Flavonの質量の制限とコライダー物理

清水　勇介（広島大学）

2016年9月8日

基研研究会 素粒子物理学の進展2016@京都大学 基礎物理学研究所

共同研究者：村松祐 (KIAS➡武漢)、野村敬明 (KIAS)

JHEP 1603 (2016) 192

概要

1. 導入
    - ニュートリノ振動とレプトンの世代混合
    - 非可換離散対称性
2. レプトンのフレーバー模型
3. フレーバー現象論とコライダー物理
4. まとめ

1. 導入

- 素粒子標準模型　$SU(3)_Q \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

Particle	First	Second	Third	Mixing matrix
Quark	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ u_R^c d_R^c	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$ c_R^c s_R^c	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$ t_R^c b_R^c	CKM matrix (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa)
Lepton	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ e_R^c	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$ μ_R^c	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$ τ_R^c	PMNS matrix (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata)

- 世代の謎

- 素粒子の質量は世代ごとに違う
- 素粒子の世代混合はレプトンとクォークで大きく異なっている

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

- ニュートリノのフレーバー、質量固有状態と時間発展

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha j}|\nu_j\rangle, \quad |\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha j}|\nu_j\rangle e^{-iE_j t}$$

- ２世代の場合を考える（世代混合角 θ ）

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle e^{-iE_1 t} + \sin\theta|\nu_2\rangle e^{-iE_2 t}$$

$$|\nu_\mu(t)\rangle = -\sin\theta|\nu_1\rangle e^{-iE_1 t} + \cos\theta|\nu_2\rangle e^{-iE_2 t}$$

- $\nu_e \longrightarrow \nu_\mu$ の遷移確率

$$P(\nu_e \to \nu_\mu; t) = |\langle\nu_\mu|\nu_e(t)\rangle|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{E_2 - E_1}{2} t$$

$$\simeq \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}, \quad \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$$

$$E_j = \sqrt{p^2 + m_j^2} \simeq p + \frac{m_j^2}{2E}$$

- ニュートリノの質量二乗差

$$\Delta m^2_{\rm sol} \equiv m_2^2 - m_1^2, \quad \left|\Delta m^2_{\rm atm}\right| \equiv \left|m_3^2 - m_1^2\right|.$$

- ニュートリノの質量階層性

- 順階層性 (NH) ➡ $m_1 < m_2 < m_3$

- 逆階層性 (IH) ➡ $m_3 < m_1 < m_2$

- 縮退型 (QD) ➡ $m_1 \sim m_2 \sim m_3$

- Higgs機構を通じて標準模型のフェルミオンは質量を獲得する

$$\mathcal{L}_Y = y\bar{\psi}_L H \psi_R \to y\langle H\rangle \bar{\psi}_L \psi_R = m_f \bar{\psi}_L \psi_R.$$

標準模型では、右巻きニュートリノが存在しないため、
ニュートリノは質量を持つことができない

- シーソー機構

Minkowski '77; Gell-Mann, Ramond, Slansky; Yanagida; Glashow; Mohapatra, Senjanovic '79

- 右巻きマヨラナニュートリノを３世代導入する

$$M = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_N \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{対角化}} M_\nu \simeq -M_D^T M_N^{-1} M_D$$

- $M_N >> M_D$ ならば、左巻きマヨラナニュートリノは小さが ゼロではない質量を獲得する

- レプトンの世代混合行列（PMNS行列）

$$U \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\rm CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\rm CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\rm CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\rm CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\rm CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\rm CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\rm CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $\delta_{\rm CP}$：ディラック位相、 α, β：マヨラナ位相

- ニュートリノ実験

- ニュートリノの原子炉実験はゼロでない θ_{13} を示唆している
  - Daya Bayの実験結果： $\sin^2 2\theta_{13} = 0.084 \pm 0.005$
  - RENO, Double Chooz, T2K実験の結果と無矛盾
  - ニュートリノ振動のglobal fitの解析結果

M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, T. Schwetz, JHEP 1411 (2014) 052

parameter	best fit	1σ	3σ
$\sin^2\theta_{12}$	0.304	0.292-0.317	0.270-0.344
$\sin^2\theta_{23}$	0.452 0.579	0.424-0.504 0.542-0.604	0.382-0.643 0.389-0.644
$\sin^2\theta_{13}$	0.0218 0.0219	0.0208-0.0228 0.0209-0.0230	0.0186-0.0250 0.0188-0.0251
$\Delta m^2_{\mathrm{sol}}\ [10^{-5}\mathrm{eV}^2]$	7.50	7.33-7.69	7.02-8.09
$\lvert\Delta m^2_{\mathrm{atm}}\rvert\ [10^{-3}\mathrm{eV}^2]$	2.457 2.449	2.410-2.504 2.401-2.496	2.317-2.607 2.307-2.590
$\delta_{\mathrm{CP}}\ [^\circ]$	306 254	236-345 192-317	0-360

- レプトンとクォークの世代混合の違い
  - レプトンの世代混合：PMNS行列

$$|U_{\mathrm{PMNS}}| \simeq \begin{pmatrix} 0.825 & 0.545 & 0.148 \\ 0.462 & 0.587 & 0.665 \\ 0.326 & 0.598 & 0.732 \end{pmatrix}$$

レプトンの世代混合は θ_{13} を除いて大きい

$$\sin\theta_{13} \simeq 0.148$$

  - クォークの世代混合：CKM行列 (PDG 2014)

$$|V_{\mathrm{CKM}}| \simeq \begin{pmatrix} 0.974 & 0.225 & 0.00355 \\ 0.225 & 0.973 & 0.0414 \\ 0.00886 & 0.0405 & 0.999 \end{pmatrix}$$

クォークの世代混合はカビボ角 λ_C を除いて小さい

$$\lambda_C \simeq 0.225$$

  - レプトンとクォークの世代混合の違いを説明することが研究の動機

- 非可換離散対称性

- 原子炉実験が θ_{13} を観測する前まで、tri-bimaximal mixing (TBM)という考え方が実験とよく合っていた

P. F. Harrison, D. H. Perkins and W. G. Scott, Phys. Lett. B 530 (2002) 167

$$U_{\mathrm{PMNS}} = V_{\mathrm{TBM}} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

$$|U_{e2}| = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad |U_{\mu 3}| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad |U_{e3}| = 0$$

- 左巻きマヨラナニュートリノの質量行列（荷電レプトンは対角的）

$$M_\nu^{\mathrm{TBM}} = \frac{m_1 + m_3}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{m_2 - m_1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{m_1 - m_3}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

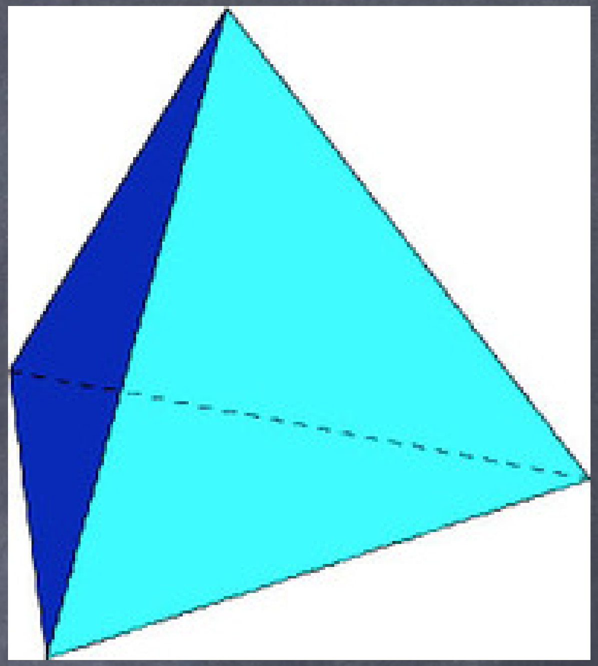
- TBMは非可換離散群により導出することができる

H. Ishimori, T. Kobayashi, H. Ohki, H. Okada, Y. S., and M. Tanimoto,
Prog. Theor. Phys. Suppl. 183 (2010) 1; Lect. Notes Phys. 858 (2012) 1

- A_4 群

正四面体の対称群もしくは４つの要素の隅置換の群である

群の要素の数：12



- A_4 の既約表現：$\mathbf{1}, \mathbf{1}', \mathbf{1}'', \mathbf{3_S}, \mathbf{3_A}$

- 掛け算則：$\mathbf{1}\otimes\mathbf{1}=\mathbf{1}'\otimes\mathbf{1}''=\mathbf{1}''\otimes\mathbf{1}'=\mathbf{1}$

$\mathbf{1}\otimes\mathbf{1}'=\mathbf{1}'\otimes\mathbf{1}=\mathbf{1}''\otimes\mathbf{1}''=\mathbf{1}'$

$\mathbf{1}\otimes\mathbf{1}''=\mathbf{1}''\otimes\mathbf{1}=\mathbf{1}'\otimes\mathbf{1}'=\mathbf{1}''$

$\mathbf{3}\otimes\mathbf{3}=\mathbf{1}\oplus\mathbf{1}'\oplus\mathbf{1}''\oplus\mathbf{3_S}\oplus\mathbf{3_A}$

$$(a_1,a_2,a_3)_{\mathbf{3}}\otimes(b_1,b_2,b_3)_{\mathbf{3}}=(a_1b_1+a_2b_3+a_3b_2)_{\mathbf{1}}\oplus(a_3b_3+a_1b_2+a_2b_1)_{\mathbf{1}'}$$

$$\oplus(a_2b_2+a_1b_3+a_3b_1)_{\mathbf{1}''}\oplus\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2a_1b_1-a_2b_3-a_3b_3\\2a_3b_3-a_1b_2-a_2b_1\\2a_2b_2-a_1b_3-a_3b_1\end{pmatrix}_{\mathbf{3_S}}\oplus\frac{1}{2}\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_1b_2-a_2b_1\\a_1b_3-a_3b_1\end{pmatrix}_{\mathbf{3_A}}$$

- A_4 不変な既約表現：$\mathbf{1}$

2. レプトンのフレーバー模型

- A_4 ニュートリノ模型

- A_4 対称性を用いてtri-bimaximal mixing (TBM)を導くことができる

G. Altarelli and F. Feruglio, Nucl. Phys. B 720 (2005) 64

- $SU(2),\ A_4,\ Z_3$ の荷電の割り当て $(\omega = e^{\frac{2}{3}\pi i})$

	$l=(l_e,l_\mu,l_\tau)$	e^c	μ^c	τ^c	$h_{u,d}$	ϕ_T	ϕ_S	ξ
$SU(2)$	2	1	1	1	2	1	1	1
A_4	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}''$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$
Z_3	ω	ω^2	ω^2	ω^2	1	1	ω	ω

- $A_4 \times Z_3$ 不変な湯川相互作用のスーパーポテンシャル

$$w_\ell = y_e(e^c)_{\mathbf{1}}(l\phi_T)_{\mathbf{1}}h_d/\Lambda + y_\mu(\mu^c)_{\mathbf{1}''}(l\phi_T)_{\mathbf{1}'}h_d/\Lambda + y_\tau(\tau^c)_{\mathbf{1}'}(l\phi_T)_{\mathbf{1}''}h_d/\Lambda,$$
$$+\left[y_{\phi_S}(\phi_S)_{\mathbf{3}}(ll)_{\mathbf{3}} + y_\xi(\xi)_{\mathbf{1}}(ll)_{\mathbf{1}}\right]h_u h_u/\Lambda^2$$

- VEVとVEV alignment: $\langle h_{u,d}\rangle = v_{u,d}, \quad \langle \xi \rangle = v_\xi$

$$\langle \phi_T \rangle = v_T(1,0,0), \quad \langle \phi_S \rangle = v_S(1,1,1)$$

- 荷電レプトンの質量行列 (対角的)

$$M_l = \begin{pmatrix} y_e & 0 & 0 \\ 0 & y_\mu & 0 \\ 0 & 0 & y_\tau \end{pmatrix} v_T v_d$$

- 左巻きマヨラナニュートリノの質量行列 ($a = -3b$)

$$M_\nu = a\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a = \frac{y_{\phi_S} v_S v_u^2}{\Lambda^2}, \quad b = -\frac{y_{\phi_S} v_S v_u^2}{3\Lambda^2}, \quad c = \frac{y_\xi v_\xi v_u^2}{\Lambda^2}$$

- レプトンの世代混合：tri-bimaximal mixing

- Altarelliらは A_4模型において $\mathbf{1}$ だけ導入した：$\theta_{13}=0$

$$M_\nu = a\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$$

- ニュートリノ原子炉実験の結果：$\theta_{13}\neq 0$

- 我々は $\mathbf{1}$ 以外に $\mathbf{1}'$, $\mathbf{1}''$ を導入することにより、tri-bimaximal mixing からのズレを検討した　Y.S., M. Tanimoto and A. Watanabe, Prog. Theor. Phys. 126 (2011) 81

$$\mathbf{1}:\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\quad \mathbf{1}':\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\quad \mathbf{1}'':\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{1}'':\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$$

- 左巻きマヨラナニュートリノの質量行列 ($\mathbf{1'}$)

$$M_\nu = a\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

- Tri-bimaximal mixingで回転させる

$$M_\nu = V_{\text{tri-bi}}\begin{pmatrix}a+c-\frac{d}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}d\\ 0 & a+3b+c+d & 0\\ \frac{\sqrt{3}}{2}d & 0 & a-c+\frac{d}{2}\end{pmatrix}V_{\text{tri-bi}}^T$$

- ニュートリノの質量二乗差

$$\Delta m_{31}^2 = -4a\sqrt{c^2+d^2-cd}\ ,$$
$$\Delta m_{21}^2 = (a+3b+c+d)^2-(a+\sqrt{c^2+d^2-cd})^2$$

- レプトンの世代混合行列（荷電レプトンは対角的）

$$U_{\text{PMNS}} = V_{\text{tri-bi}} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix},$$

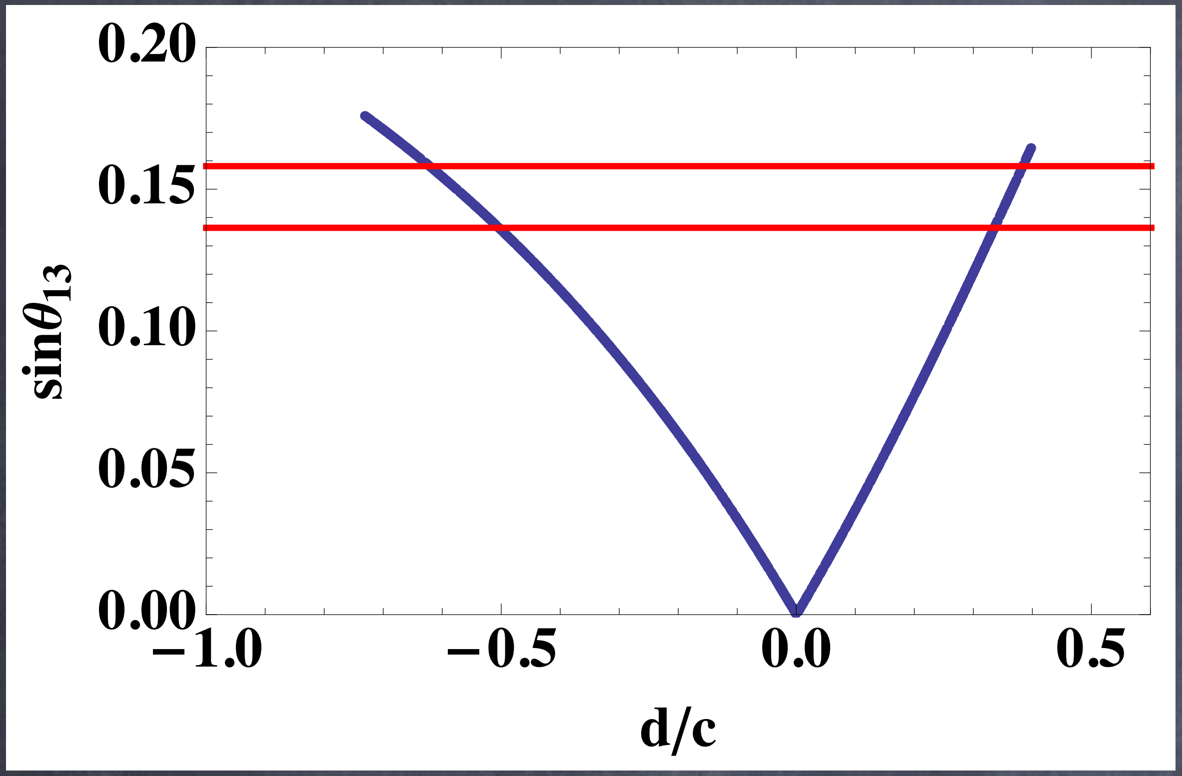
$$\tan 2\theta = \frac{\sqrt{3}d}{-2c + d}$$

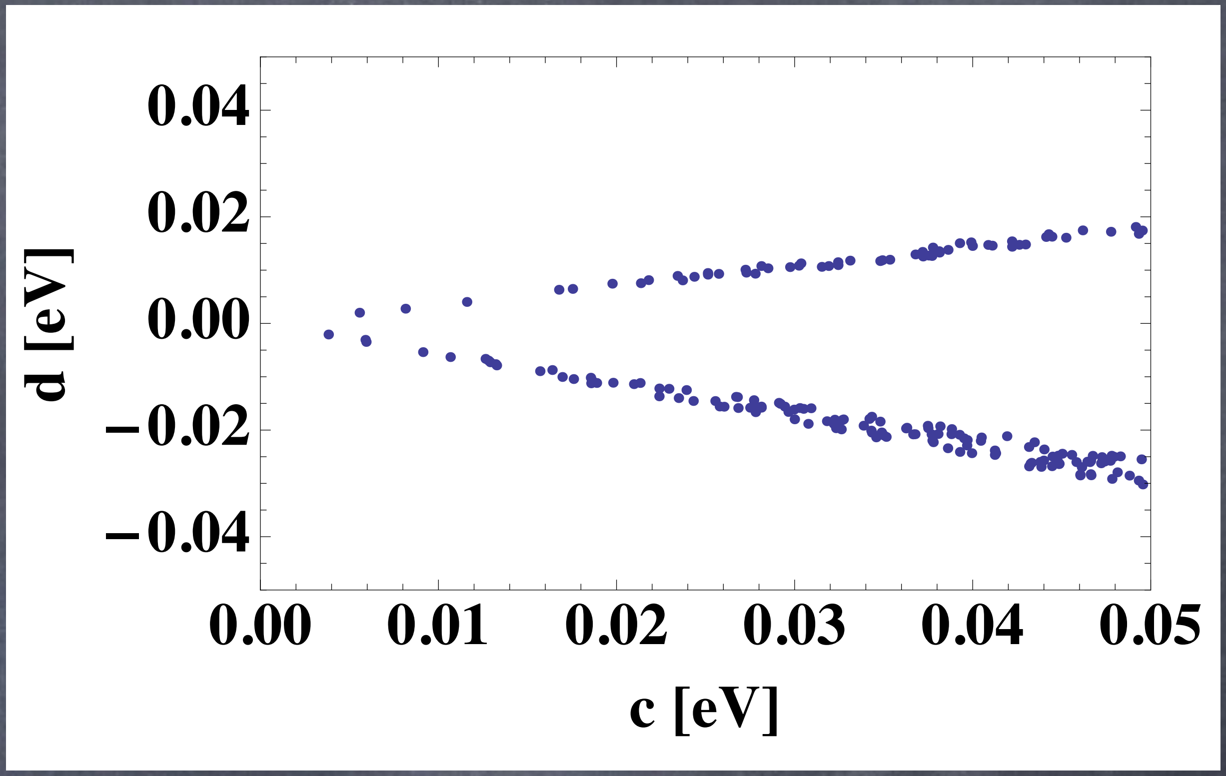
- レプトンの世代混合の行列要素

$$|U_{e2}| = \frac{1}{\sqrt{3}}, \ |U_{e3}| = \frac{2}{\sqrt{6}}|\sin\theta|, \ |U_{\mu 3}| = \left| -\frac{1}{\sqrt{6}}\sin\theta - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta \right|$$

- $d \neq 0$ であればゼロではない θ_{13} が得られる

- 数値解析結果





- ニュートリノの原子炉実験の結果が報告される前に θ_{13} を予言した

Y.S., M. Tanimoto and A. Watanabe, Prog. Theor. Phys. 126 (2011) 81

↓

日本物理学会第20回論文賞受賞 (2015年)

- Altarelliらの模型を改良

Y.S., M. Tanimoto and A. Watanabe, Prog. Theor. Phys. 126 (2011) 81

Y. Muramatsu, T. Nomura and Y.S., JHEP 1603 (2016) 192

	l	e^c	μ^c	τ^c	ν^c	$h_{u,d}$	ϕ_T	ϕ_S	ξ	ξ'
$SU(2)$	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1
A_4	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}''$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$
Z_3	ω	ω^2	ω^2	ω^2	ω^2	1	1	ω^2	ω^2	ω^2

- $A_4 \times Z_3$ 不変な湯川相互作用のスーパーポテンシャル

$$w_Y \equiv w_\ell + w_D + w_N,$$

$$w_\ell = y_e(\phi_T l)_{\mathbf{1}}(e^c)_{\mathbf{1}} h_d/\Lambda + y_\mu(\phi_T l)_{\mathbf{1}'}(\mu^c)_{\mathbf{1}''} h_d/\Lambda + y_\tau(\phi_T l)_{\mathbf{1}''}(\tau^c)_{\mathbf{1}'} h_d/\Lambda,$$

$$w_D = y_D(l\nu^c)_{\mathbf{1}} h_u,$$

$$w_N = y_{\phi_S}(\phi_S)_{\mathbf{3}}(\nu^c\nu^c)_{\mathbf{3}} + y_\xi(\xi)_{\mathbf{1}}(\nu^c\nu^c)_{\mathbf{1}} + y_{\xi'}(\xi')_{\mathbf{1}'}(\nu^c\nu^c)_{\mathbf{1}''}$$

- 荷電レプトンとディラックニュートリノの質量行列

$$M_\ell = \frac{v_d v_T}{\Lambda}\begin{pmatrix} y_e & 0 & 0 \\ 0 & y_\mu & 0 \\ 0 & 0 & y_\tau \end{pmatrix}, \quad M_D = y_D v_u \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Altarelliらの模型を改良

- 右巻きマヨラナニュートリノの質量行列

$$M_N = y_{\phi_S} v_S \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + y_\xi u \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + y_{\xi'} u' \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- シーソー機構を用いることにより、左巻きマヨラナニュートリノの質量行列が得られる

$$M_\nu = a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- $\theta_{13} \neq 0$ となるレプトン模型が構築できた

3. フレーバー現象論とコライダー物理

- これまで非可換離散対称性を用いた様々なレプトンやクォークのフレーバー模型の先行研究がある

H. Ishimori, T. Kobayashi, H. Ohki, H. Okada, Y. S., and M. Tanimoto,
Prog. Theor. Phys. Suppl. 183 (2010) 1; Lect. Notes Phys. 858 (2012) 1

- 非可換離散対称性を用いたフレーバー模型の検証可能性が重要

- 非可換離散対称性を破るスカラー場 (flavon) に注目した

Y. Muramatsu, T. Nomura and Y.S., JHEP 1603 (2016) 192

標準模型のヒッグス粒子と関連した先行研究はあるが。。。

M. Holthausen, M. Lindner and M. A. Schmidt, Phys. Rev. D 87 (2013) 3, 033006;
I. de Medeiros Varzielas, O. Fischer and V. Maurer, JHEP 1508 (2015) 080;
T. Kobayashi, Y. Omura, F. Takayama and D. Yasuhara, JHEP 1510 (2015) 042;
I. d. M. Varzielas and O. Fischer, JHEP 1601 (2016) 160

- スカラー場 (flavon) のポテンシャル解析

- スカラー場の真空構造を解析するために"driving filed"と呼ばれる $U(1)_R$ 荷電 +2を持ったスカラー場を導入

	l	e^c	μ^c	τ^c	ν^c	$h_{u,d}$	ϕ_T	ϕ_S	ξ	ξ'	ϕ_0^T	ϕ_0^S	ξ_0
$SU(2)$	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1
A_4	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}''$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{1}$
Z_3	ω	ω^2	ω^2	ω^2	ω^2	1	1	ω^2	ω^2	ω^2	1	ω^2	ω^2
$U(1)_R$	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2

- $A_4 \times Z_3$ 不変なスカラー場のスーパーポテンシャル

$$w_d \equiv w_d^T + w_d^S,$$

$$w_d^T = -M\phi_0^T\phi_T + g\phi_0^T\phi_T\phi_T,$$

$$w_d^S = g_1\phi_0^S\phi_S\phi_S - g_2\phi_0^S\phi_S\xi + g_2'\phi_0^S\phi_S\xi' + g_3\xi_0\phi_S\phi_S - g_4\xi_0\xi\xi$$

- $A_4 \times Z_3$ 不変なスカラー場のスーパーポテンシャル

$$\phi_T = (\phi_{T1}, \phi_{T2}, \phi_{T3}) \,, \quad \phi_S = (\phi_{S1}, \phi_{S2}, \phi_{S3}) \,,$$
$$\phi_0^T = \left(\phi_{01}^T, \phi_{02}^T, \phi_{03}^T\right) \,, \quad \phi_0^S = \left(\phi_{01}^S, \phi_{02}^S, \phi_{03}^S\right)$$

$$\begin{aligned} w_d^T &= -M \left(\phi_{01}^T \phi_{T1} + \phi_{02}^T \phi_{T3} + \phi_{03}^T \phi_{T2}\right) \\ &+ \frac{2g}{3} \left[\phi_{01}^T \left(\phi_{T1}^2 - \phi_{T2}\phi_{T3}\right) + \phi_{02}^T \left(\phi_{T2}^2 - \phi_{T1}\phi_{T3}\right) + \phi_{03}^T \left(\phi_{T3}^2 - \phi_{T1}\phi_{T2}\right)\right] , \\ w_d^S &= \frac{2g_1}{3} \left[\phi_{01}^S \left(\phi_{S1}^2 - \phi_{S2}\phi_{S3}\right) + \phi_{02}^S \left(\phi_{S2}^2 - \phi_{S1}\phi_{S3}\right) + \phi_{03}^S \left(\phi_{S3}^2 - \phi_{S1}\phi_{S2}\right)\right] \\ &- g_2 \left(\phi_{01}^S \phi_{S1} + \phi_{02}^S \phi_{S3} + \phi_{03}^S \phi_{S2}\right) \xi + g_2' \left(\phi_{01}^S \phi_{S3} + \phi_{02}^S \phi_{S2} + \phi_{03}^S \phi_{S1}\right) \xi' \\ &+ g_3 \xi_0 \left(\phi_{S1}^2 + 2\phi_{S2}\phi_{S3}\right) - g_4 \xi_0 \xi^2 \end{aligned}$$

- スカラーポテンシャル

$$V \equiv V_T + V_S,$$

$$V_T = \sum_i \left| \frac{\partial w_d^T}{\partial \phi_{0i}^T} \right|^2 + h.c.$$

$$= 2\left| -M\phi_{T1} + \frac{2g}{3}\left(\phi_{T1}^2 - \phi_{T2}\phi_{T3}\right) \right|^2 + 2\left| -M\phi_{T3} + \frac{2g}{3}\left(\phi_{T2}^2 - \phi_{T1}\phi_{T3}\right) \right|^2$$

$$+ 2\left| -M\phi_{T2} + \frac{2g}{3}\left(\phi_{T3}^2 - \phi_{T1}\phi_{T2}\right) \right|^2,$$

$$V_S = \sum \left| \frac{\partial w_d^S}{\partial X} \right|^2 + h.c. \quad (X = \phi_{0i}^S,\ \xi_0)$$

$$= 2\left| \frac{2g_1}{3}\left(\phi_{S1}^2 - \phi_{S2}\phi_{S3}\right) - g_2\phi_{S1}\xi + g_2'\phi_{S3}\xi' \right|^2 + 2\left| \frac{2g_1}{3}\left(\phi_{S2}^2 - \phi_{S1}\phi_{S3}\right) - g_2\phi_{S3}\xi + g_2'\phi_{S2}\xi' \right|^2$$

$$+ 2\left| \frac{2g_1}{3}\left(\phi_{S3}^2 - \phi_{S1}\phi_{S2}\right) - g_2\phi_{S2}\xi + g_2'\phi_{S1}\xi' \right|^2 + 2\left| g_3\left(\phi_{S1}^2 + 2\phi_{S2}\phi_{S3}\right) - g_4\xi^2 \right|^2$$

- ϕ_T のVEVはポテンシャルの最小値 ($V_T = 0$) から導かれる

$$\langle \phi_T \rangle = v_T(1,0,0), \qquad v_T = \frac{3M}{2g}$$

- ϕ_S のVEVはポテンシャルの最小値 ($V_S = 0$) から導かれる

$$\langle \phi_S \rangle = v_S(1,1,1), \quad \langle \xi \rangle = u, \quad \langle \xi' \rangle = u',$$
$$v_S^2 = \frac{g_4}{3g_3}u^2, \quad u' = \frac{g_2}{g_2'}u$$

- $\theta_{13} \neq 0$ となるレプトン模型のVEVが得られた

- スカラー場 (flavon) の質量

- スカラー場 (flavon) をVEV V_T 周りで展開する

$$\phi_T = (\phi_{T1}, \phi_{T2}, \phi_{T3}) \to (v_T + \varphi_{T1}, \varphi_{T2}, \varphi_{T3})$$

- スカラー場 (flavon) の質量項

$$V_T^{\mathrm{mass}} = 2M^2 \left(|\varphi_{T1}|^2 + 4\,|\varphi_{T2}|^2 + 4\,|\varphi_{T3}|^2 \right)$$

- スカラー場 (flavon) の質量 $m_{\varphi_{Ti}}$

$$(m^2_{\varphi_{T1}}, m^2_{\varphi_{T2}}, m^2_{\varphi_{T3}}) = (2M^2, 8M^2, 8M^2)$$

- スカラー場 (flavon) の質量の関係

$$2m_{\varphi_{T1}} = m_{\varphi_{T2}} = m_{\varphi_{T3}} = 2\sqrt{2}M$$

- フレーバー現象論

- 荷電レプトンの質量行列は対角的
- 荷電レプトンとスカラー場 (flavon) の相互作用のラグランジアン

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_\ell^{\mathrm{FY}} &= \begin{pmatrix} \bar{e}_L & \bar{\mu}_L & \bar{\tau}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{m_e}{v_T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_\mu}{v_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_\tau}{v_T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} \varphi_{T1} \\
&+ \begin{pmatrix} \bar{e}_L & \bar{\mu}_L & \bar{\tau}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{m_\mu}{v_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_\tau}{v_T} \\ \frac{m_e}{v_T} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} \varphi_{T2} \\
&+ \begin{pmatrix} \bar{e}_L & \bar{\mu}_L & \bar{\tau}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{m_\tau}{v_T} \\ \frac{m_e}{v_T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_\mu}{v_T} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} \varphi_{T3} + h.c..
\end{aligned}
$$

φ_{T1} はフレーバーの破れを起こさないがそれ以外の
スカラー場 (flavon) は起こす

- 残存 Z_3 対称性とレプトンフレーバーの破れ

- A_4 群は2つの生成子で定義され、次のような代数関係を満たす

$$S^2 = T^3 = (ST)^3 = \mathbf{1}$$

- 1次元表現

$$\begin{aligned} \mathbf{1}: &\quad S = 1, \quad T = 1, \\ \mathbf{1}': &\quad S = 1, \quad T = e^{4\pi i/3} \equiv \omega^2, \\ \mathbf{1}'': &\quad S = 1, \quad T = e^{2\pi i/3} \equiv \omega \end{aligned}$$

- 3次元表現

$$\mathbf{3}: \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega \end{pmatrix}, \quad S = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

- $\langle \phi_T \rangle = v_T(1,0,0)$ は A_4 を Z_3 に破る
- $\langle \phi_S \rangle = v_S(1,1,1)$ は A_4 を Z_2 に破る

- 残存 Z_3 対称性とレプトンフレーバーの破れ

- スカラー場 (flavon) は残存 Z_3 対称性の下、次のように変換する

$$\varphi_{T1} \to \varphi_{T1}, \quad \varphi_{T2} \to \omega^2 \varphi_{T2}, \quad \varphi_{T3} \to \omega \varphi_{T3}$$

- 左巻き荷電レプトンは残存 Z_3 対称性の下、次のように変換する

$$e_L \to e_L, \quad \mu_L \to \omega \mu_L, \quad \tau_L \to \omega^2 \tau_L$$

- 右巻き荷電レプトンは残存 Z_3 対称性の下、次のように変換する

$$e_R \to e_R, \quad \mu_R \to \omega \mu_R, \quad \tau_R \to \omega^2 \tau_R$$

- 残存 Z_3 対称性により、レプトンフレーバーの破れを引き起こす崩壊モードの多くを禁止できる ($\mu \to e\gamma$ など)

3体崩壊のレプトンフレーバーの破れを考える

- 残存 Z_3 対称性とレプトンフレーバーの破れ

- 3体崩壊のレプトンフレーバーの破れの崩壊分岐比

$$\mathrm{BR}\left(\tau\to\mu\mu\bar{e}\right)=\tau_\tau\frac{m_\tau^5}{3072\pi^3}\left(\left|\frac{m_\tau m_\mu}{v_T^2 m_{\varphi_{T2}}^2}\right|^2+\left|\frac{m_\mu m_e}{v_T^2 m_{\varphi_{T3}}^2}\right|^2\right)\simeq\frac{2.9\times10^6\ \mathrm{GeV}^8}{v_T^4(2\sqrt{2}M)^4}\,,$$

$$\mathrm{BR}\left(\tau\to ee\bar{\mu}\right)=\tau_\tau\frac{m_\tau^5}{3072\pi^3}\left(\left|\frac{m_\mu m_e}{v_T^2 m_{\varphi_{T2}}^2}\right|^2+\left|\frac{m_\tau m_e}{v_T^2 m_{\varphi_{T3}}^2}\right|^2\right)\simeq\frac{68\ \mathrm{GeV}^8}{v_T^4(2\sqrt{2}M)^4}$$

- Belle実験の下限値 K. Hayasaka et al., Phys. Lett. B 687, 139 (2010)

$$\mathrm{BR}\left(\tau\to\mu\mu\bar{e}\right)<1.7\times10^{-8},\quad \mathrm{BR}\left(\tau\to ee\bar{\mu}\right)<1.5\times10^{-8}$$

- スカラー場 (flavon) の質量の制限 $\left(v_T=m_{\varphi_{T2,T3}}\right)$

$$m_{\varphi_{T2,T3}}=2\sqrt{2}M\gtrsim 60\,\mathrm{GeV}$$

- 崩壊分岐比の比

$$r=\frac{\mathrm{BR}\left(\tau\to\mu\mu\bar{e}\right)}{\mathrm{BR}\left(\tau\to ee\bar{\mu}\right)}=\frac{m_\mu^2\left(m_\tau^2+m_e^2\right)}{m_e^2\left(m_\mu^2+m_\tau^2\right)}\simeq\frac{m_\mu^2}{m_e^2}\simeq4.3\times10^4$$

- コライダー物理

- φ_{T2}, φ_{T3} を通じた4体フェルミ相互作用の有効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_{4-\mathrm{fermi}} \supset \frac{m_\mu^2}{64M^4}(\bar{\mu}_R e_L)(\bar{e}_L \mu_R) + \frac{m_\tau^2}{64M^4}(\bar{\tau}_R e_L)(\bar{e}_L \tau_R) + h.c.$$

- LEPデータからのスカラー場 (flavon) の質量の制限

$$(2\sqrt{2}M)^2 \gtrsim 620 m_\tau \,\mathrm{GeV}$$

t. S. Electroweak, hep-ex/0312023

$$m_{\varphi_{T2,T3}} = 2\sqrt{2}M \gtrsim 33\ \mathrm{GeV}$$

τ の3体崩壊のレプトンフレーバーの破れからの制限の方が強い

$$m_{\varphi_{T2,T3}} = 2\sqrt{2}M \gtrsim 60\,\mathrm{GeV}$$

- コライダー物理

- φ_{Ti} は荷電レプトンからの放射を通してハドロンコライダーにより生成される　ex) $pp \to \varphi_{Ti}\bar{\ell}\ell',\ pp \to \varphi_{Ti}\bar{\ell}\nu(\ell\bar{\nu})$ ($\ell = e, \mu, \tau$)

- 生成されたスカラー場 (flavon) はレプトン対に崩壊する

$$\varphi_{T1} \to \tau\bar{\tau},\ \varphi_{T2} \to \mu\bar{\tau},\ \varphi_{T3} \to e\bar{\tau}$$

- LHC 14 TeVにおけるスカラー場 (flavon) の生成断面積

($v_T = 2m_{\varphi_{T1}} = m_{\varphi_{T2}} = m_{\varphi_{T3}} = 65$ GeV,　CalcHEP)

Final state	$\varphi_{T1}\tau\bar{\tau}$	$\varphi_{T2}\tau\bar{\mu}$	$\varphi_{T3}\tau\bar{e}$	$\varphi_{T2}\tau\bar{\nu}_\mu$	$\varphi_{T3}\tau\bar{\nu}_e$
Cross section [fb]	0.59	0.017	0.017	0.040	0.040

φ_{T1} の生成断面積は $\mathcal{O}(1)$ fb, φ_{T2}, φ_{T3} は $\mathcal{O}(10^{-2})$ fb

- φ_{T1} はLHC run 2において、4-τ のシグナルで見つかる可能性が！

4. まとめ

- ニュートリノ振動実験により、標準模型を超える新しい物理の手がかりを探ることができる
- フレーバー対称性として非可換離散対称性を用いることにより、レプトンの大きな世代混合を導くことができる
- A_4 群の $\mathbf{1}'$ により $\theta_{13} \neq 0$ となるレプトン模型が構築できた
- 残存 Z_3 対称性により、レプトンフレーバーの破れを引き起こす崩壊モードの多くを禁止できる ($\mu \to e\gamma$ など)
- スカラー場 (flavon) の質量の制限（τ の3体崩壊）

$$m_{\varphi_{T2,T3}} = 2\sqrt{2}M \gtrsim 60\,\mathrm{GeV}$$

- φ_{T1} はLHC run 2において、4-τ のシグナルで見つかる可能性が！

Buck Up

- スカラー場 (flavon) のポテンシャル

$$
\begin{aligned}
V_T =\ & 2M^2\left(|\varphi_{T1}|^2+4\,|\varphi_{T2}|^2+4\,|\varphi_{T3}|^2\right)\\
&+\frac{2M^2}{v_T}\Big[(\varphi_{T1}+\varphi_{T1}^*)\left(|\varphi_{T1}|^2+2\,|\varphi_{T2}|^2+2\,|\varphi_{T3}|^2\right)\\
&\qquad-(\varphi_{T1}\varphi_{T2}^*\varphi_{T3}^*+\varphi_{T1}^*\varphi_{T2}\varphi_{T3})\\
&\qquad-2\left(\varphi_{T2}^2\varphi_{T3}^*+\varphi_{T2}^{*\,2}\varphi_{T3}\right)-2\left(\varphi_{T2}\varphi_{T3}^{*\,2}+\varphi_{T2}^*\varphi_{T3}^2\right)\Big]\\
&+\frac{2M^2}{v_T^2}\Big[|\varphi_{T1}|^4+|\varphi_{T2}|^4+|\varphi_{T3}|^4\\
&\qquad+|\varphi_{T1}|^2\,|\varphi_{T2}|^2+|\varphi_{T2}|^2\,|\varphi_{T3}|^2+|\varphi_{T3}|^2\,|\varphi_{T1}|^2\\
&\qquad-\left(\varphi_{T1}^2\varphi_{T2}^*\varphi_{T3}^*+\varphi_{T1}^{*\,2}\varphi_{T2}\varphi_{T3}\right)\\
&\qquad-\left(\varphi_{T1}\varphi_{T2}^{*\,2}\varphi_{T3}+\varphi_{T1}^*\varphi_{T2}^2\varphi_{T3}^*\right)\\
&\qquad-\left(\varphi_{T1}\varphi_{T2}\varphi_{T3}^{*\,2}+\varphi_{T1}^*\varphi_{T2}^*\varphi_{T3}^2\right)\Big]
\end{aligned}
$$