Relic Abundance in Secluded Dark Matter Scenario with Massive Mediator

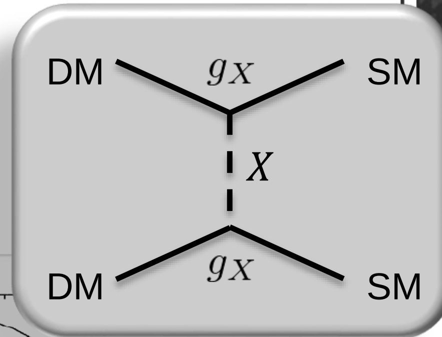
山中　真人（京都産業大学･益川塾）

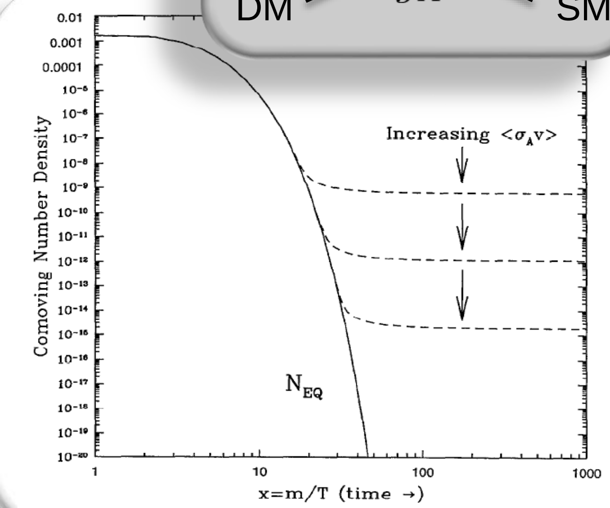
共同研究者：大川 翔平(名大)、棚橋 誠治 (名大)

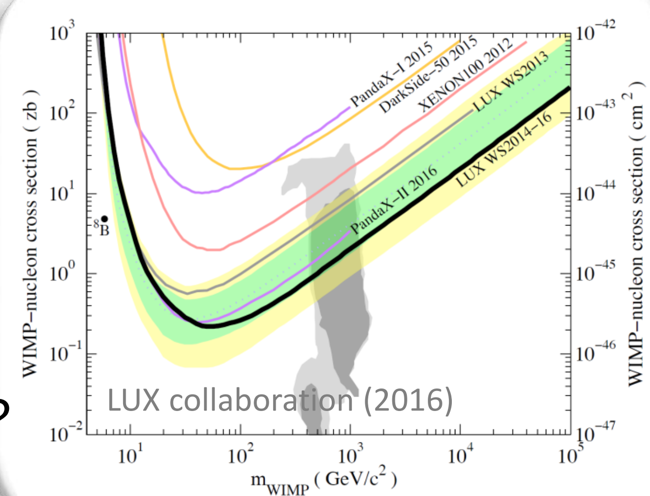
arXiv:1607.08520 [hep-ph]

標準模型と相互作用を持たない(or 非常に弱い)質量 $\gtrsim O(\mathrm{TeV})$ の暗黒物質の残存量をコントロールする方法を提案

現状整理







☑ 標準模型は$\mathcal{O}$(TeV)までの世界を抜かりなく記述

☑ 標準模型を超える物理のスケールは？
真空期待値等のスケールの起源の観点からTeVか？

☑ 熱的残存シナリオに基づくと、暗黒物質もTeVを示唆

$$\Omega_{\rm DM}h^2 \propto \frac{1}{\langle\sigma v\rangle} \sim \frac{m_{\rm DM}^2}{g_X^4} \simeq 0.1\left(\frac{m_{\rm DM}}{1\,\rm TeV}\right)^2\left(\frac{\mathcal{O}(1)}{g_X}\right)^4$$

☑ 直接検出実験や加速器実験において暗黒物質の
兆候が見えていいはずだが、何も無し

☑ 暗黒物質は標準模型粒子と相互作用を持っていない？

暗黒物質が標準模型と相互作用を持たないシナリオ

- 理論的・観測的動機を基に近年様々なシナリオが登場
  - Secluded WIMP dark matter
    M. Pospelov, A. Ritz, M. B. Voloshin, PLB (2007)
    N. Arkani-Hamed, D. P. Finkbeiner, T. R. Slatyer, N. Weiner, PRD (2009)
  - SIMP dark matter
    Y. Hochberg, E. Kuflik, T. Volansky, J. G. Wacker, PRL (2014)
    Y. Hochberg, E. Kuflik, H. Murayama, T. Volansky, J. G. Wacker, PRL (2015)
  - Cannibal dark matter
    E. D. Carlson, M. E. Machacek, L. J. Hall, APJ (1992)
    D. Pappadopulo, J. T. Ruderman, G. Trevisan, PRD (2016)
  - etc.
- 暗黒物質同士 or 媒介粒子経由の標準模型への対消滅で暗黒物質が減少
- 残存量観測値を再現するため、非常に軽い暗黒物質 $\mathrm{M_{DM}} \sim O(100\mathrm{MeV})$)、または、暗黒物質と媒介粒子の質量に大きな質量差が必要

暗黒物質が標準模型と相互作用を持たないシナリオ

- ☑ 新物理が$O(\mathrm{TeV})$と期待される以上、暗黒物質も$O(\mathrm{TeV})$と考えるのが筋

- ☑ 何らかの対称性から導かれる枠組みであれば、暗黒物質と媒介粒子が同程度のスケールを持つと考えるのが自然

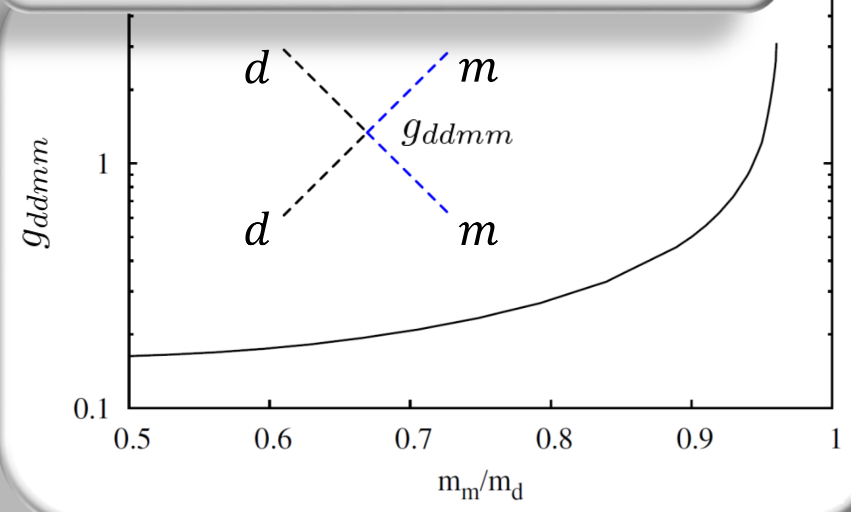
もっと素朴に考えてみる

- ☑ 残存量観測値を再現するため、非常に軽い暗黒物質 $\mathrm{M_{DM}} \sim O(100\mathrm{MeV})$)、または、暗黒物質と媒介粒子の質量に大きな質量差が必要

縮退した媒介粒子を持つ重い暗黒物質シナリオ

- ☑ 新物理がO(TeV)と期待される以上、暗黒物質もO(TeV)と考えるのが筋
- ☑ 何らかの対称性から導かれる枠組みであれば、暗黒物質と媒介粒子が同程度のスケールを持つと考えるのが自然
- ☑ こういった枠組みで残存量は観測値と整合するか？
- ☑ 位相空間不足とユニタリティ制限の相反により、残存量観測値の再現は無理か
- ☑ 無理を通すカギは媒介粒子の寿命

残存量観測値を示す等高線図
横軸：暗黒物質と媒介粒子の質量比
縦軸：暗黒物質と媒介粒子の結合定数



本研究の目的とトーク内容

- ☑ 研究の目的

  暗黒物質-媒介粒子の重い縮退系において、媒介粒子の寿命を活用し残存量を観測値に整合させる

トーク内容

- ☑ イントロダクション
- ☑ 模型の用意と解析計算
- ☑ 時間発展やパラメーター依存性の数値解析
- ☑ 模型の具体例
- ☑ まとめ

模型の用意と解析計算

Toy model

- ☑ 標準理論粒子 + 暗黒物質 ϕ_d + 媒介粒子 ϕ_m
- ☑ 暗黒物質と媒介粒子の質量は縮退: $m_d \simeq m_m$
- ☑ ダークセクターはヒッグス ϕ を介してのみ標準理論と相互作用

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{toy} = \; & g_{ddmm}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi_m\phi_m\right) \\ & + g_{m\phi^\dagger\phi}m_m\phi_m\left(\phi^\dagger\phi\right) \\ & + g_{dd\phi^\dagger\phi}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi^\dagger\phi\right) \\ & + g_{mm\phi^\dagger\phi}\left(\phi_m\phi_m\right)\left(\phi^\dagger\phi\right)\end{aligned}$$

Toy model

- ☑ 標準理論粒子 + 暗黒物質 ϕ_d + 媒介粒子 ϕ_m
- ☑ 暗黒物質と媒介粒子の質量は縮退: $m_d \simeq m_m$
- ☑ ダークセクターはヒッグス ϕ を介してのみ標準理論と相互作用

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{toy} = & \ g_{ddmm}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi_m\phi_m\right) \\
& + g_{m\phi^\dagger\phi}\, m_m\phi_m\left(\phi^\dagger\phi\right) \\
& + g_{dd\phi^\dagger\phi}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi^\dagger\phi\right) \\
& + g_{mm\phi^\dagger\phi}\left(\phi_m\phi_m\right)\left(\phi^\dagger\phi\right)
\end{aligned}
$$

- ☑ ϕ_d と ϕ_m の相互作用が他の相互作用より強いとする
- ☑ ϕ_d と ϕ_m が同時期に熱平衡から外れ、互いの数密度が影響し合う
- ☑ ϕ_d と ϕ_m の時間発展を連立させて追わなくてはならない

時間発展方程式（ボルツマン方程式）

☑ 個数密度n_d、n_mのボルツマン方程式

$$\frac{dn_d}{dt} + 3Hn_d = -\langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2\right] - \langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow mm}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2 \frac{n_m^2}{\left(n_m^{eq}\right)^2}\right]$$

$$\frac{dn_m}{dt} + 3Hn_m = -\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_m - n_m^{eq}\right] - \langle\sigma v\rangle_{mm\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_m^2 - \left(n_m^{eq}\right)^2\right] - \langle\sigma v\rangle_{mm\leftrightarrow dd}\left[n_m^2 - \left(n_m^{eq}\right)^2 \frac{n_d^2}{\left(n_d^{eq}\right)^2}\right]$$

☑ ϕ_mとϕが相互作用を持つ限り、ϕ_dとϕも間接的に相互作用を持つ

☑ この項の有無は結果に影響無

☑ ϕ_dが標準理論と完全に切れている模型にもこの話は適用可能

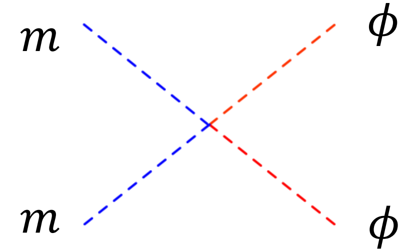
- H: ハッブルパラメーター
- $\langle\sigma v\rangle$: 熱平均断面積
- $\langle\Gamma\rangle$: 熱平均崩壊率

時間発展方程式（ボルツマン方程式）

☑ 個数密度n_d、n_mのボルツマン方程式

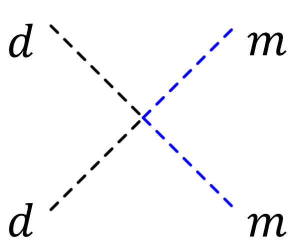
$$\frac{dn_d}{dt} + 3Hn_d = -\langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2\right]$$
$$-\langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow mm}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2\frac{n_m^2}{\left(n_m^{eq}\right)^2}\right]$$

$$\frac{dn_m}{dt} + 3Hn_m = -\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_m - n_m^{eq}\right]$$
$$-\langle\sigma v\rangle_{mm\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_m^2 - \left(n_m^{eq}\right)^2\right]$$
$$-\langle\sigma v\rangle_{mm\leftrightarrow dd}\left[n_m^2 - \left(n_m^{eq}\right)^2\frac{n_d^2}{\left(n_d^{eq}\right)^2}\right]$$



☑ ϕ_mとϕ_dの熱化をもたらす

☑ 大きな反応率があれば、残存量を説明できるが、観測・実験制限に抵触の可能性



☑ 数密度を変える暗黒物質自身が持つ(事実上)唯一の反応

☑ 膨張宇宙においてこの反応が止まり、暗黒物質の個数密度が凍結

時間発展方程式（ボルツマン方程式）

☑ 個数密度n_d、n_mのボルツマン方程式

$$\frac{dn_d}{dt} + 3Hn_d = -\langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2\right]$$
$$- \langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow mm}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2 \frac{n_m^2}{\left(n_m^{eq}\right)^2}\right]$$

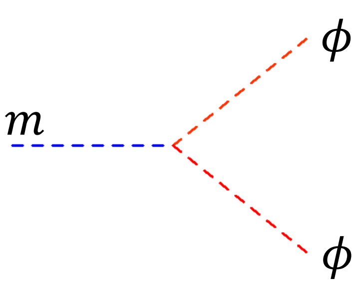
$$\frac{dn_m}{dt} + 3Hn_m = -\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_m - n_m^{eq}\right]$$
$$- \langle\sigma v\rangle_{mm\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_m^2 - \left(n_m^{eq}\right)^2\right]$$
$$- \langle\sigma v\rangle_{mm\leftrightarrow dd}\left[n_m^2 - \left(n_m^{eq}\right)^2 \frac{n_d^2}{\left(n_d^{eq}\right)^2}\right]$$

☑ 媒介粒子が平衡から外れることで $n_m/n_m^{eq} \neq 1$

☑ $n_m/n_m^{eq} \neq 1$ か $n_m/n_m^{eq} = 1$ に応じて残存量が大きく変動

☑ 媒介粒子が平衡から外れるか否かが極めて重要

次ページで判定条件を導く



☑ 媒介粒子，及び，$\phi_d\phi_d \leftrightarrow \phi_m\phi_m$の反応を介し暗黒物質の密度を減らす

媒介粒子の寿命が残存量をコントロールする領域は？

- ☑ 媒介粒子が平衡系に居座り続けるための条件式

$$\frac{T}{m_m}\frac{\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}}{H}\simeq\left(\frac{g_{m\phi^\dagger\phi}}{10^{-7}}\right)^2\left(\frac{106.75}{g_*}\right)^{1/2}\left(\frac{100\,\mathrm{GeV}}{T}\right)\gg 1$$

- ☑ 媒介粒子が平衡から外れ、その寿命が残存量をコントロールする領域

$$g_{m\phi^\dagger\phi}\lesssim 10^{-7}$$

この解析的導出の妥当性は後で数値的にチェック

媒介粒子の寿命が残存量をコントロールする領域は？

- ☑ $X_m = n_m R^3$を導入　(R:スケールファクター)

- ☑ 媒介粒子のボルツマン方程式

$$\frac{dX_m}{dt} = -\frac{1}{2}\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left(X_m - X_m^{eq}\right)$$

- ☑ t_0でϕ_mが平衡から外れたとすると、
  $t_0 + \Delta t$では$X_m = X_m^{eq} + Ce^{-\langle\Gamma\rangle\Delta t/2}$

- ☑ 以下の条件式が成り立つ限り、瞬く間に平衡系に戻る

$$\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\Delta t \gg 1$$

媒介粒子の寿命が残存量をコントロールする領域は？

- ☑ $X_m = n_m R^3$を導入　$(R$:スケールファクター)

- ☑ 媒介粒子のボルツマン方程式

$$\frac{dX_m}{dt} = -\frac{1}{2}\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left(X_m - X_m^{eq}\right)$$

- ☑ t_0でϕ_mが平衡から外れたとすると、
  $t_0 + \Delta t$では$X_m = X_m^{eq} + Ce^{-\langle\Gamma\rangle\Delta t/2}$

- ☑ 以下の条件式が成り立つ限り、瞬く間に平衡系に戻る

$$\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\Delta t \gg 1$$

- ☑ このステップで「Δt間にX_m^{eq}が一定」を仮定

- ☑ Δt間に$\Delta \mathrm{X_m^{eq}}/\mathrm{X_m^{eq}} \ll 1$であることを保証すればよいので、

$$\frac{\Delta X_m^{eq}}{X_m^{eq}} \simeq -\frac{m_m}{T}\Delta t H \ll 1$$

媒介粒子の寿命が残存量をコントロールする領域は？

- ☑ $X_m = n_m R^3$を導入　(R:スケールファクター)
- ☑ 媒介粒子のボルツマン方程式

$$\frac{dX_m}{dt} = -\frac{1}{2}\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left(X_m - X_m^{eq}\right)$$

- ☑ t_0でϕ_mが平衡から外れたとすると、
  $t_0+\Delta t$では$X_m = X_m^{eq} + Ce^{-\langle\Gamma\rangle\Delta t/2}$
- ☑ 以下の条件式が成り立つ限り平衡系に戻る

$$\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\Delta t \gg 1$$

- ☑ このステップで「Δt間にX_m^{eq}が一定」を仮定
- ☑ Δt間に$\Delta X_m^{eq}/X_m^{eq} \ll 1$であることを保証すればよいので、

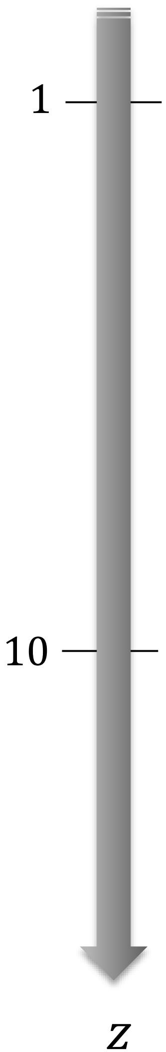
$$\frac{\Delta X_m^{eq}}{X_m^{eq}} \simeq -\frac{m_m}{T}\Delta t H \ll 1$$

- ☑ 導いた2つの条件式より、媒介粒子と標準模型粒子が平衡系を維持するための条件式が得られる

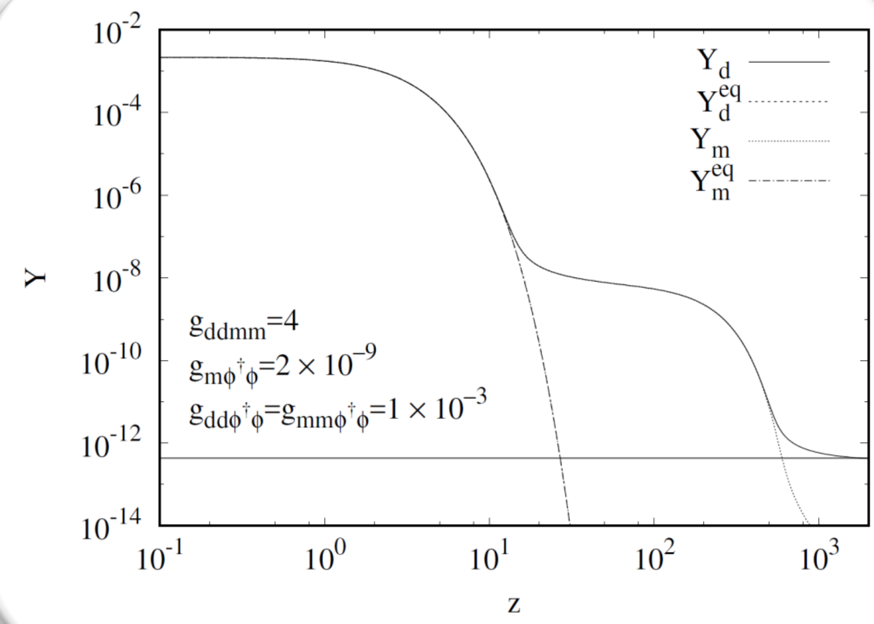
$$\frac{T}{m_m}\frac{\langle\Gamma\rangle_{m\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}}{H} \simeq \left(\frac{g_{m\phi^\dagger\phi}}{10^{-7}}\right)^2\left(\frac{106.75}{g_*}\right)^{1/2}\left(\frac{100\,\mathrm{GeV}}{T}\right) \gg 1$$

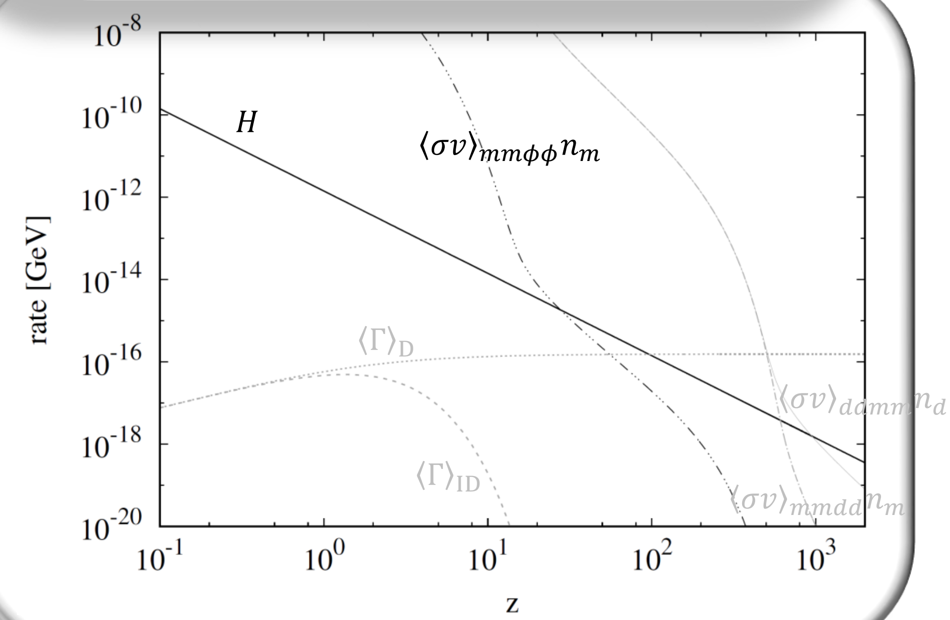
時間発展やパラメーター依存性の数値解析

時間発展：ステージ１

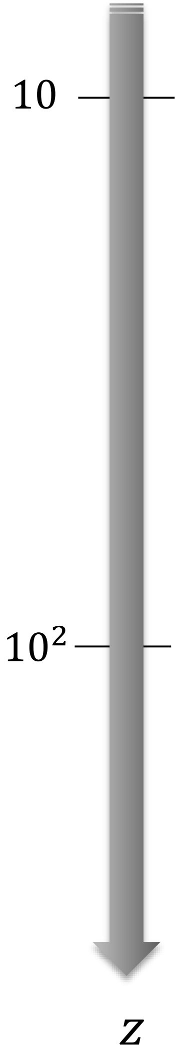


- ☑ 標準理論粒子との散乱を通じてダークセクターが熱化
- ☑ 反応率 $\langle\sigma v\rangle_{mm\phi\phi} n_m$ が膨張率Hより小さくなる
- ☑ 暗黒物質と媒介粒子が熱平衡から外れる





時間発展：ステージ２

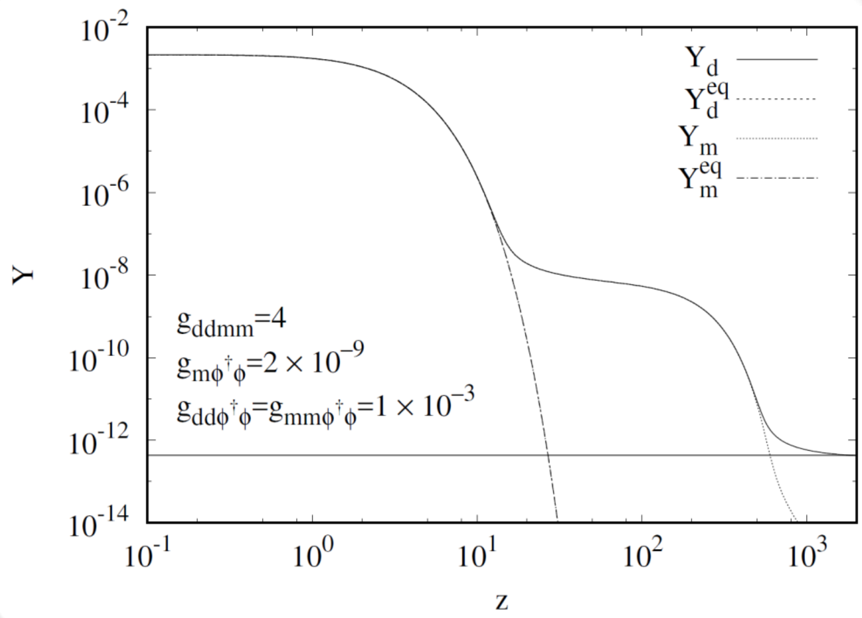


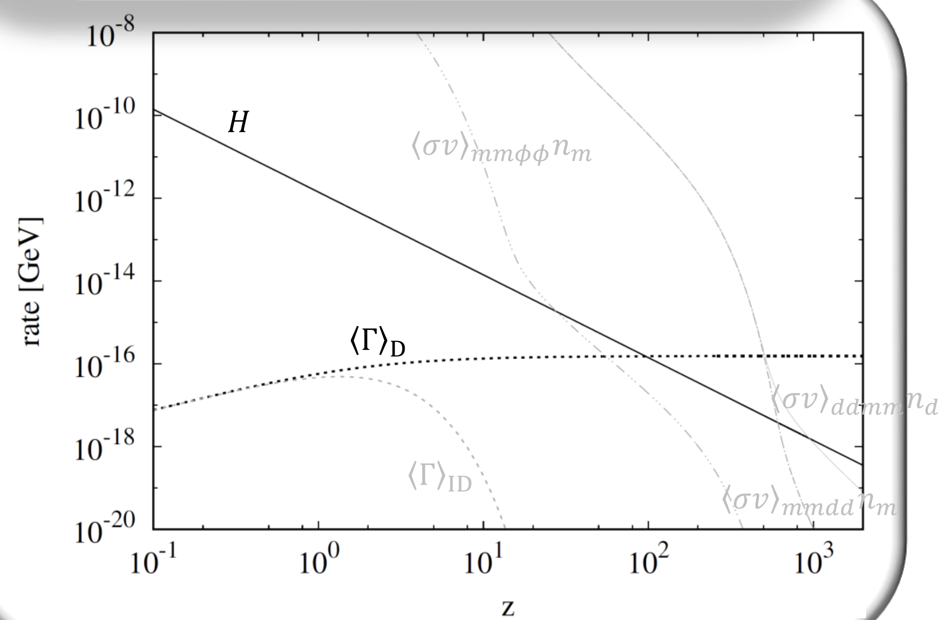
☑ 媒介粒子の崩壊率 $\langle\Gamma\rangle_D$ が膨張率Hより小さい

☑ 暗黒物質と媒介粒子の密度は一時的凍結("テラス"構造)

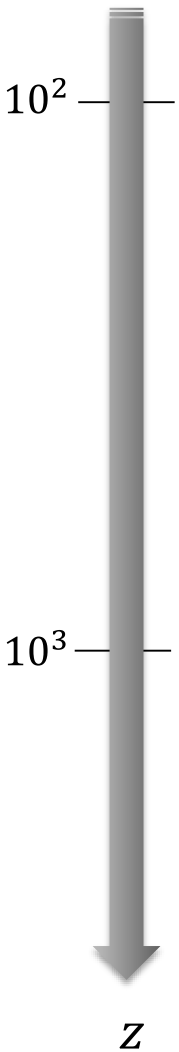
☑ 崩壊率 $\langle\Gamma\rangle_D$ が膨張率Hより大きくなる

☑ 媒介粒子が崩壊により減少

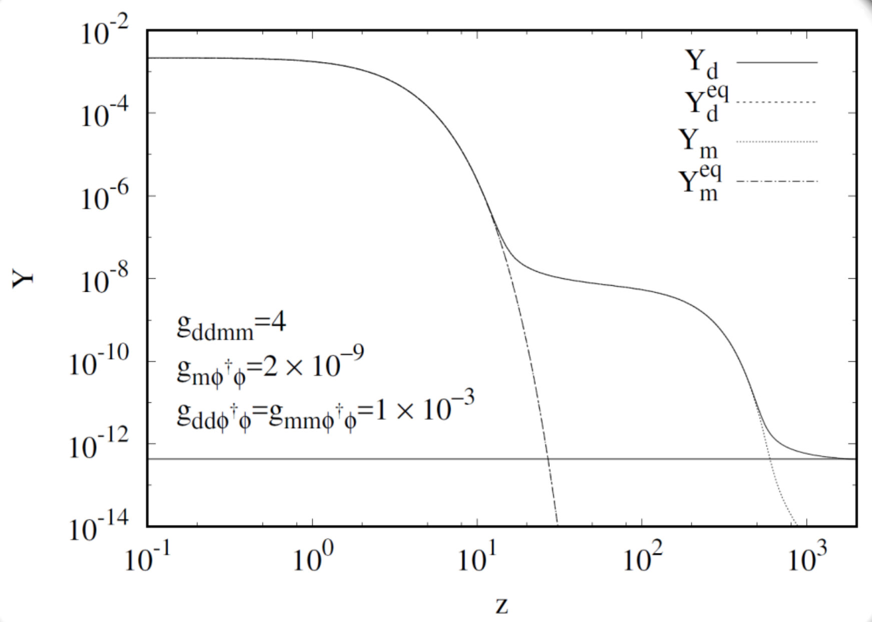


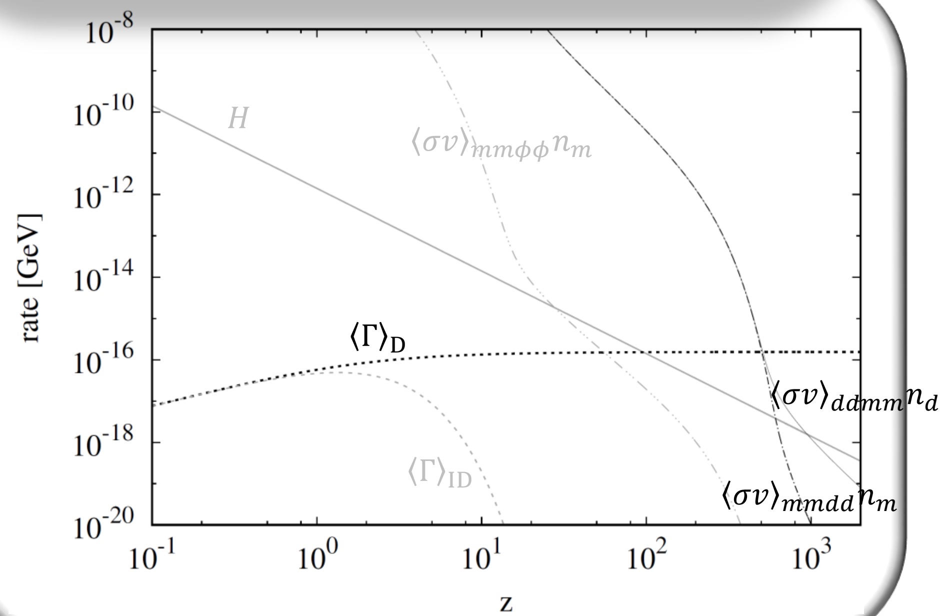


時間発展：ステージ３

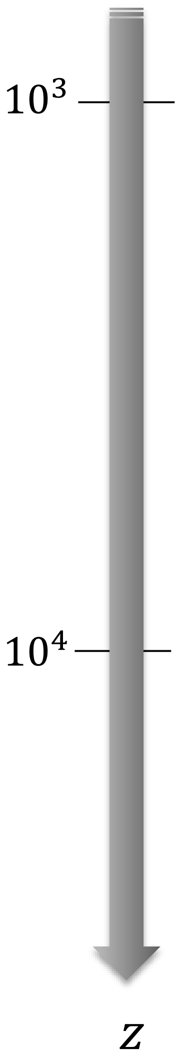


- ☑ $\phi_d\phi_d \leftrightarrow \phi_m\phi_m$の反応率が崩壊率より大きいので、媒介粒子に引きずられて暗黒物質も減少
- ☑ 崩壊率が反応率$\langle\sigma v\rangle_{ddmm}n_d$、$\langle\sigma v\rangle_{mmdd}n_m$より大きくなる
- ☑ 媒介粒子と暗黒物質の密度が解離し、$\phi_d\phi_d \leftrightarrow \phi_m\phi_m$の詳細釣合いの崩れが加速

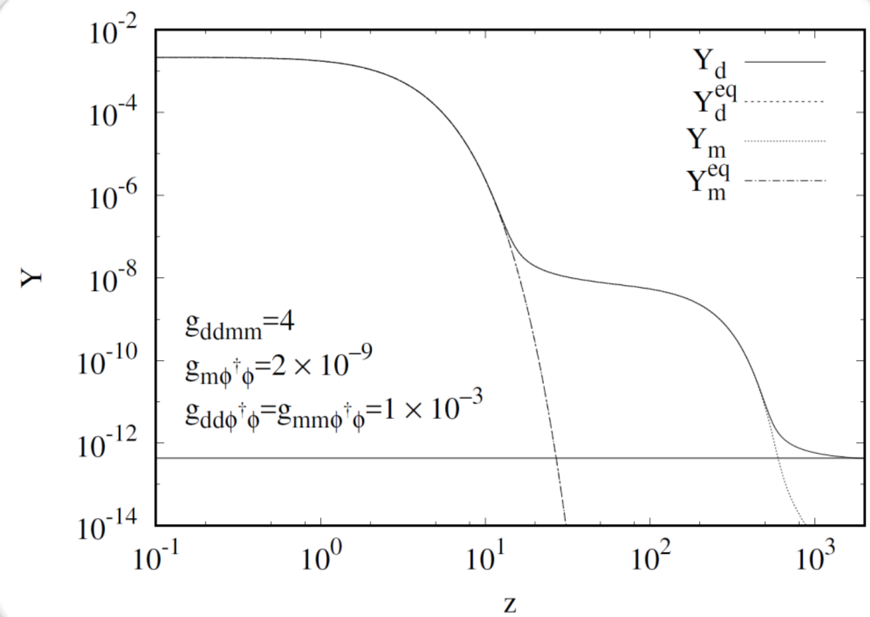


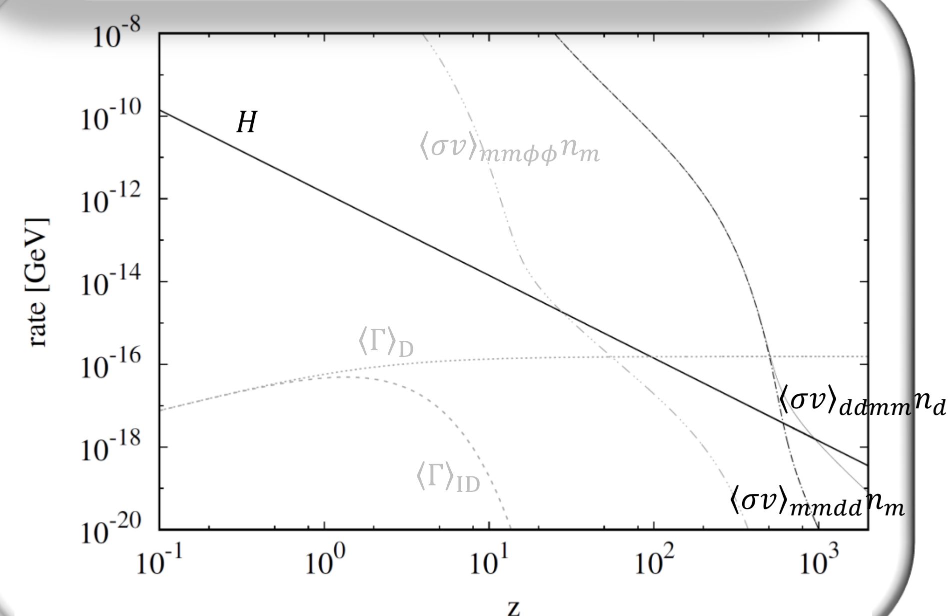


時間発展：ステージ４



- ☑ $\phi_m\phi_m \to \phi_d\phi_d$の反応率が膨張率以下になる
- ☑ $\phi_d\phi_d \to \phi_m\phi_m$の反応率が膨張率以下になる
- ☑ 暗黒物質が2度目の脱結合、そして、その密度が真の凍結
- ☑ 暗黒物質と媒介粒子が縮退した模型でも残存量観測値を説明可能

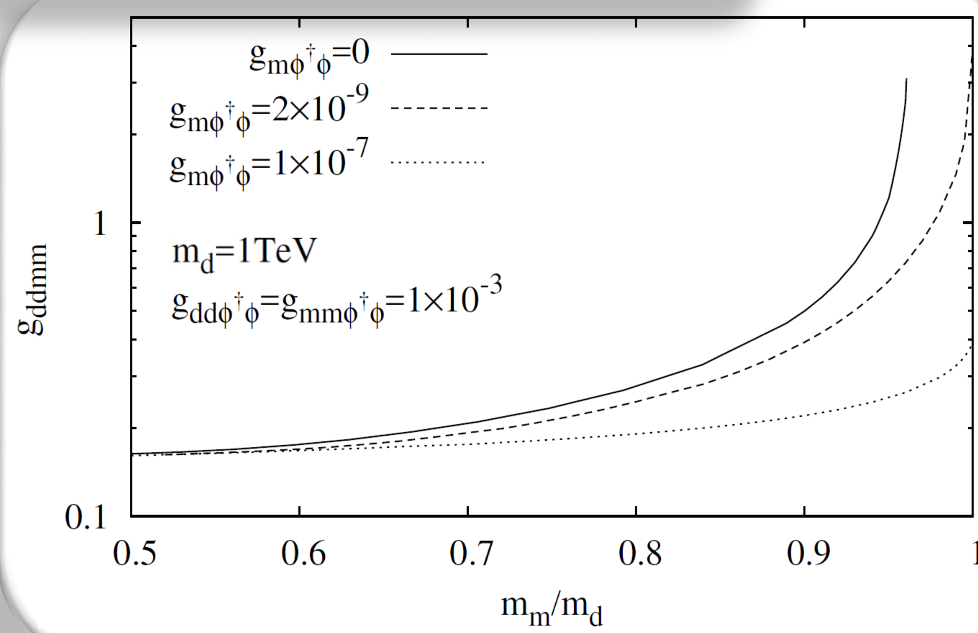




縮退した暗黒物質-媒介粒子系における残存量

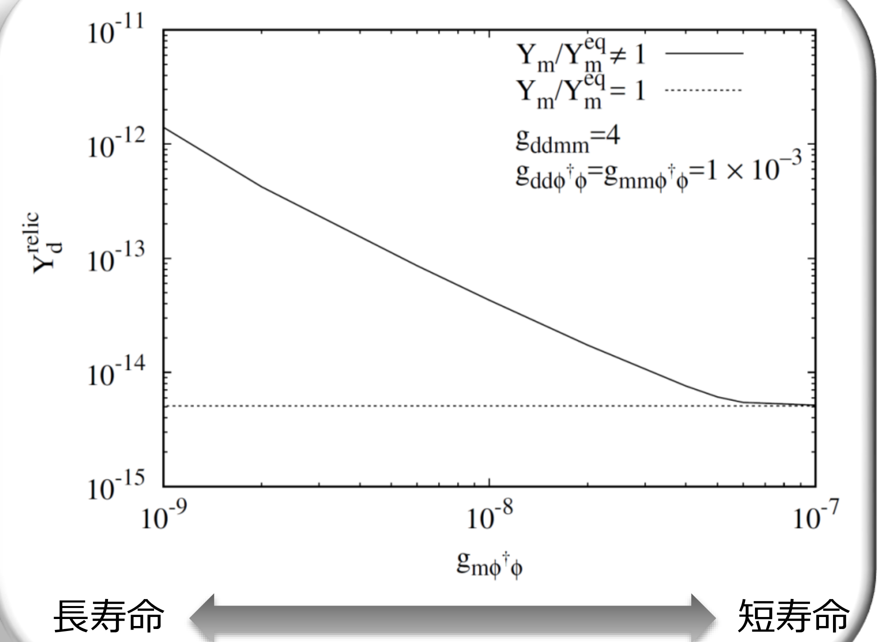
- ☑ これまでのシナリオ (実線: 媒介粒子が暗黒物質密度の凍結後に崩壊)では、縮退した系で残存量不整合
- ☑ 本機構を用いると、縮退した系でも残存量観測値を再現可能
- ☑ 暗黒物質の制限・要請を満たし、かつ、媒介粒子と統一的枠組みで記述されるTeVスケール暗黒物質に活路

残存量観測値を示す等高線図
横軸：暗黒物質と媒介粒子の質量比
縦軸：暗黒物質と媒介粒子の結合定数



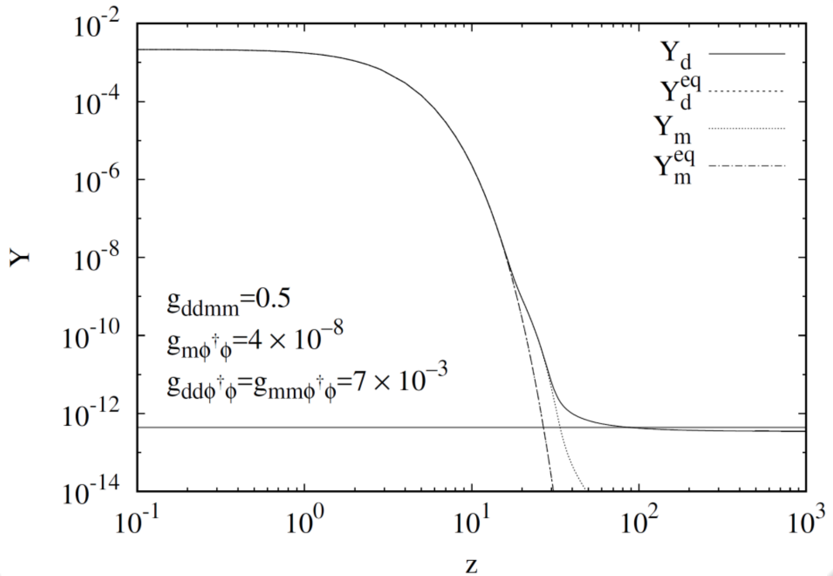
残存量に対する寿命依存性と$Y_m/Y_m^{eq} \neq 1$の影響

$$\frac{dn_d}{dt} + 3Hn_d = -\langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow\phi^\dagger\phi}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2\right]$$
$$-\langle\sigma v\rangle_{dd\leftrightarrow mm}\left[n_d^2 - \left(n_d^{eq}\right)^2 \frac{n_m^2}{\left(n_m^{eq}\right)^2}\right]$$



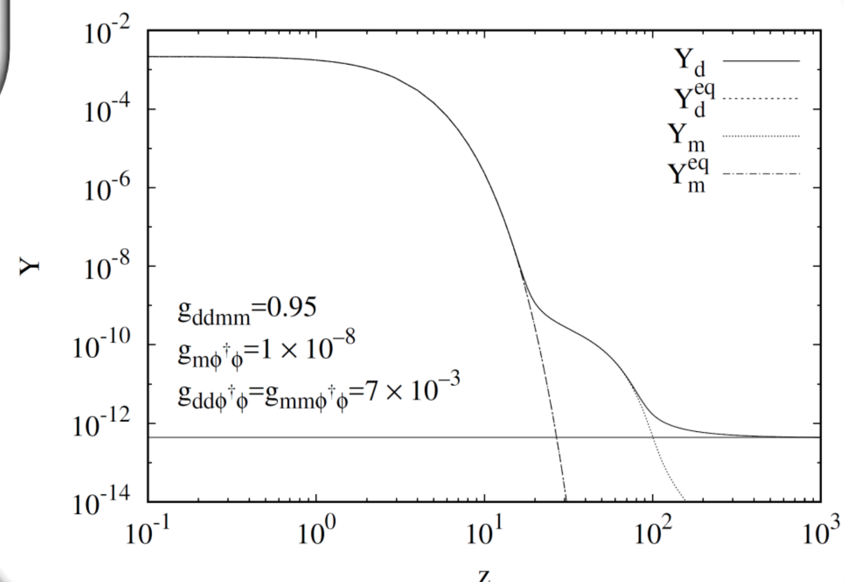
- ☑ 解析計算通り、$g_{m\phi\phi} \gtrsim 10^{-7}$ では媒介粒子が平衡から外れず、$n_m = n_m^{eq}$ の結果に漸近
- ☑ $n_m/n_m^{eq} = 1$の場合、$\phi_d\phi_d \leftrightarrow \phi_m\phi_m$ が一方通行になりにくく、暗黒物質-媒介粒子系の平衡状態のまま密度が減少
- ☑ ステージ2、ステージ3の両方において、媒介粒子の寿命が残存量を左右

他のパラメーターを選んだ場合は？



☑ 暗黒物質-媒介粒子間、または、媒介粒子-標準模型粒子間の相互作用の強さが異なっても、寿命で残存量をコントロール可能

☑ 様々な模型・シナリオに応用可能



☑ 時間発展の解析的理解や他のパラメーター依存性の理解は論文参照

模型の具体例

Dark QCD and dark pions

- ☑ 暗黒物質-媒介粒子間の縮退と強い相互作用が自然に導かれるシナリオは？

- ☑ ダークQCDを導入

$$\mathcal{L}_{\mathrm{DQCD}} = -\frac{1}{4g_{Ds}^2} G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} + \bar{\psi} i D \psi$$

- ☑ ダークQCD相転移によりダークカイラル対称性が破れ、この破れに伴うNGボソンとしてダークパイオンが残り、必要な相互作用が導かれる

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\chi = &\frac{1}{2}\sum_a (\partial_\mu \pi_D^a)(\partial^\mu \pi_D^a) - \frac{1}{2} m_{\pi_D}^2 \sum_a \pi_D^a \pi_D^a \\ &+ g_{\pi_D \pi_D \phi^\dagger \phi} \sum_a \pi_D^a \pi_D^a \phi^\dagger \phi \\ &+ g_{\pi_D^3 \phi^\dagger \phi} m_{\pi_D} \pi_D^3 \phi^\dagger \phi + \cdots\end{aligned}$$

相互作用の導出は次ページにて

UV completion

- ☑ ダークセクターにおける湯川相互作用を導入

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -\bar{\psi}_L y(S + i\tau^3 P)\psi_R - \bar{\psi}_R y(S - i\tau^3 P)\psi_L$$

- ☑ ダークスカラーと標準模型ヒッグスの相互作用を以下の形で導入

$$\mathcal{L}_{\phi^\dagger\phi} = -\frac{\lambda_M}{2}(S^2 + P^2)\left(\phi^\dagger\phi - \frac{v^2}{2}\right)$$

- ☑ ダークスカラーを積分すると、相互作用の強さも含めて、前ページの相互作用が得られる

詳細は論文を参照

まとめ

まとめ

- ☑ 理論的・観測的動機から、標準模型と相互作用を持たず (or 非常に弱い)、縮退した媒介粒子を伴うTeVスケールの暗黒物質が期待される

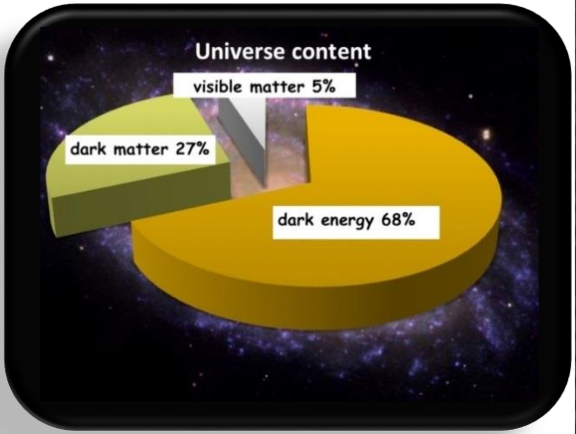
- ☑ これまでのシナリオ (媒介粒子が長寿命) では、暗黒物質を減らす反応、つまり、媒介粒子への対消滅が十分に働かず残存量観測値を説明できない

- ☑ 媒介粒子が暗黒物質と同時期に標準模型との平衡から外れ、暗黒物質密度の凍結より前に崩壊。$\phi_d\phi_d \leftrightarrow \phi_m\phi_m$により暗黒物質も減少し、残存量整合

- ☑ 展望：銀河中心において暗黒物質から媒介粒子への遷移が盛んになり得る。間接検出の可能性を探る。媒介粒子の地上実験探索も課題。

Backup slides

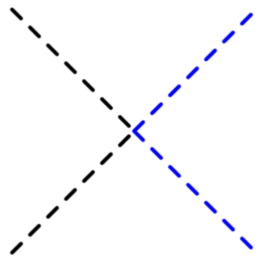
現状整理



- ☑ 標準模型は$O(\mathrm{TeV})$までの世界を抜かりなく記述
- ☑ 未解明の謎もあり
  - 暗黒物質
  - 物質・反物質非対称
  - ニュートリノ質量
  - などなど

- ☑ $O(\mathrm{TeV})$以上の世界は未知の物理が記述しているだろう
- ☑ TeVスケール粒子の暗黒物質は現状と整合？不整合？

残存量計算に関わる反応過程



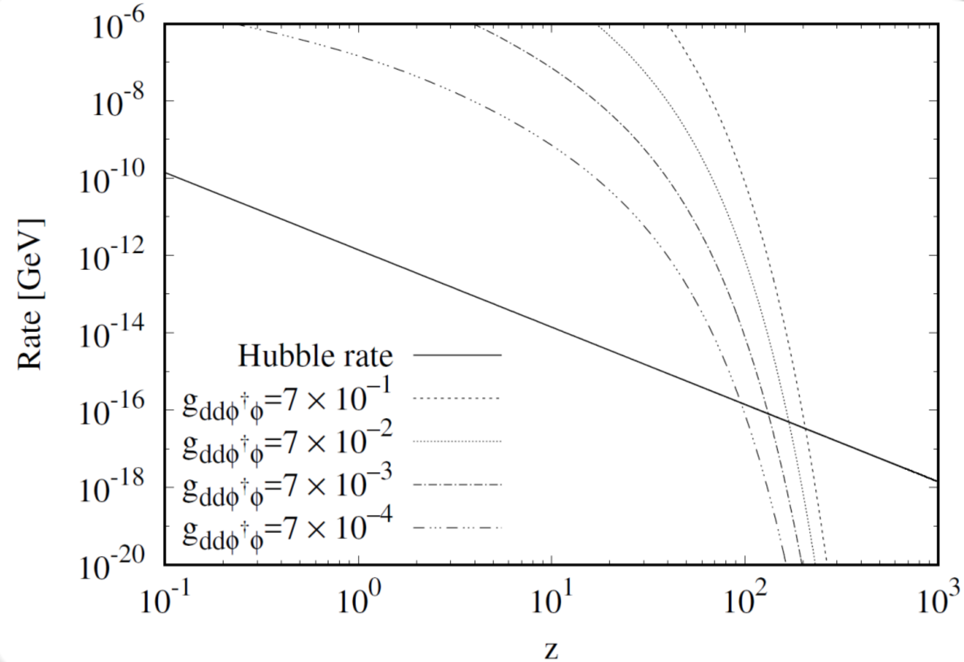
$$\mathcal{L}_{toy} = g_{ddmm}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi_m\phi_m\right)$$

$$+\, g_{m\phi^\dagger\phi} m_m \phi_m \left(\phi^\dagger\phi\right)$$

$$+\, g_{dd\phi^\dagger\phi}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi^\dagger\phi\right)$$

$$+\, g_{mm\phi^\dagger\phi}\left(\phi_m\phi_m\right)\left(\phi^\dagger\phi\right)$$

ダークセクター温度は標準模型セクターと同じ？



$$\langle \sigma v \rangle_{d\phi \to d\phi} n_\phi$$

ボルツマン方程式

$$\frac{dn_i}{dt} + 3Hn_i = -\int d\Pi_i d\Pi_X d\Pi_Y (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_X - p_Y)$$
$$\times |\mathcal{M}|^2_{i\leftrightarrow XY}\left(f_i - f_X f_Y\right)$$
$$-\int d\Pi_i d\Pi_j d\Pi_X d\Pi_Y (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i + p_j - p_X - p_Y)$$
$$\times |\mathcal{M}|^2_{ij\leftrightarrow XY}\left(f_i f_j - f_X f_Y\right),$$

$$d\Pi_a = \frac{g_a}{(2\pi)^3}\frac{d^3\boldsymbol{p_a}}{2E_a}$$

$$\langle\sigma v\rangle_{ij\leftrightarrow XY} = \frac{1}{n_i^{eq} n_j^{eq}}\int d\Pi_i d\Pi_j d\Pi_X d\Pi_Y$$
$$\times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i + p_j - p_X - p_Y)$$
$$\times |\mathcal{M}|^2_{ij\leftrightarrow XY} e^{-(E_i+E_j)/T}$$

$$\langle\Gamma\rangle_{i\leftrightarrow XY} = \frac{1}{n_i^{eq}}\int d\Pi_i d\Pi_X d\Pi_Y$$
$$\times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_X - p_Y)$$
$$\times |\mathcal{M}|^2_{i\leftrightarrow XY} e^{-E_i/T}$$

ボルツマン方程式

$$
\begin{aligned}
\frac{dn_i}{dt} + 3Hn_i &= -\left\{e^{\mu_i/T} - e^{(\mu_X+\mu_Y)/T}\right\} n_i^{eq}\langle\Gamma\rangle_{i\leftrightarrow XY} \\
&\quad -\left\{e^{(\mu_i+\mu_j)/T} - e^{(\mu_X+\mu_Y)/T}\right\} n_i^{eq} n_j^{eq}\langle\sigma v\rangle_{ij\leftrightarrow XY} \\
&= -\left\{n_i - n_i^{eq}\frac{n_X}{n_X^{eq}}\frac{n_Y}{n_Y^{eq}}\right\}\langle\Gamma\rangle_{i\leftrightarrow XY} \\
&\quad -\left\{n_i n_j - n_i^{eq} n_j^{eq}\frac{n_X}{n_X^{eq}}\frac{n_Y}{n_Y^{eq}}\right\}\langle\sigma v\rangle_{ij\leftrightarrow XY}
\end{aligned}
$$

Toy model

- ☑ 標準理論粒子 ＋ 暗黒物質 ϕ_d ＋ 媒介粒子 ϕ_m
- ☑ 暗黒物質と媒介粒子の質量は縮退: $m_d \simeq m_m$
- ☑ ダークセクターはヒッグス ϕ を介してのみ標準理論と相互作用

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{toy} = \; & g_{ddmm}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi_m\phi_m\right) \\
& + g_{m\phi^\dagger\phi} m_m \phi_m \left(\phi^\dagger\phi\right) \\
& + g_{dd\phi^\dagger\phi}\left(\phi_d\phi_d\right)\left(\phi^\dagger\phi\right) \\
& + g_{mm\phi^\dagger\phi}\left(\phi_m\phi_m\right)\left(\phi^\dagger\phi\right)
\end{aligned}
$$

- ☑ ϕ_d と ϕ_m の相互作用が他の相互作用より強いとする
- ☑ ϕ_m と ϕ が相互作用を持つ限り、ϕ_d と ϕ も間接的に相互作用を持つ
- ☑ ϕ_d と ϕ の相互作用が無い模型にも全く同様に適用可能