{2\alpha}^H U_{2\alpha}^H \ln \frac{m_{H\alpha}^2}{m_\tau^2} - U_{2\alpha}^A U_{2\alpha}^A \ln \frac{m_{A\alpha}^2}{m_\tau^2} \right)$$

3. Phenomenology

Non zero θ_{13}



先の制限を満たす T-breaking の大きさでは、 θ_{13} の値として $O(0.01)$ 程度しか導出できない。
 \Rightarrow another T-breaking の寄与の必要性

3. Phenomenology

Non zero θ_{13}

新たな T -breakingの寄与の例・・・VEV alignmentのずれ

T の生成子が $T_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_L & 0 \\ 0 & 0 & \eta_L^* \end{pmatrix}$ の基底

\Rightarrow 元のVEV alignment は $(\langle H_1^0 \rangle, \langle H_2^0 \rangle, \langle H_3^0 \rangle) = (v, 0, 0)$

これを $(\langle H_1^0 \rangle, \langle H_2^0 \rangle, \langle H_3^0 \rangle) = (v, \delta v_2, \delta v_3)$ として、

$$\sin \theta_{13} \simeq \frac{\delta v_2 - \delta v_3}{\sqrt{2}v \cos \beta}$$

を得る。

3. Phenomenology

Non zero θ_{13}

T -breaking LFVを T -conserving LFVとの相関

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-) \simeq \left(\frac{\delta v_2}{v \cos \beta} \frac{m_{\phi_3}^2}{m_{\phi_2}^2} \right)^2 \times \text{Br}(\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-),$$

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-) \simeq \left\{ \left(\frac{\epsilon_{e\tau}}{m_\tau} + \frac{\epsilon_{\tau\mu}}{m_\mu} \right) \frac{m_{\phi_3}^2}{m_{\phi_2}^2} + \frac{\epsilon_{e\mu}}{m_\mu} \right\}^2 \times \text{Br}(\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-),$$

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-) \simeq \left(\frac{\epsilon_{e\mu} - \epsilon_{\tau\mu}}{m_\mu} - \frac{\delta v_3}{v \cos \beta} \right)^2 \times \text{Br}(\tau^- \rightarrow e^+ \mu^- \mu^-).$$

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow e^- \gamma) \simeq \left(\frac{\epsilon_{e\tau}}{m_\tau} - \frac{\delta v_2}{v \cos \beta} \right)^2 \times \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} \times \text{Br}(\mu^- \rightarrow e^- \gamma),$$

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) \simeq \left(\frac{\epsilon_{e\tau}}{m_\tau} - \frac{\delta v_2}{v \cos \beta} \right)^2 \times \text{Br}(\mu^- \rightarrow e^- \gamma).$$

4. Summary

ニュートリノ混合角を説明付けるには、レプトンセクターに離散的フレーバー対称性を課すことが有効な手段である。

そのようなタイプのモデルでは、荷電レプトンセクターとニュートリノセクターに異なる部分群(それぞれ T, S)を残す形でフレーバー対称性が破れる。

一般的なフレーバー対称性の下で構築されたミニマルなモデルのLFVの解析は、 T の保存と破れの効果を用いて行うことができる。

LFVへの実験的制限から T の破れの効果が制限され、そのために実際に観測されているニュートリノ混合角を与えるほど大きなループ補正が生じない。ニュートリノ混合角を説明付けるモデルにはnon-minimalな効果を考えなくてはならない。
