

# レプトン質量行列における オッカム剃刀手法の検証可能性

*Testabilities of Occam's razor approaches in lepton mass matrices*

龍田佳幸 (早稲田大)

arXiv:1608.00200

共同研究者：

清水勇介 (広島大)

# はじめに

---

- 標準モデルのパラメータの総数？

# はじめに

□ 標準模型のパラメータの総数？

ゲージ結合：3, ヒッグス：2, 湯川結合：27

□ “標準模型+ディラックニュートリノ”の場合？

ゲージ結合：3, ヒッグス：2, 湯川結合：27+9

□ “標準模型+ディラック+マヨラナニュートリノ”？

ゲージ結合：3, ヒッグス：2, 湯川結合：27+9+6

**湯川結合にはパラメータがたくさん  
多いというだけでなく湯川結合はすごく重要**

# 目次

- はじめに
- ニュートリノ観測(実験)値の復習
- シーソー機構
- オッカムの剃刀
- 検証可能性について
- まとめ

# ニュートリノ質量二乗差

- ニュートリノは極小質量を持ち，無質量ではない

$$\Delta m_{21}^2 \simeq 7.62 \times 10^{-5} \text{ [eV}^2\text{]}$$

$$|\Delta m_{31}^2| \simeq 2.457 \times 10^{-3} \text{ [eV}^2\text{]}$$

[Gonzalez-Garcia, Maltoni, Schwetz, 16]

- まだ， $\Delta m_{31}^2$ の符号は分かっていない

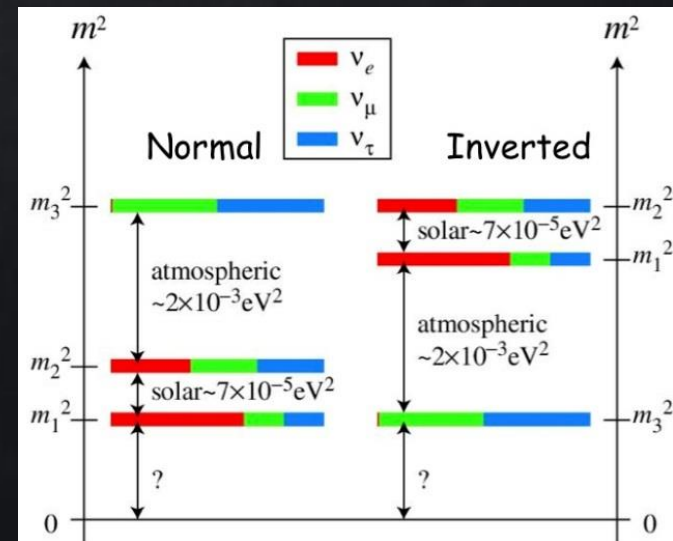
- 順階層：Normal hierarchy (NH)

$$m_1 < m_2 < m_3$$

- 逆階層：Inverted hierarchy (IH)

$$m_3 < m_1 < m_2$$

... pic from web



# ニュートリノ混合

□ 3個の混合角のうち2個は大きい

$$V_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad \text{where,}$$

$s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}, \quad c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.259 - 0.359$$

$$\sin^2 \theta_{23} = 0.380 - 0.628$$



... pic from web

□  $\theta_{13}$  はゼロではなく, 他と比べて比較的小さい

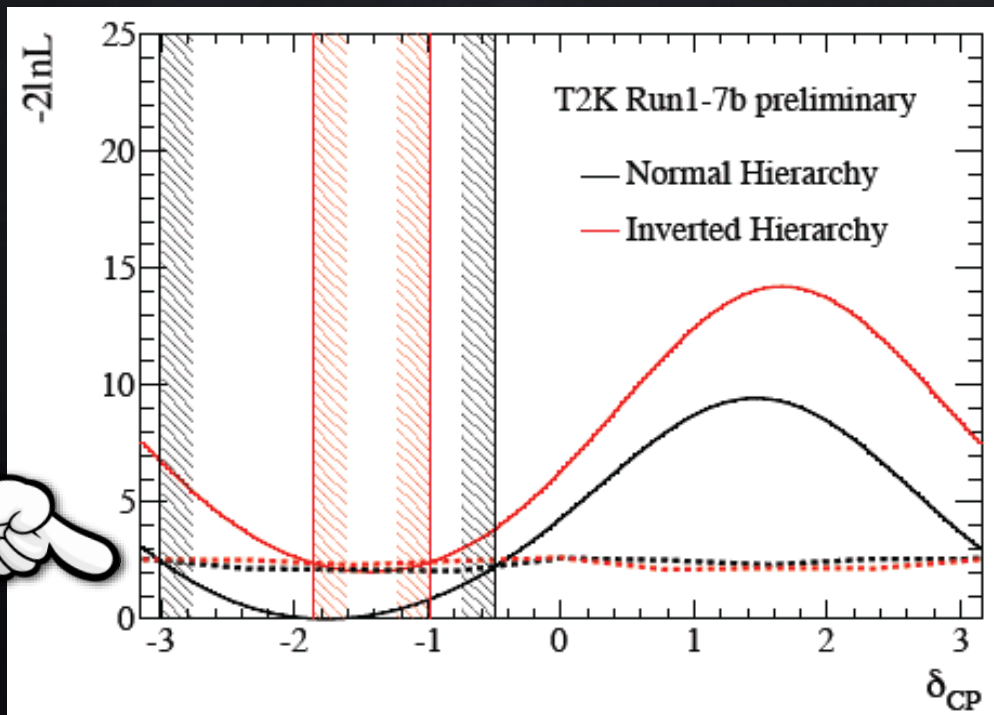
$$\sin^2 \theta_{13} = 0.0176 - 0.0295$$

[Gonzalez-Garcia, Maltoni, Schwetz, 16]

# CPの破れ

- CPの破れの位相はまだ測定されていない
- しかし, 結果は着実にアップグレードされつつある.  
e.g., T2K, NO $\nu$ A ...

$$V_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$



$$\delta_{\text{CP}} =$$

$$[-3.02, -0.49] \quad (\text{NH})$$

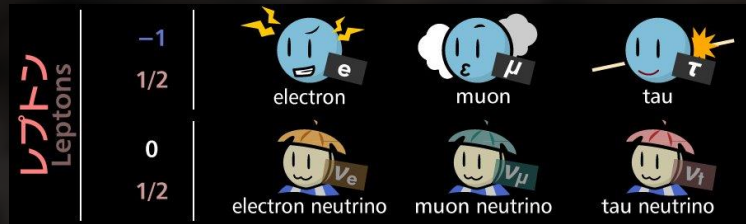
$$[-1.87, -0.98] \quad (\text{IH})$$

... at 90%CL

e.g., [T2K, Neutrino 2016]

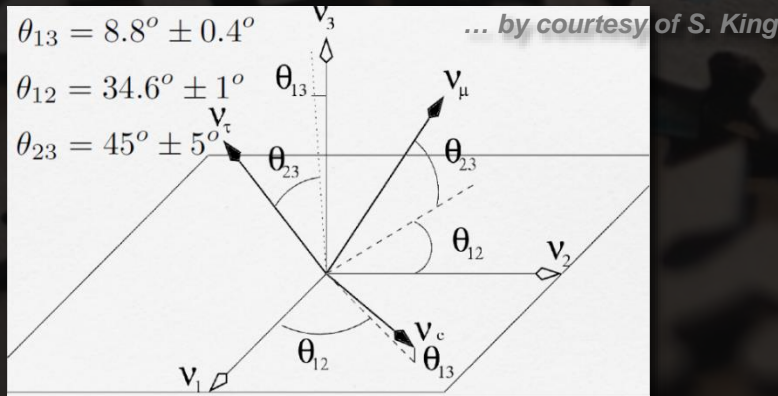
# フレーバーパズル

## □ なぜ3世代なのか？



余剰次元, etc

## □ 大きな混合角



c.f., [金田くんのポスター, 北林さんのポスター]

フレーバー対称性, テクスチャゼロ, etc

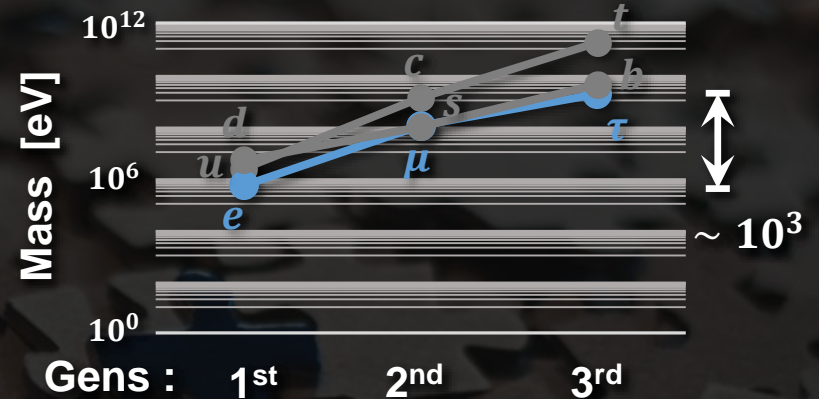
c.f., [清水さんのトーク, 小出さんのポスター]

## □ CPの破れ



フレーバー対称性, 余剰次元, etc

## □ 荷電レプトンの質量階層性



Froggatt-Nielsen機構, 余剰次元, etc

## □ ニュートリノ極小質量









シーソー機構, 輻射による生成, etc



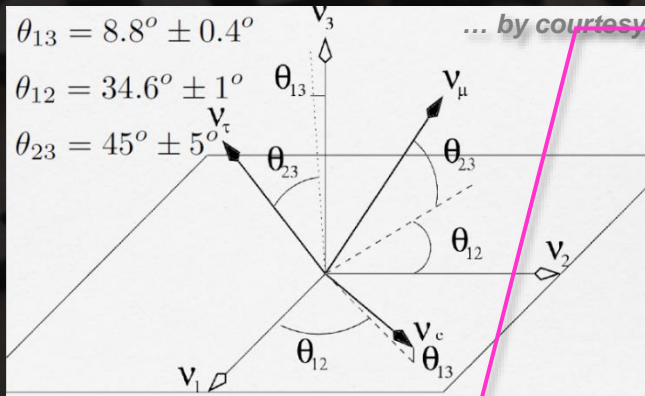
# 主なトピック

## □ なぜ3世代なのか？

レプトン Leptons	-1			
	1/2	electron	muon	tau
	0			
	1/2	electron neutrino	muon neutrino	tau neutrino

余剰次元, etc

## □ 大きな混合角



c.f., [金田くんのポスター, 北林さんのポスター]

フレーバー対称性, テクスチャゼロ, etc

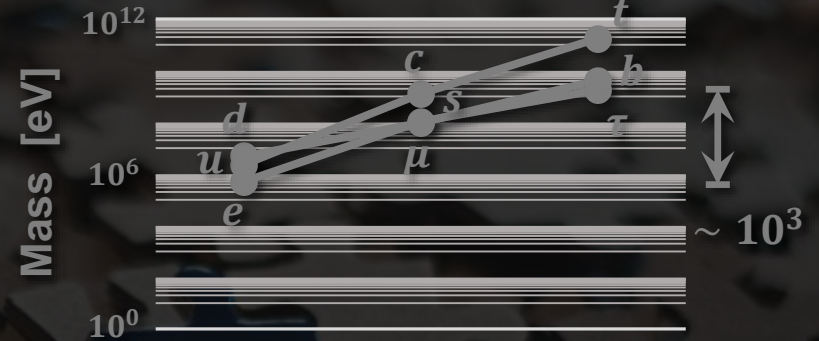
c.f., [清水さんのトーク, 小出さんのポスター]

## □ CPの破れ



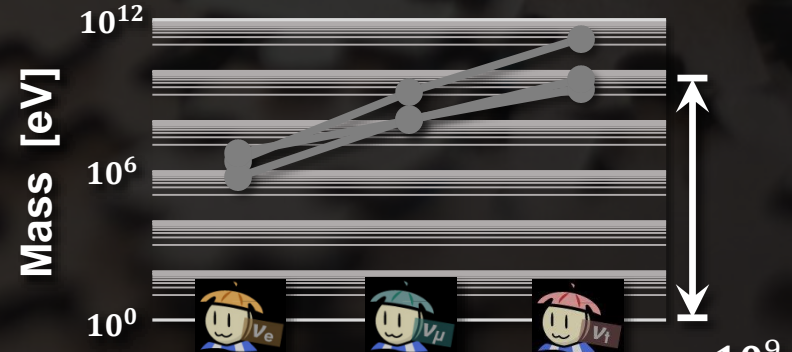
フレーバー対称性, 余剰次元, etc

## □ 荷電レプトンの質量階層性



## + オッカムの剃刀

## □ ニュートリノ極小質量



Gens : 1st

2nd

3rd

シーソー機構, 輻射による生成, etc

# 目次

- はじめに
- ニュートリノ観測(実験)値の復習
- シーソー機構
- オッカムの剃刀
- 検証可能性について
- まとめ

# シーソー機構

## □ 標準模型にニュートリノの拡張

### □ ディラック質量項と右巻きマヨラナ質量項

非常に重いと仮定

[Minkowski, 77; Gell-Mann, Ramond, Slansky; Yanagida; Glashow; Mohapatra, Senjanovic, 79]

$$\mathcal{L} \supset (\overline{\nu}_L \quad \overline{\nu}_R) \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix}$$

ディラック質量行列      (右巻き)マヨラナ質量行列

$$\longrightarrow M_\nu = M_D M_R^{-1} M_D^T$$



... pic from web

**$M_D \sim \mathcal{O}(1)$  [GeV]でも  $M_R \sim 10^9$  [GeV]ならば、  
ニュートリノ極小質量を説明できる： $M_\nu \sim \mathcal{O}(1)$  [eV].**

# オッカムの剃刀 (スコラ哲学)

## □ オッカムの剃刀 (Occam's razor)

必要が無いなら多くのものを定立してはならない。  
少数の論理でよい場合は多数の論理を定立してはならない。

Assumption A

Assumption B

Assumption C

Assumption D

Assumption E

Assumption F

Assumption G

Fact P

Assumption A

Assumption B

Assumption D

Assumption F

Fact P

→  
オッカムの剃刀



オッカムのウィリアム  
... pic from web

少なくて少なくて

imitation of [Miura, 04]

# 質量行列におけるオッカムの剃刀

- 谷本・柳田らは「オッカムの剃刀」を標準模型の質量行列に持ち込んだ。 ... パラメータを最小限に

## □ クォークセクター

[Tanimoto, Yanagida, 16]



... pics from web

複素数

$$M_u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}_{LR}$$

$$M_d = \begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A' & B & C \\ 0 & C' & D \end{pmatrix}_{LR}$$

18要素のうち, 3+6個の実パラメータと1個の複素位相

## □ レプトンセクター

[Kaneta, Shimizu, Tanimoto, Yanagida, 16]

[金田くんのポスター]

$$M_l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}_{LR}$$

$$M_D = \begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A' & 0 & B \\ 0 & B' & C \end{pmatrix}_{LR}$$

$$M_R = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}_{RR}$$

複素数

27要素のうち, 3+5+3個の実パラメータと2個の複素位相

# 谷本・柳田らの結果

## クォークセクター

$$M_u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}_{LR}$$

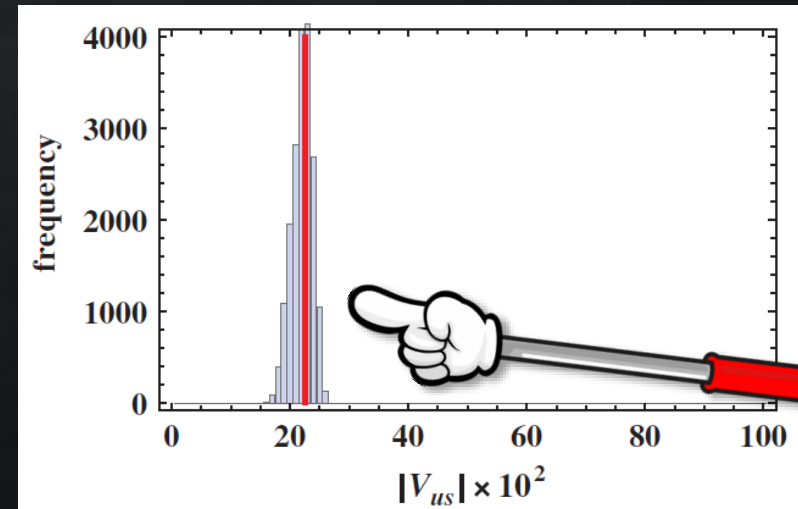
再定義した

$$M_d = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a' & be^{-i\phi} & c \\ 0 & c' & d \end{pmatrix}_{LR}$$

	$a$ [MeV]	$a'$ [MeV]	$b$ [MeV]	$c$ [MeV]	$c'$ [GeV]	$d$ [GeV]	$\phi$ [°]
$M_d^{(1)}$	15–17.5	10–15	92–104	78–95	1.65–2.0	2.0–2.3	37–48

- ダウン型クォーク質量行列のパラメータをランダムに振る
- ダウン型クォーク質量  $m_d, m_s, m_b$  が合うように特性方程式を解いて、混合角2個  $\theta_{23}, \theta_{13}$  & CP位相  $\delta_{CP}$  の実験値でカット

カビボ角  $\theta_{12}$  が他の実験値のインプットにより予言された。



[Tanimoto, Yanagida, 16]

# 谷本・柳田らの結果 (cont'd)

## □ レプトンセクター

$$M_\nu \equiv M_D M_R^{-1} M_D^T =$$

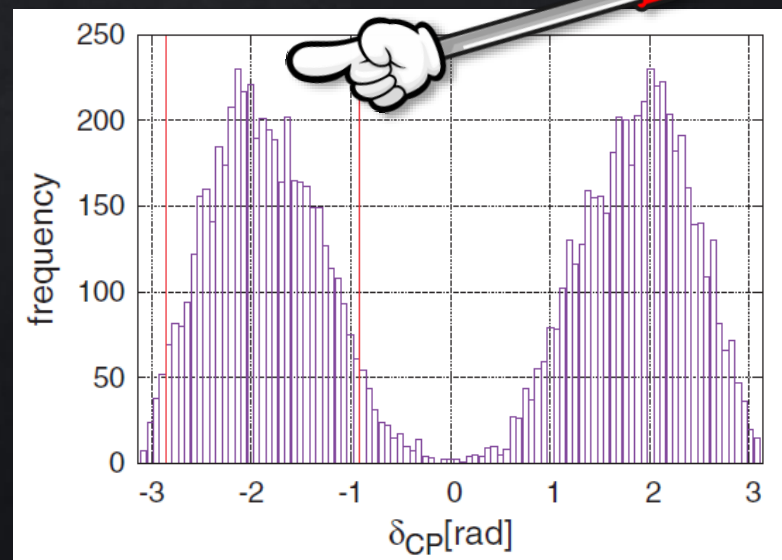
$$\begin{pmatrix} a^2 K_2 e^{i\phi_B} & 0 & ab K_2 e^{i\phi_B} \\ 0 & a^2 K_1 e^{i\phi_A} + b^2 & bc \\ ab K_2 e^{i\phi_B} & bc & b^2 K_2 e^{i\phi_B} + c^2 \end{pmatrix}$$

左巻き  
ニュートリノ

$$K_1 = [1-10^6], \quad K_2 = [1-10^4], \quad a = [0-0.03] \text{ eV}^{1/2}, \quad b = [0-0.2] \text{ eV}^{1/2}$$

- ディラック右巻きマヨラナ質量行列のパラメータをランダムに振る
- ニュートリノ質量二乗差  $\Delta m_{21}^2$ ,  $\Delta m_{31}^2$  が合うように特性方程式を解いて、混合角3個  $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$  の測定値(1 $\sigma$ )でカット  
... NHのみ実現可

**CPの破れの位相  $\delta_{CP}$  が(ほぼ) 予言された。**



[Kaneta, Shimizu, Tanimoto, Yanagida, 16]

# 目次

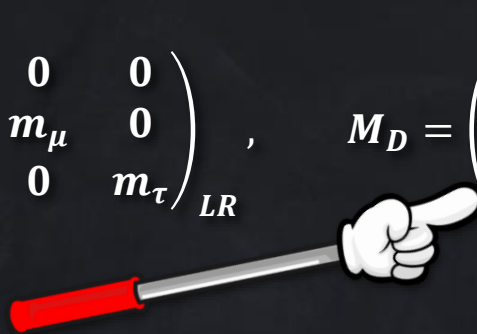
- はじめに
- ニュートリノ観測(実験)値の復習
- シーソー機構
- オッカムの剃刀
- **検証可能性について**
- まとめ



# アイデア

- パラメータ数が同じなら、ディラック質量行列を変えてもいいのでは？

$$M_l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}_{LR}, \quad M_D = \begin{pmatrix} \text{?} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{LR}, \quad M_R = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}_{RR}$$



ここを修正してみる

- 全部で9パターンを扱う

$$\begin{aligned} M_D^{(1)} &= \begin{pmatrix} b' & a & 0 \\ a' & 0 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, & M_D^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ a' & 0 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, & M_D^{(3)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a' & b' & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \\ M_D^{(4)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a' & 0 & b \\ b' & 0 & c \end{pmatrix}, & M_D^{(5)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a' & 0 & b \\ 0 & b' & c \end{pmatrix}, & M_D^{(6)} &= \begin{pmatrix} b' & a & 0 \\ 0 & 0 & b \\ a' & 0 & c \end{pmatrix}, \\ M_D^{(7)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ 0 & 0 & b \\ a' & 0 & c \end{pmatrix}, & M_D^{(8)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & b' & b \\ a' & 0 & c \end{pmatrix}, & M_D^{(9)} &= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \\ a' & b' & c \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

- 5つの非ゼロ成分
- 少なくとも2個の混合角が出るように(1, 2)成分と(2, 3)成分に値を

… 5番目は谷本・柳田ら  
のと同じ

# 解析手法

## □ e.g., Pattern 2 & 7

$$M_D^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ a' & 0 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}_{LR}$$

$$M_D^{(7)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ 0 & 0 & b \\ a' & 0 & c \end{pmatrix}_{LR}$$

全て実変数

$$M_R = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}_{RR}$$

$$\equiv m_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{k_1} e^{i\phi_A} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2} e^{i\phi_B} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{RR}$$

$$\longrightarrow M_\nu^{(i)} = M_D^{(i)} M_R^{-1} M_D^{(i)T}$$

## □ インプットの範囲

順階層 (NH)

	$a$ [GeV]	$a'$ [GeV]	$b$ [GeV]	$b'$ [GeV]	$c$ [GeV]	$k_1$	$k_2$	$\phi_A$ [rad]	$\phi_B$ [rad]
$M_D^{(2)}$	0 - 0.6	0 - 0.6	0.2 - 1.0	0 - 0.4	0.3 - 1.0	0 - 500	1 - 500	0 - $2\pi$	0 - $2\pi$
$M_D^{(7)}$	0 - 0.3	0 - 0.8	0.3 - 1.0	0 - 0.4	0.4 - 1.0	0 - 500	1 - 500	0 - $2\pi$	0 - $2\pi$

逆階層 (IH)

	$a$ [GeV]	$a'$ [GeV]	$b$ [GeV]	$b'$ [GeV]	$c$ [GeV]	$k_1$	$k_2$	$\phi_A$ [rad]	$\phi_B$ [rad]
$M_D^{(2)}$	0.3 - 1	0.2 - 0.8	0.2 - 1	0.2 - 1	0.4 - 1	0 - 10	1 - 10	0 - $2\pi$	$4\pi/5 - 6\pi/5$
$M_D^{(7)}$	0.3 - 1	0.2 - 1	0.5 - 1	0.2 - 1	0.3 - 1	0 - 10	1 - 10	0 - $2\pi$	$4\pi/5 - 6\pi/5$

# 結果

□ e.g., Pattern 2:  $M_D^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ a' & 0 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$

… 全パラメータを乱数で振り, 質量二乗差  $\Delta m_{21}^2$ ,  $\Delta m_{31}^2$  & 混合角  $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$  の観測値の  $3\sigma$  の範囲でカット

$$7.02 \leq \frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2} \leq 8.09, \quad 2.317 \leq \frac{\Delta m_{31}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2} \leq 2.607,$$

$$0.270 \leq \sin^2 \theta_{12} \leq 0.344, \quad 0.382 \leq \sin^2 \theta_{23} \leq 0.643, \quad 0.0186 \leq \sin^2 \theta_{13} \leq 0.0250,$$

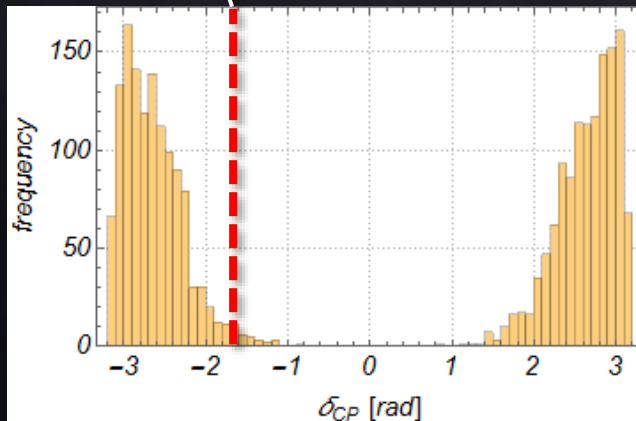
e.g., for NH

□ NHとIHの両方が実現し得る. (パラメータ配位次第)

□ この解析法では, CP位相が予言量のひとつ

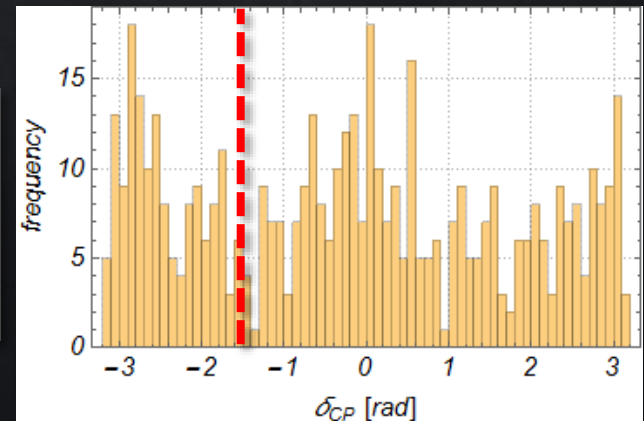
中心値

NH case



$\delta_{CP}$  で棄却されそう

IH case

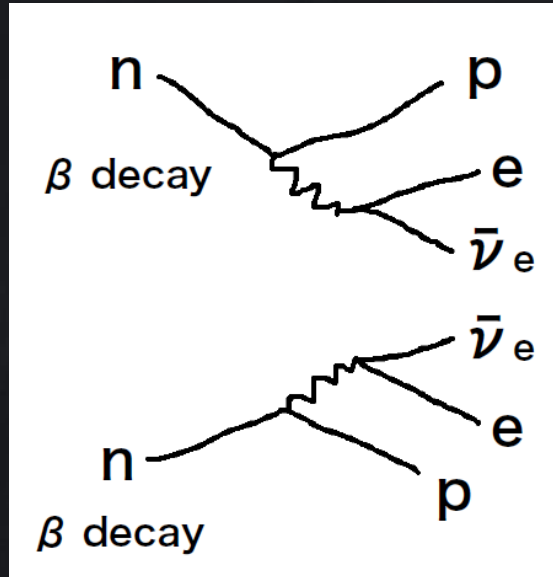


検証は厳しそう

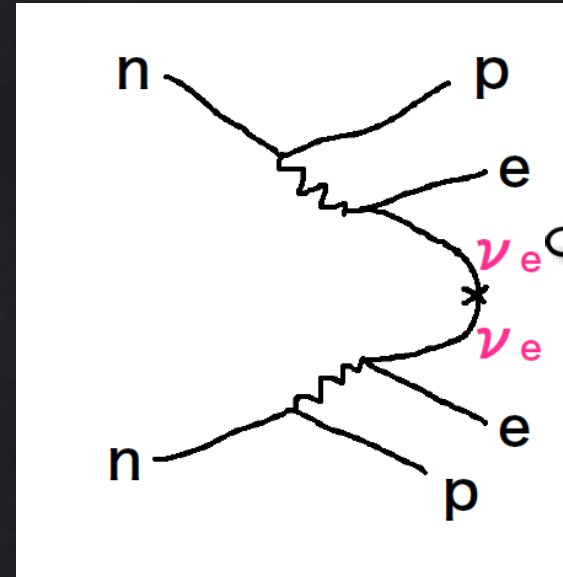
# 二重ベータ崩壊

## □ 二重ベータ崩壊には2種類ある

... by courtesy of K. Hamaguchi



$$\bar{\nu}_e \neq \nu_e$$



$$\bar{\nu}_e = \nu_e$$

ニュートリノ二重ベータ崩壊 ( $2\nu\beta\beta$ )

ニュートリノレス二重ベータ崩壊 ( $0\nu\beta\beta$ )

**$0\nu\beta\beta$ が発見されたら、ニュートリノ質量は  
マヨラナ型だと分かる。  
発見されなかったらディラック型。**

... しかし、まだ観測されていない

# $0\nu\beta\beta$ の有効質量

- $0\nu\beta\beta$ の崩壊率は, 有効質量( $m_{ee}$ )の二乗に比例する

$$m_{ee} = c_{13}^2 c_{12}^2 e^{-2i\alpha} m_1 + c_{13}^2 s_{12}^2 e^{-2i\beta} m_2 + s_{13}^2 e^{-2i\delta_{CP}} m_3$$

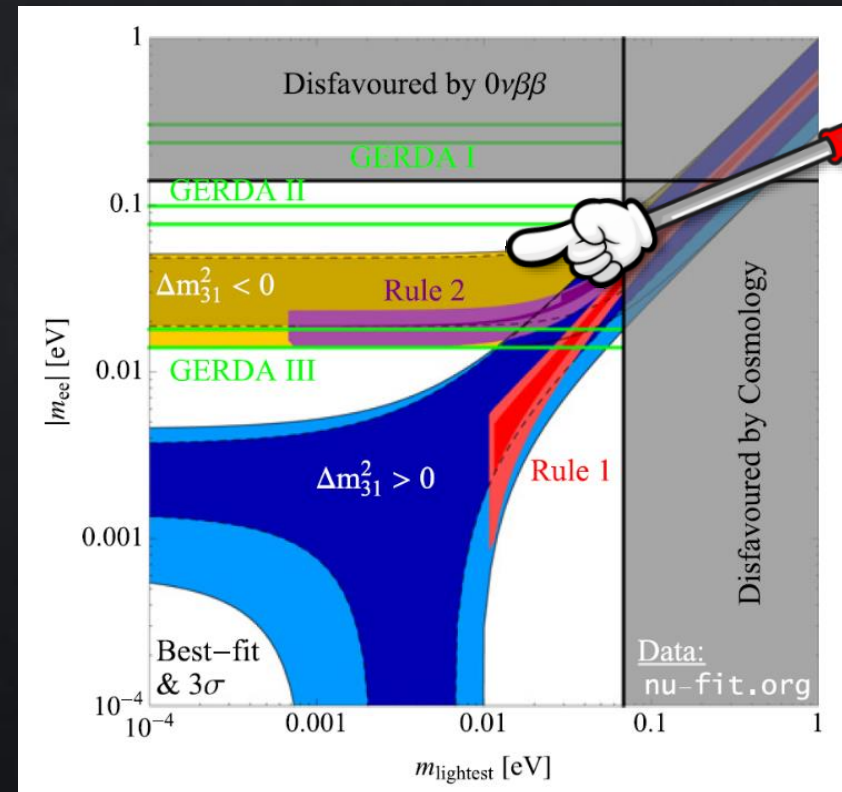
$$\Gamma \propto |m_{ee}|^2$$

- ニュートリノ質量と混合角を  $3\sigma$ で振った結果が右図
- IHの場合の方が有効質量( $m_{ee}$ )は比較的大きく予言される

$$m_{ee} \sim \mathcal{O}(0.01) \text{ in IH}$$

$$m_{ee} \sim \mathcal{O}(0.001) \text{ in NH}$$

- IHの場合は, 数年以内(?)に発見 or 棄却されそう



e.g., [King, Merle, Morisi, Shimizu, Tanimoto, 14]

# NHでもIHどちらでも検証可能

## □ 検証可能性があるものを2パターン発見した

		CP位相 $\delta_{CP}$	有効質量 $m_{ee}$
<b>Pattern 2</b> $M_D^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ a' & 0 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$	<b>NH</b>	$\delta_{CP} \sim \pm 3$	$m_{ee} \sim \mathcal{O}(0.001)$
	<b>IH</b>	特に強い予言なし	$m_{ee} \sim \mathcal{O}(0.01)$
<b>Pattern 7</b> $M_D^{(7)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ 0 & 0 & b \\ a' & 0 & c \end{pmatrix}$	<b>NH</b>	$\delta_{CP} \sim 0$	$m_{ee} \sim \mathcal{O}(0.001)$
	<b>IH</b>	特に強い予言なし	$m_{ee} \sim \mathcal{O}(0.01)$
<b>観測に関して</b>		$\delta_{CP} \sim -\pi/2$	<b>KamLAND-Zen で数年以内(?)</b>

**NHの場合は,  $\delta_{CP}$  で多分死ぬ.  
IHの場合は,  $0\nu\beta\beta$ の有効質量によりテスト.**

# まとめ

- ディラック質量行列を修正した
- オッカム剃刀を質量行列に使うと、パラメータの少なさゆえに高い予言能力を持つ

- 2つの高い検証性を持つディラック質量行列を発見

$$M_D^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ a' & 0 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad M_D^{(7)} = \begin{pmatrix} 0 & a & b' \\ 0 & 0 & b \\ a' & 0 & c \end{pmatrix}$$

- 加えて、右巻きマヨラナ質量行列の詳細も分かった
- レプトジェネシスへの応用も可能



---

# *Appendix*

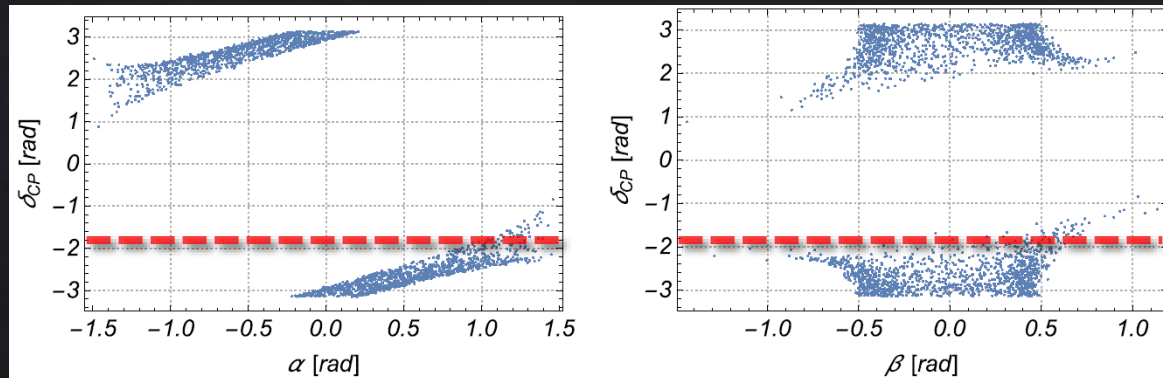


# マヨラナ位相について

## □ e.g., Pattern 2

$$V_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### □ NH



### □ IH

