トポロジカル ソリトンによる ダイナミカルなブレーンワールドの構成

2018年 8月 8日

素粒子物理学の進展 2018

於 京都大学 基礎物理学研究所

衛藤 稔 (山形大学)

共同研究者　新井 真人 (山形大学)
Filip Blaschke (Silesian University, Czech)
坂井 典佑 (慶應大学)

PTEP 2018, no.06, 063B02
arXiv: 1802.06649 (in press by PTEP)

0. はじめに

標準模型には何故ヒッグス場が必要なのか？

ゲージ対称性 → ✗ ゲージ場・クォーク・レプトンの質量項

ヒッグス場は電弱理論の要：

対称性の自発的破れとヒッグス機構

⇓

① 光子を0質量に保ちつつ, $W^{\pm}$・Z に質量を与える

② クォーク・レプトンに質量を与える

これだけか？ ⟶ 余剰次元では第3の役目が!!

1. イントロダクション

標準模型の諸問題 ⟵ Beyond SM

- 超対称性
- 余剰次元
- 大統一理論
- 超弦理論
- ⋮

余剰次元模型

- Kalza-Klein 理論
- Large extra dimensions
- Warped extra dimensions
- Brane world
- Universal extra dimensions
- Gauge Higgs Unification
- ⋮

余剰次元の幾何学的性質 ⟶

- 大きさ
- 曲率
- 位置
- ⋮

- 力の統一
- 場の統一
- 階層性問題
- ⋮

ミンコフスキー

↓

$$時空 = M^{3,1} \times X$$

↑

余剰次元

(多くの模型で) $\text{Compact}\begin{cases}\text{manifold} & \cdots \quad S^1 \\ \text{orbifold} & \cdots \quad S^1/\mathbb{Z}_2\end{cases}$

良くあるセットアップ

◎ 余剰次元は4次元と区別する

◎ ブレーンは手で入れる

$$\mathcal{L}_{full} = \mathcal{L}_{bulk} + \mathcal{L}_{brane}\,\delta(y-y_0)$$

◎ ゲージ場や物質場がブレーンに局在している

◎ ブレーンは安定で崩壊しない

◎ Z_2 parity などを課す

素朴な疑問

これらの模型のセットアップレベルにおける仮定をせずに、ブレーンワールドをダイナミカル（自発的に）に実現する余剰次元模型はあるか？

→ トポロジカル ソリトン ＝ ブレーン

(Rubakov - Shaposnikov '83)

余剰次元のトポロジカルな性質を利用

模型の詳細に依らない！

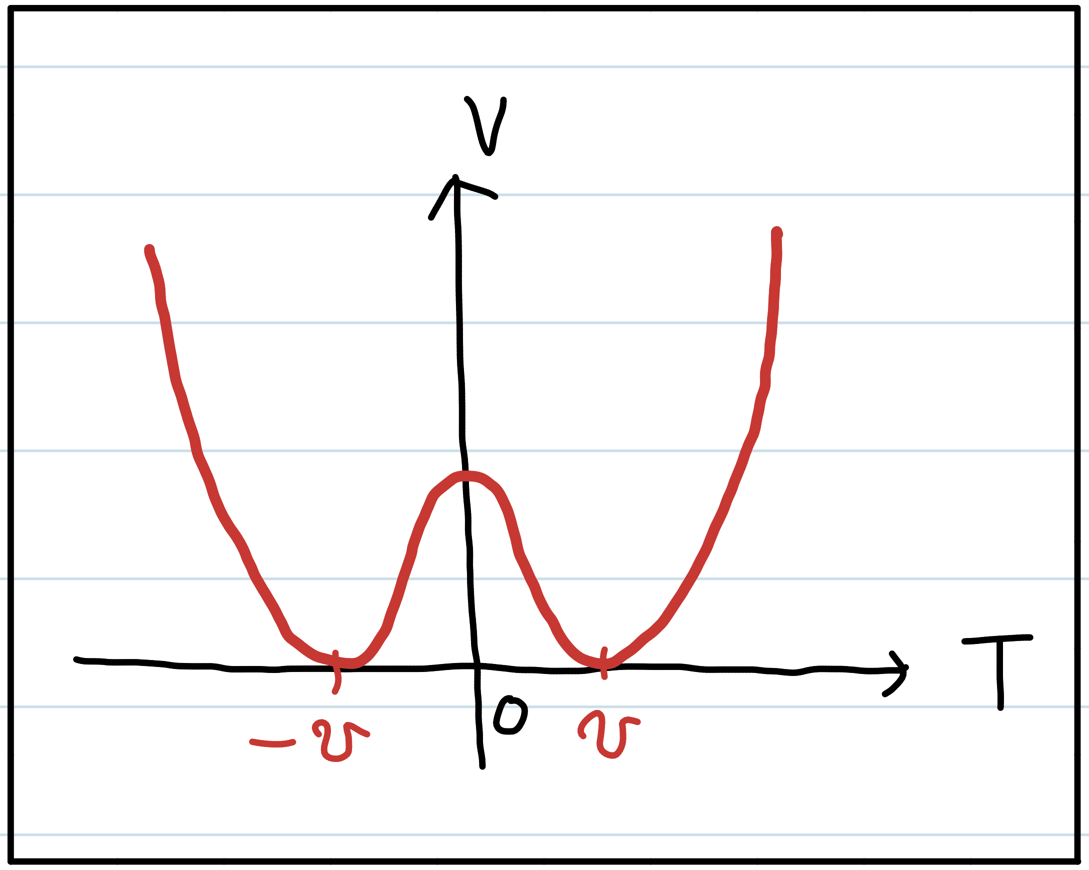
☆ 対称性の自発的破れ

→ トポロジカル ソリトンのダイナミカルな生成

☆ トポロジー →
- 安定性
- 物質（カイラルフェルミオン）の局在

2. トポロジカル ソリトン

最も簡単な例)



T : 実スカラー場

$$V = \frac{\lambda}{4}(T^2 - v^2)^2$$

Z_2 対称性 : $T \to -T$

$\downarrow$ 真空 : $T = +v$ or $-v$

自発的破れ

真空のトポロジー : 非連結な 2点

π_0(真空多様体) = 2点

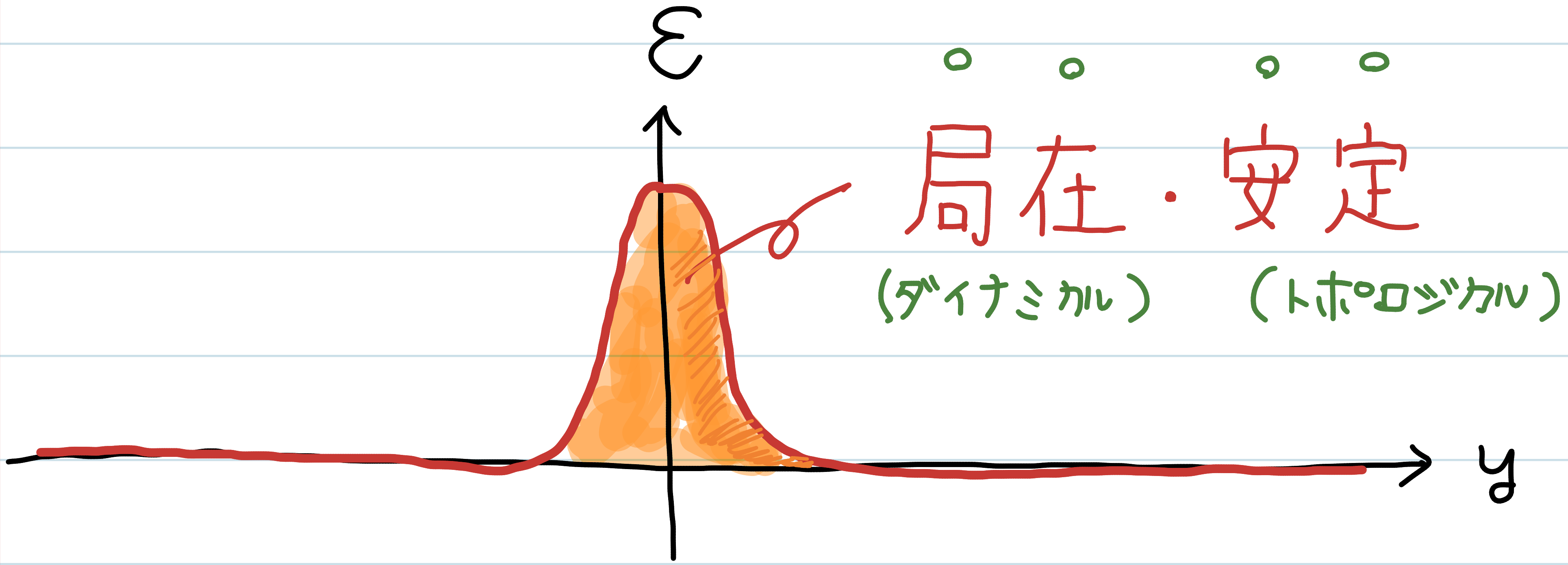
ドメインウォール解

$$T = v \tanh \Omega (y - y_0) \quad , \quad \Omega \equiv \frac{\sqrt{\lambda v}}{2}$$

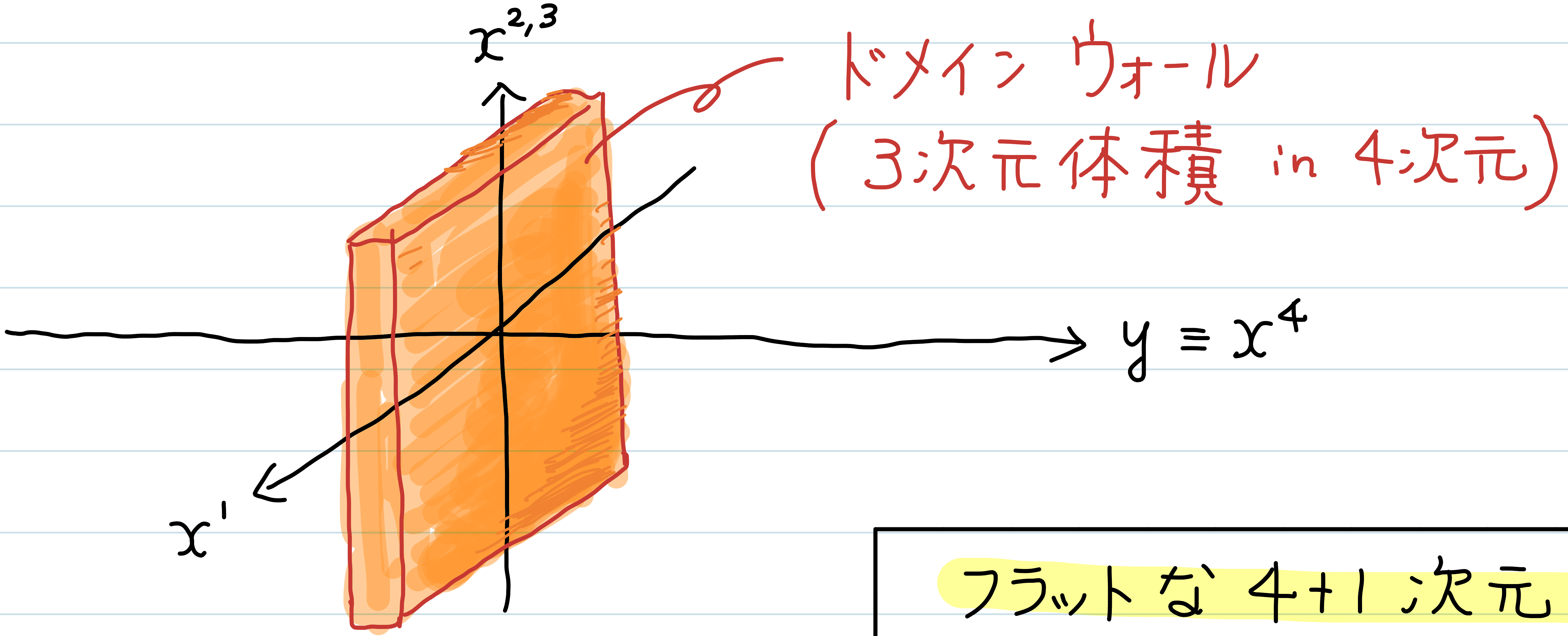
トポロジカルな安定性：$j^{\mu}_{top} = \frac{1}{2v} \epsilon^{\mu\nu} \partial_\nu T$

トポロジカルチャージ $Q_{top} = \int dy \, j^{0}_{top} = 0, \pm 1$

（境界条件だけで決まる.）



⇓ 余剰次元



フラットな 4+1 次元中に

↓ダイナミカル

安定な 3ブレーンが 生成された

（フェルミオン）物質場の閉じ込め（トポロジカル）

Rubakov-Shaposhnikov PLB '83

フェルミオン 0 モード ⟶ ドメインウォールへ局在

Jackiw-Rebbi 機構 (PRD'76) を高次元で利用

5D フェルミオン Ψ

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\Gamma^M\partial_M\Psi - \eta \underset{\Uparrow}{T}\bar{\Psi}\Psi$$

ドメインウォール背景： $T(y) = v\tanh\Omega y$

$$\boxed{\begin{aligned}\Gamma^\mu &= \gamma^\mu \\ \Gamma^4 &= i\gamma_5\end{aligned}}$$

ディラック方程式： $i\Gamma^M\partial_M\Psi + \eta T(y)\Psi = 0$

カイラリティ (4D) :

$$\left.\begin{array}{l} \gamma_5 \Psi_L = - \Psi_L \\ \gamma_5 \Psi_R = + \Psi_R \end{array}\right\} \quad \Psi = \Psi_L + \Psi_R$$

ディラック方程式の分解 :

$$\begin{cases} i \not{\partial} \Psi_L - (\partial_y + \eta T) \Psi_R = 0 \\ i \not{\partial} \Psi_R - (- \partial_y + \eta T) \Psi_L = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} Q \equiv - \partial_y + \eta T \\ Q^\dagger \equiv \partial_y + \eta T \end{array}}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} i \not{\partial} \Psi_L - Q^\dagger \Psi_R = 0 \\ i \not{\partial} \Psi_R - Q \Psi_L = 0 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} (\Box + Q^\dagger Q) \Psi_L = 0 \\ (\Box + Q Q^\dagger) \Psi_R = 0 \end{cases}$$

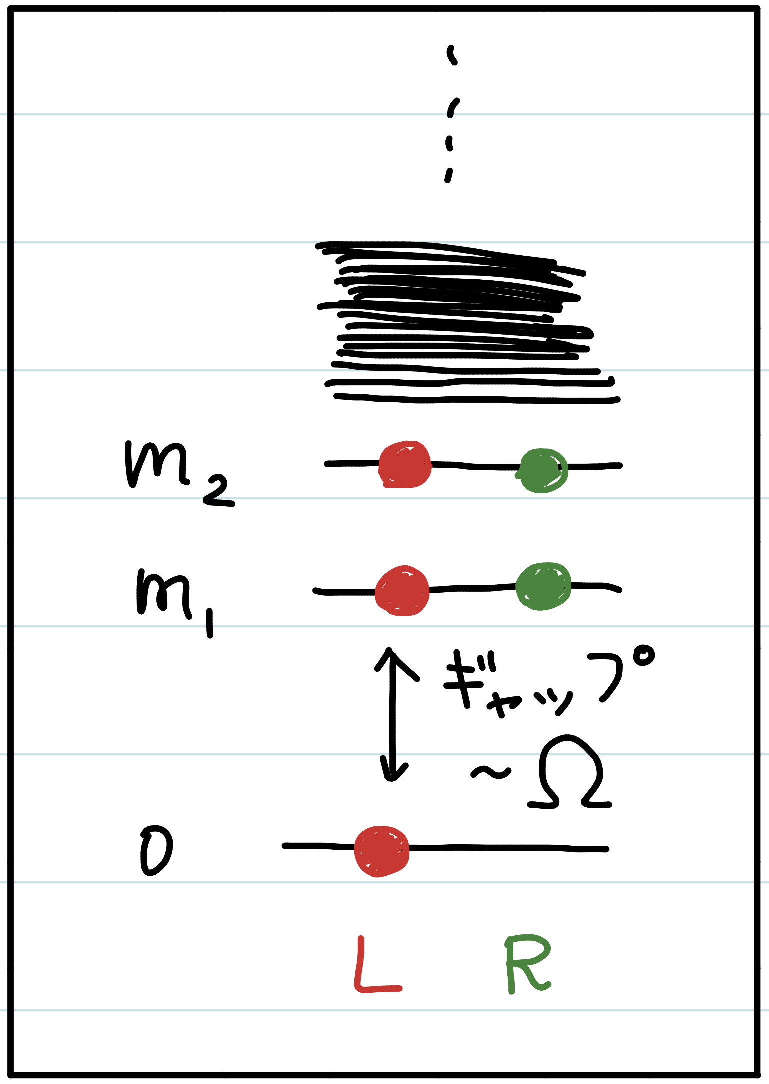
◂ 超対称量子力学 (SQM)

Spectrum

Left : $Q^\dagger Q f_n(y) = m_n^2 f_n(y)$

$\updownarrow$ SQMにより一致

Right : $QQ^\dagger \tilde{f}_n(y) = m_n^2 \tilde{f}_n(y)$

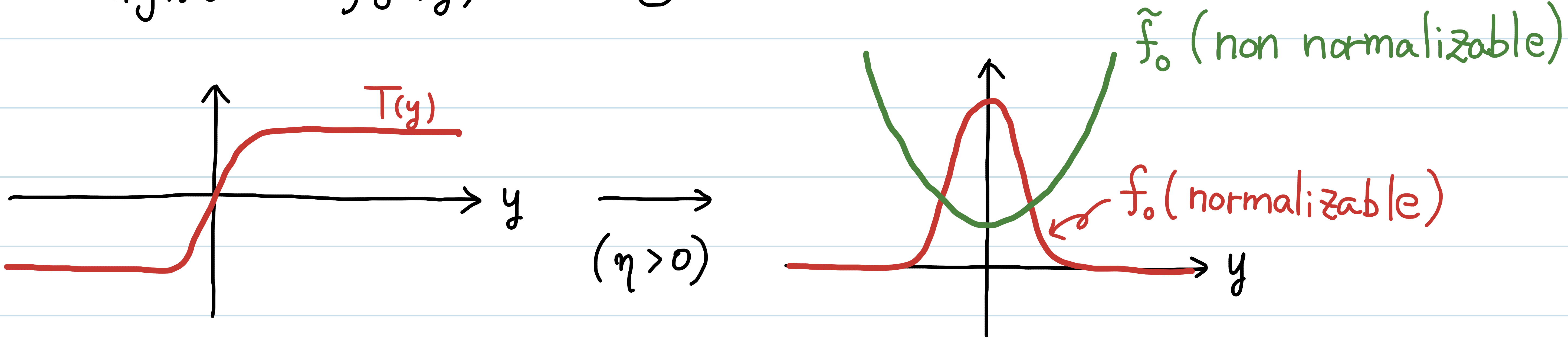


ゼロモード (背景場T(y)で決まる)

Left : $f_0(y) = e^{\eta\int^y dy' T(y')}$

$\updownarrow$ inverse

Right : $\tilde{f}_0(y) = e^{-\eta\int^y dy' T(y')}$



カイラルフェルミオンが自動的に局在

質量階層性 [Arkani-Hamed – Schmaltz, PRD '00]

(湯川結合)

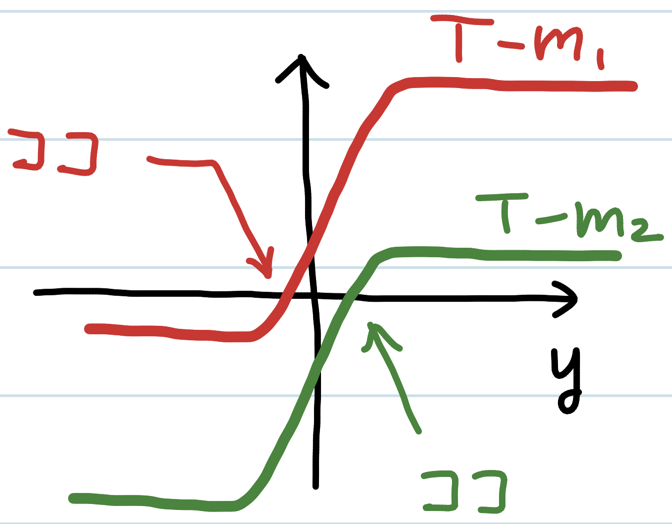
余剰次元の幾何 ⟶ 指数関数的に小さな湯川結合

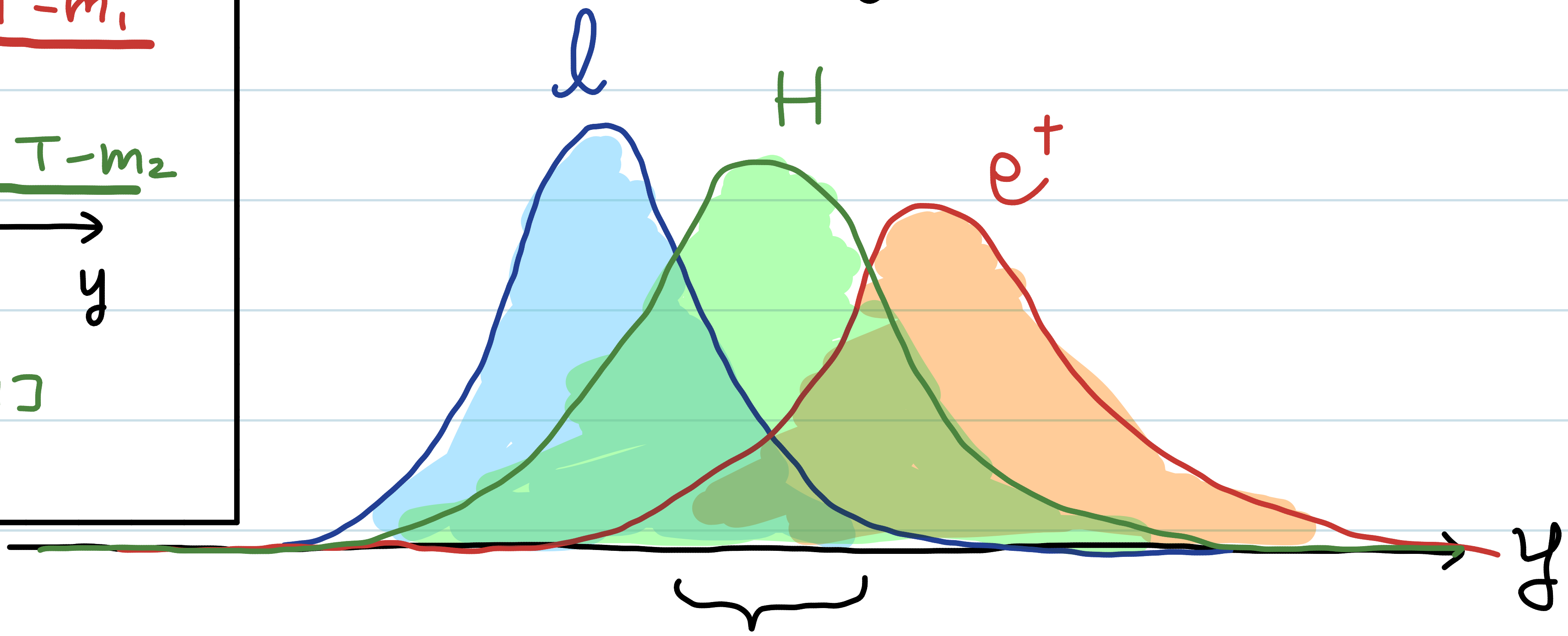
$$\mathcal{L} \supset \eta T \Psi_i \Psi_i$$

↓

$$\eta (T - m_i) \Psi_i \Psi_i$$

↑ bulk mass





ここだけ overrap

有効結合定数

$$Y_{4D} = Y_{5D} \int dy \; f_\ell f_{e^+} f_H$$

余剰次元方向のオーダー1のずれ ⟶ 指数関数的に小さい

スカラー場の閉じ込め

ゼロ質量スカラー場 : 局所的 南部·Goldstone 粒子

bulk (真空) の グローバル対称性 G
⇓
ソリトン内部でのみ 部分群 H に自発的に破れる

ふつうの NG :

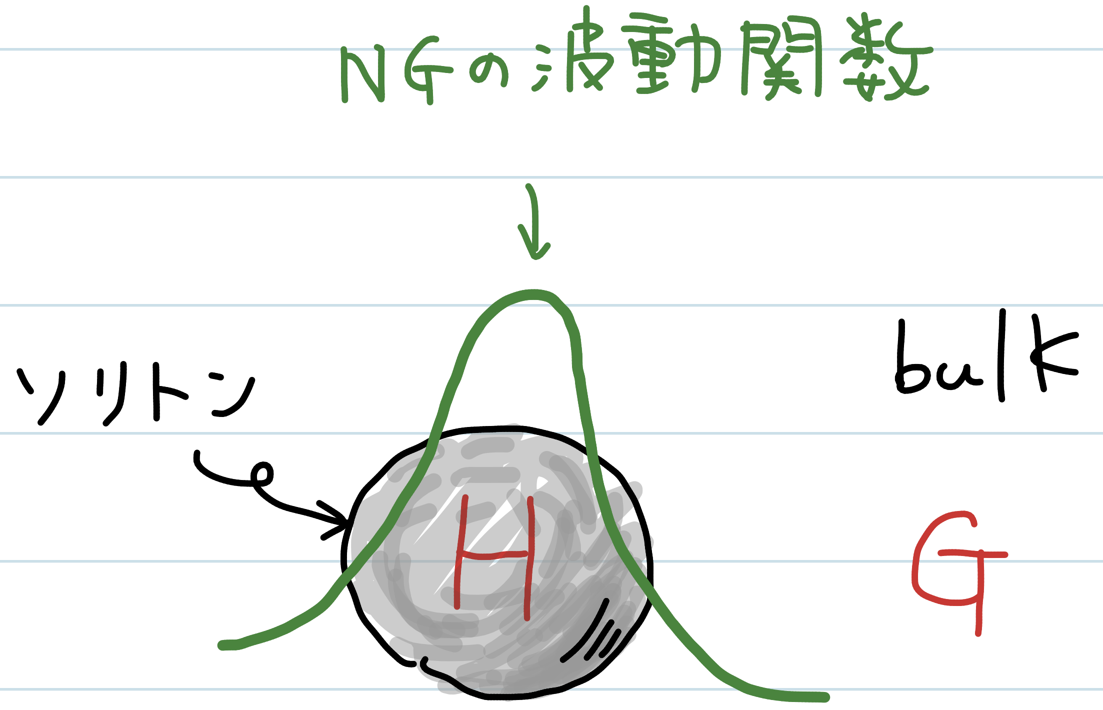
	Lag	vac
Sym	G	H

→ 空間に一様に NG (G/H)

ソリトンによる NG

	Lag	vac	ソリトン
Sym	G	G	H

→ ソリトン近傍だけにNGが分布

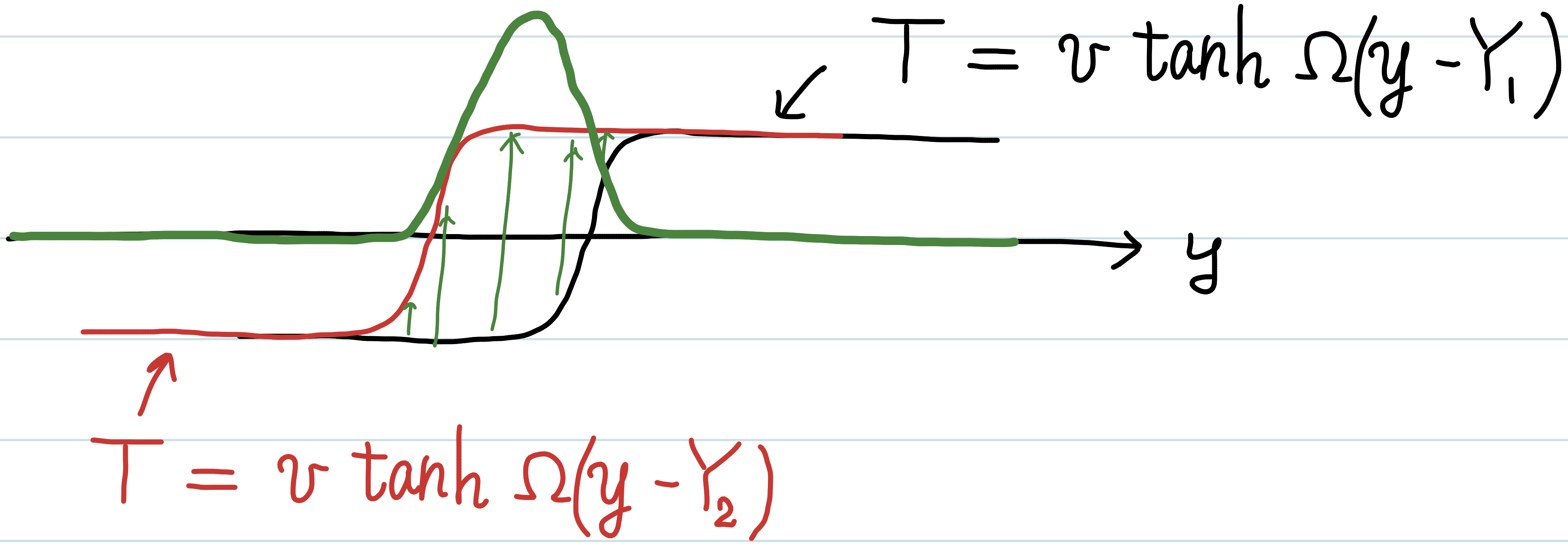


並進対称の破れ

ソリトンが存在すると並進対称性がソリトン上で局所的に自発的に破れる

↓

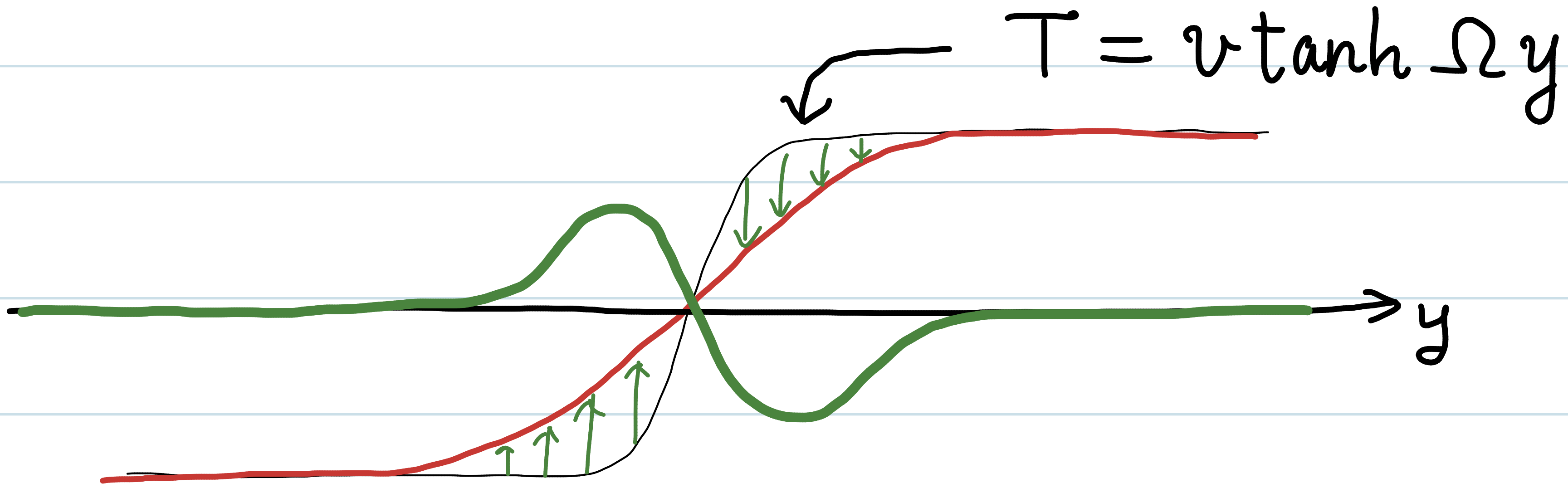
局所的 NG ボソン



massive スカラー場

★ **変型モード（シェイプモード）**　：　$m^2 \sim \Omega^2$

$$V = \frac{\lambda}{4}(T^2 - v^2)^2$$



★ **局所的スカラー凝縮**

$$V(T,\phi) = \frac{\lambda}{4}(T^2 - v^2)^2 + \frac{\eta}{2}(T^2 - v^2)\phi^2 + \frac{\mu^2}{2}\phi^2$$

真空：$(T,\phi) = (+v, 0), \ (-v, 0)$

T は凝縮
φ は凝縮しない　@真空

$\mathbb{Z}_2$ の SSB

$$T = v \tanh \tilde{\Omega} y \xrightarrow[y=0]{\text{DW内部}} T = 0$$

$$V(T,\phi) = \frac{\lambda}{4}\left(T^2 - v^2\right)^2 + \frac{\eta}{2}\left(T^2 - v^2\right)\phi^2 + \frac{\mu^2}{2}\phi^2$$

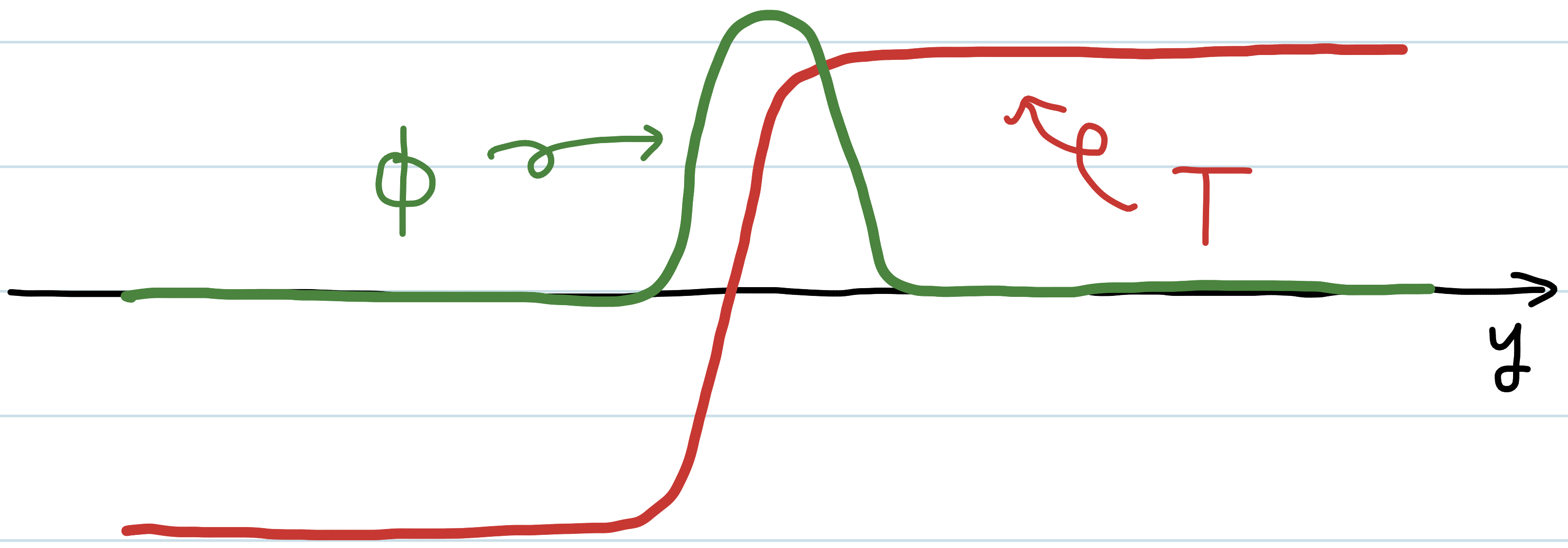
$\downarrow$ DW内部 $(T=0)$

$$V(T=0,\phi) = -\frac{1}{2}\left(\eta v^2 - \mu^2\right)\phi^2 + \text{const.}$$

(fine tune は必要なし)

if $\eta v^2 > \mu^2$ なら ϕ は DW内で凝縮

(cf Witten '85)



トポロジカルソリトンは内部にスカラー凝縮を誘発する。

massive スカラー ⇒ 閉じ込め

3. ゲージ場の局在

困難：(非)可換ゲージ場(0質量)の局在

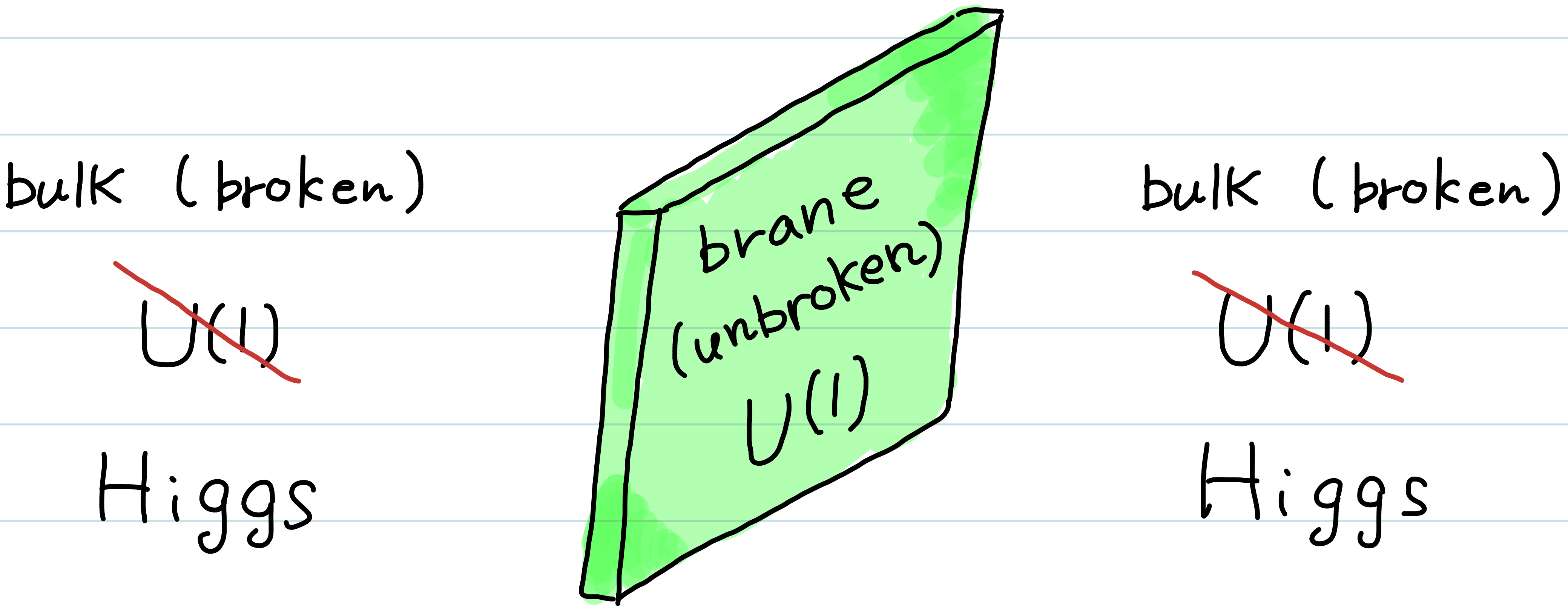
対称性の破れ・トポロジー $\xrightarrow{\circ}$ 0質量スカラー・フェルミオン

× $\searrow$ 0質量ゲージ場

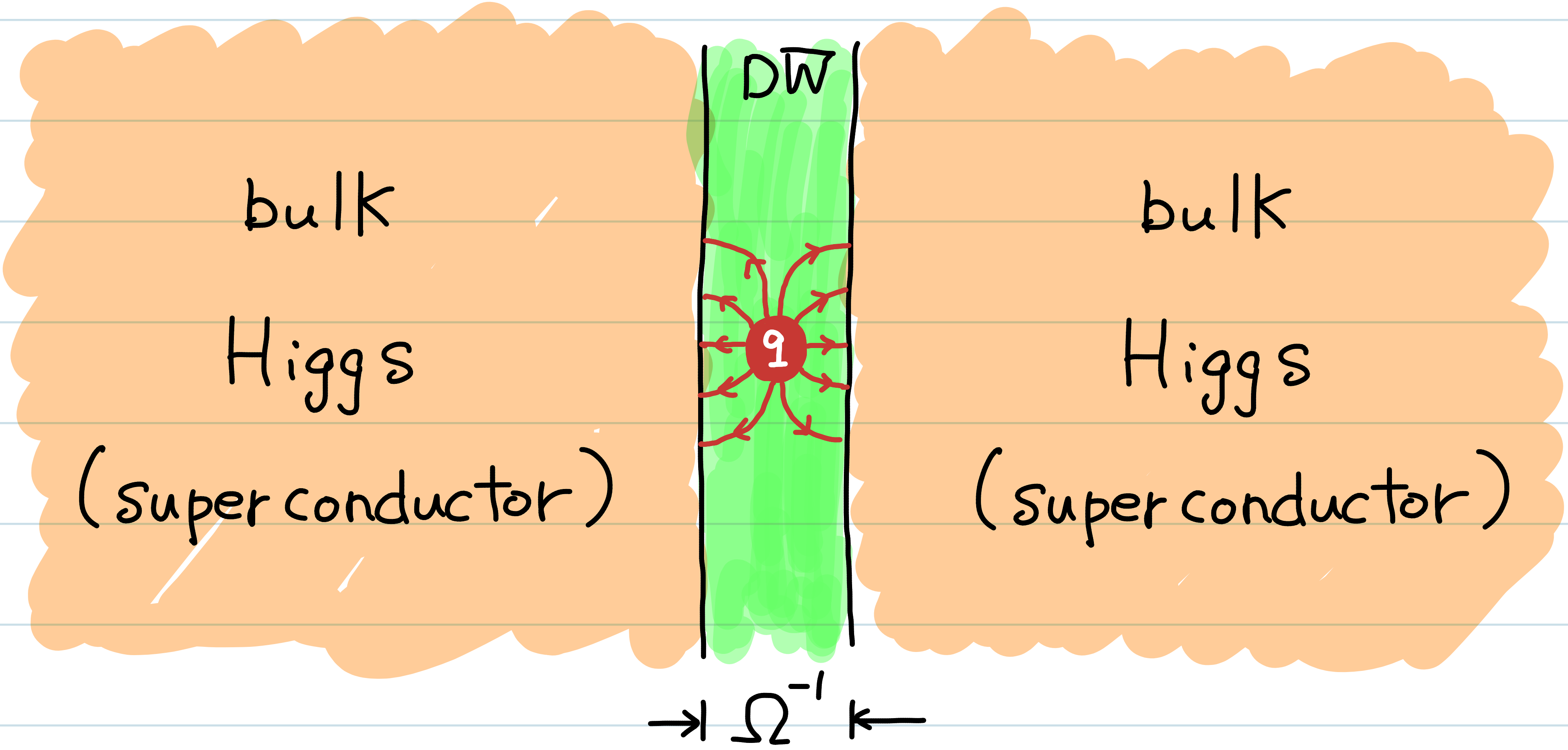
(ふつうはゲージ対称性)

トポロジカルソリトン ▷ $G \xrightarrow{(\mathrm{gauge})} H$ @ 真空(bulk)

例) $U(1) \longrightarrow 1$



ドメインウォール中に試験電荷を置く.



遮蔽効果

バルク(導体)に電気力線が吸い込まれる.

主な困難

> ドメインウォール内で $U(1)$ ゲージ対称性が回復していても
> トラップされるゲージ場は Ω 程度の質量を持ってしまう。

Dvali-Shifman 機構 (Dvali-Shifman '97)

アイデア: bulk を Higgs (SC) → confinement (dual SC)

電荷 → $\boxed{\text{磁荷}}$

マイスナー効果

⇩

磁力線の閉じ込め

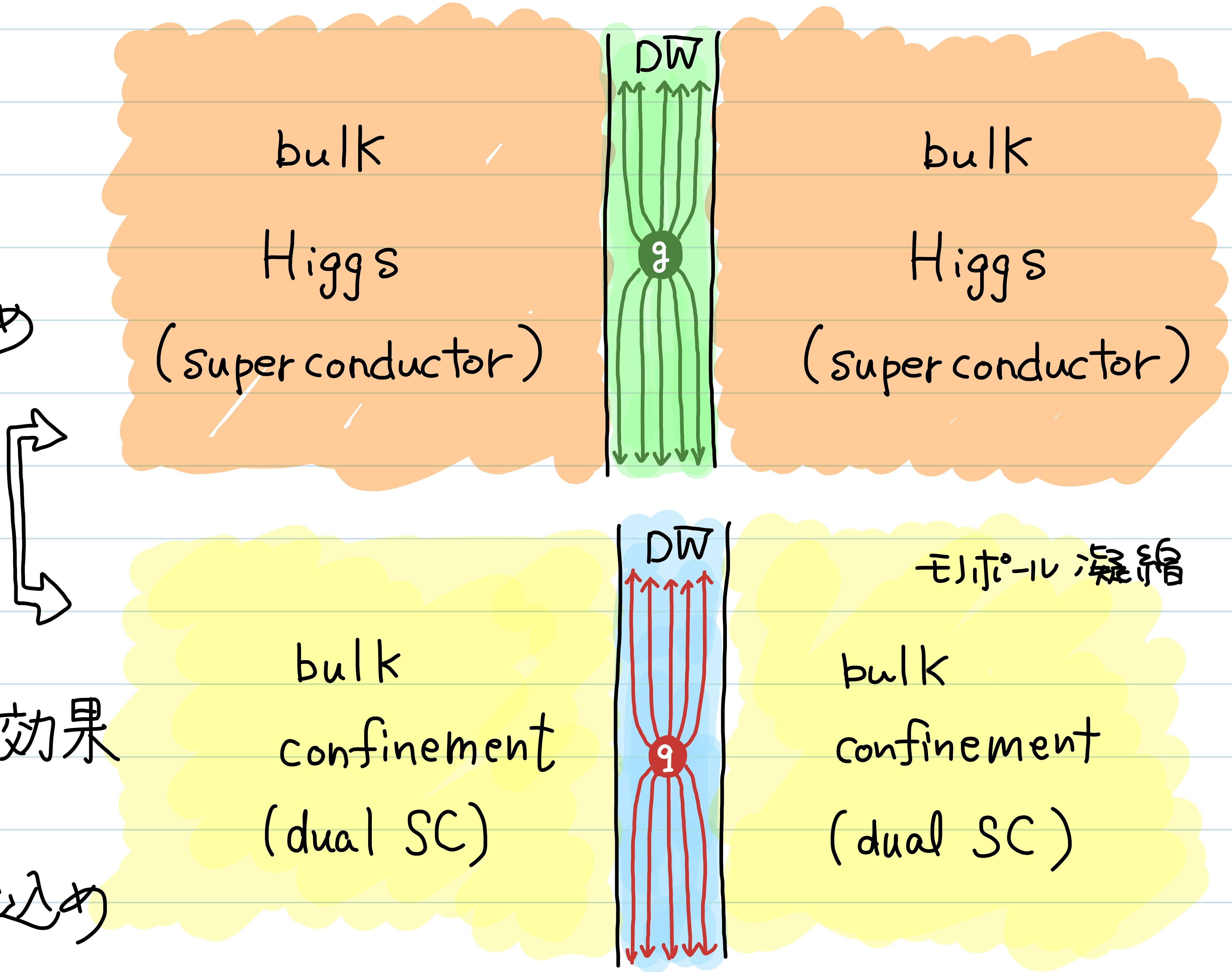
dual

$\boxed{\text{電荷}}$

双対マイスナー効果

⇩

電気力線の閉じ込め



概要：4D SU(2) Yang-Mills + adjoint $\chi^{a=1,2,3}$

("gluon")

bulk ： SU(2) confinement (mass gap)

$\langle \chi^a \rangle = 0$

ソリトン内 ： $SU(2) \longrightarrow U(1)_{EM}$ (Higgs)

$\langle \chi^3 \rangle \neq v$

ポイント1： $U(1)_{EM}$ はどこでも破れてない.

$\longrightarrow$ massless

ポイント2： $U(1)_{EM}$ はバルクでは SU(2) の一部

$\longrightarrow$ massive

massless $U(1)_{EM}$ はソリトン内に局在

Arkani-Hamed – Dimopoulos – Dvali ('98)

Dvali-Shifman 機構を 6D に移植

しかし、3+1 次元より高次元で閉じ込めが起こるか全く分からない。

$\xrightarrow{\text{よくある設定}}$ Dvali-Shifman 機構が働くことを仮定

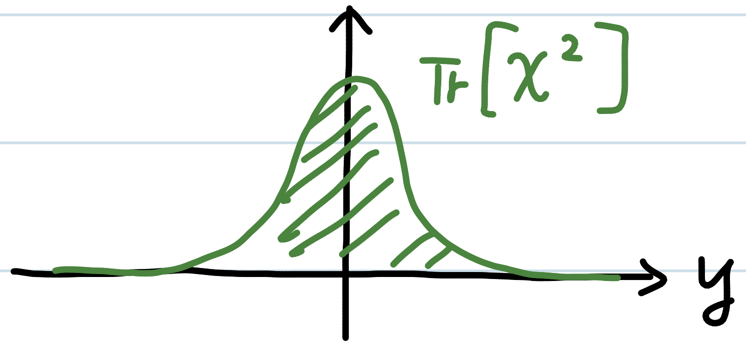
$\xrightarrow{\text{又は}}$ ゲージ場の運動項を変更

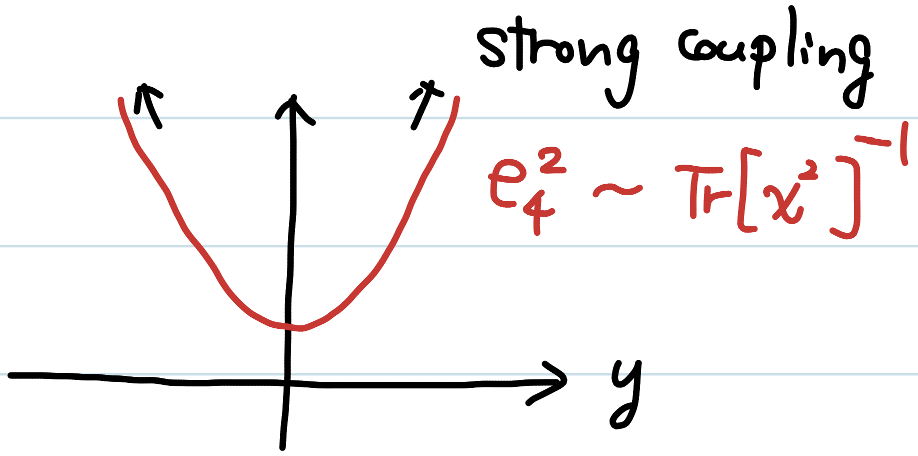
$\underbrace{\mathrm{Tr}[\chi^2]}\ \mathrm{Tr}[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}]$ (ADDの論文での具体例)

$= 0$ @ bulk

$\neq 0$ @ DW

局所的なスカラー凝縮





* Scalar condensation : $\int d^dx \; f(\phi) F_{MN} F^{MN}$

Dubovsky - Rubakov '01
Ohata - Sakai '10 , Chumbes - Hoff da Silva - Hott '11
Arai - Blascke - ME - Sakai '12, '13, '17, '18
Okad - Raut - Villalba '17, '18

その他の方法

* 重力 (warp factor) を利用

$$\int d^Dx \sqrt{-g}\, F_{MN} F^{MN}$$

× D = 5 : warp factor キャンセル
○ D = 6 : OK by vortex (Oda '00)

* 重力 + dilaton : Kehagias - Tamvakis '01

4. ヒッグス場による非可換ゲージ場の局在化

Arai - Blascke - ME - Sakai arXiv : 1802.06649
(in press by PTEP)

大まかな話しの流れ (これまでのパターン)

(ADD型のストーリー)

set up : $M^{4,1}$ (ノンコンパクト)

↓ Z_2 対称性の自発的破れ

ドメインウォールの生成
(ダイナミカルなコンパクト化)

automatic ↓

SMの局在	カイラル フェルミオン	…	Jackiw-Rebbi 機構
	ヒッグス スカラー	…	ドメインウォールが誘発
	$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$	…	スカラー凝縮を利用 (Dvali-Shifman 機構)

必要な場（これまで）

SMと同じ（ヒッグス, レプトン/クォーク, ゲージ場）

＋

extra スカラー場 ×2 for
- ドメインウォール構成
- スカラー凝縮（Dvali - Shifman）

今回試みた新しい模型

SMと同じ（ヒッグス, レプトン/クォーク, ゲージ場）

→ スカラー凝縮（Dvali - Shifman）

どうせ凝縮
するなら
兼務させる

extra スカラー場 × 1 for ドメインウォール構成

SM 場 ＋ 実スカラー場 1つ　in $M^{4,1}$

トリガー： $\mathbb{Z}_2$ 対称性の自発的破れ

↓

トポロジカルに安定なブレーンが自発的に形成

- カイラルフェルミオンの捕獲
- ヒッグス場の凝縮の誘発
  - EW対称性の局所的SSB
  - SMゲージ場(massless)の捕獲
  - フェルミオン質量の生成
  -

従来のヒッグスのお仕事

ヒッグス場には第3の重要な役割がある!!

トイ模型　U(1)ゲージ理論（5次元）

$$\mathcal{L}_{5D} = -\frac{|H|^2}{4\mu^2}(\mathcal{F}_{MN})^2 + |D_M H|^2 + (\partial_M T) - V_{5D}$$
$$+ i\bar{\Psi}\Gamma^M D_M \Psi + i\bar{\tilde{\Psi}}\Gamma^M \partial_M \tilde{\Psi}$$
$$+ \eta T \bar{\Psi}\Psi - \tilde{\eta} T \bar{\tilde{\Psi}}\tilde{\Psi} + \chi H \bar{\Psi}\tilde{\Psi} + \chi H^* \bar{\tilde{\Psi}}\Psi$$

（赤：SMラグランジャンと大きく違うところ）

$$\boxed{\beta^2 \equiv \frac{|H|^2}{4\mu^2}}$$

$$D_M H = (\partial_M + i q_H A_M) H$$
$$D_M \Psi = (\partial_M + i q_f A_M) \Psi$$

（Ψ : charged → left-hand
$\tilde{\Psi}$: neutral → right-hand）

$$\mathcal{F}_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$$

$[\Omega] = 1$
$[v] = \frac{3}{2}$
$[\lambda] = -\frac{1}{2}$
$[\mu] = 1$

$$\boxed{V_{5D} = \Omega^2 |H|^2 + \lambda^2 (T^2 + |H|^2 - v^2)^2} \longrightarrow$$

真空
$$T = \pm v$$
$$H = 0$$

ドメインウォール without ヒッグス凝縮

$$\lambda v \leq \Omega \quad : \quad \begin{aligned} T &= v \tanh \lambda v (y - Y) \\ H &= 0 \end{aligned}$$

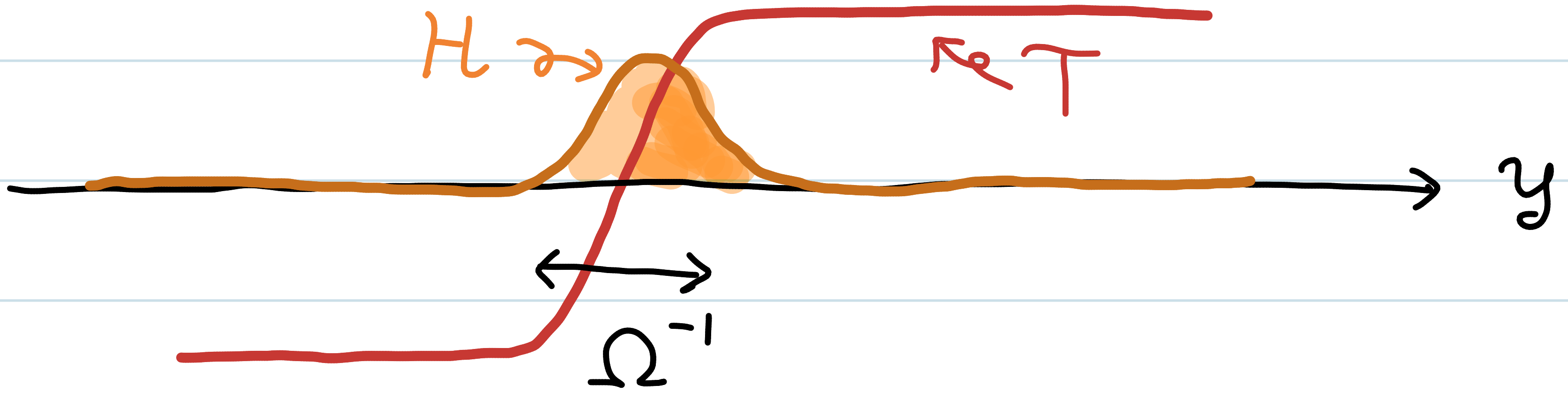
ドメインウォール with ヒッグス凝縮

$$\boxed{\bar{v}^2 \equiv v^2 - \frac{\Omega^2}{\lambda^2}}$$

$$\lambda v > \Omega \quad : \quad \begin{aligned} T &= v \tanh \Omega (y - Y) \\ H &= \bar{v}\ \mathrm{sech}\, \Omega (y - Y) \end{aligned}$$

Ω は 5D physics の基本スケール

$\Omega \gg E_{EW}$



ドメインウォールによるヒッグスの凝縮

$\lambda v > \Omega$ $(\bar{v}^2 > 0)$ のパラメータ領域で安定な解

$$\begin{cases} T = v \tanh \Omega y \\ H = \bar{v}\ \mathrm{sech}\ \Omega y \end{cases} \qquad \left(\bar{v} = \sqrt{v^2 - \frac{\Omega^2}{\lambda^2}} \right)$$

ヒッグスが凝縮する様子を可視化するために...

$$\begin{cases} T = v \tanh \Omega y \\ H = \sqrt{\frac{\Omega}{2}}\, \underbrace{H(x^\mu)}_{\text{4次元有効ヒッグス場}}\ \mathrm{sech}\ \Omega y \end{cases}$$

代入

$$V_H = \int_{-\infty}^{\infty} dy\, V_{5D}(T, H)$$

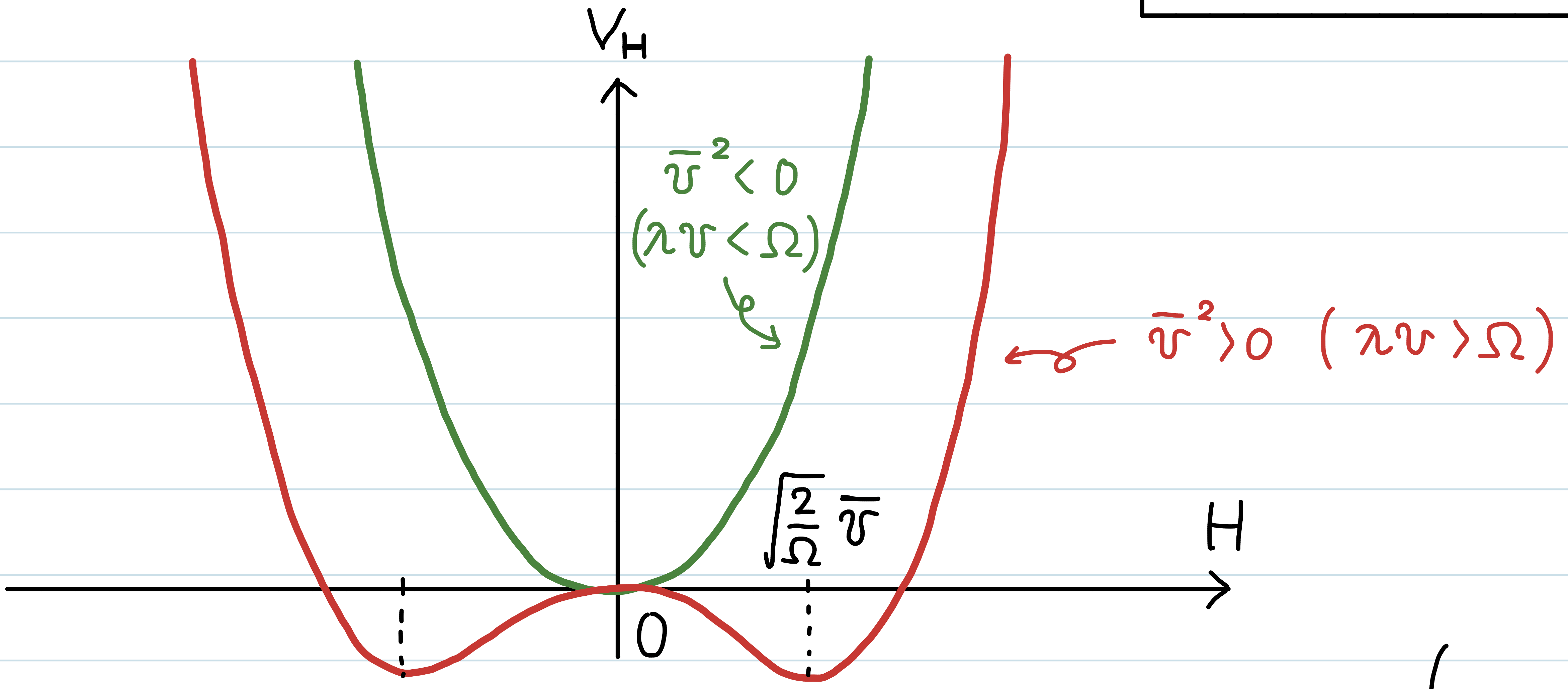
$$= \lambda_2^2 |H|^2 + \frac{\lambda_4^2}{2} |H|^4$$

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda_2^2 &\equiv -\frac{4\lambda^2 \bar{v}^2}{3} \\ \lambda_4^2 &\equiv \frac{2\lambda^2 \Omega}{3} \end{aligned}}$$

4D ヒッグスポテンシャルのパラメータ

$$V_H = \lambda_2^2 |H|^2 + \frac{\lambda_4^2}{2}|H|^4$$

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda_2^2 &\equiv -\frac{4\lambda^2\bar{v}^2}{3} \\ \lambda_4^2 &\equiv \frac{2\lambda^2\Omega}{3} \end{aligned}}$$



$$\left(\mathcal{H} = \sqrt{\frac{\Omega}{2}}\, H \operatorname{sech}\Omega y\right)$$

$$\langle H \rangle = \frac{v_H}{\sqrt{2}} = \begin{cases} 0 & \cdots \quad \bar{v}^2 \leq 0 \\ \sqrt{\frac{2}{\Omega}}\,\bar{v} & \cdots \quad \bar{v}^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} &\Longrightarrow \mathcal{H} = 0 \\ &\Longrightarrow \mathcal{H} = \bar{v}\operatorname{sech}\Omega y \end{aligned}$$

バックグラウンドを再現

ゲージ場の局在とヒッグス機構

まず massless ゲージ場の局在について説明

$\longrightarrow$ ヒッグスの charge $q_H = 0$ (Arai - Blascke - ME - Sakai PTEP (2018), no.6, 063B02)

物理的なスペクトルを特定するために R_ξ ゲージを取る

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{2\beta^2}{\xi} f^2$$

$$f = \partial_\mu \mathcal{A}^\mu + \frac{\xi}{\beta^2}\partial_y\left(\beta^2 \mathcal{A}^y\right)$$

($\mathcal{A}^\mu, \mathcal{A}^y$ ドメインウォール背景でのゆらぎ)

ξ : ゲージ固定パラメータ

ドメインウォール周りのゆらぎ (2次まで)

$$\mathcal{L}_{\mathcal{A}}^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} dy \left(\mathcal{L}_{5D} + \mathcal{L}_{GF}\right)_{\text{ドメインウォール背景}}$$

カノニカルな場 : $\mathcal{A}_M \equiv \frac{A_M}{2\beta}$

$$\mathcal{L}_A^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} dy \left\{ \frac{1}{2} A_\mu \left[\eta^{\mu\nu} \Box - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \partial^\mu \partial^\nu + \eta^{\mu\nu} D^\dagger D \right] A_\nu \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2} A_y \left(\Box + \xi D D^\dagger \right) A_y \right\}$$

$$D \equiv - \partial_y + \frac{\beta'}{\beta} \ , \quad D^\dagger \equiv \partial_y + \frac{\beta'}{\beta}$$

フェルミオンと同じように 超対称量子力学の構造が現れる!!

$$\Psi_L \xleftrightarrow{Q, Q^\dagger} \Psi_R \quad \left(Q = - \partial_y + \eta T = - \partial_y + \eta v \tanh \Omega y \right)$$

$$A_\mu \xleftrightarrow{D, D^\dagger} A_y \quad \left(D = - \partial_y + \frac{\beta'}{\beta} = - \partial_y + \Omega \tanh \Omega y \right)$$

$$A_\mu = \sum_n \phi_n(y)\, A_\mu^{(n)}(x)$$

$$D^\dagger D\, \phi_n(y) = m_{A,n}^2\, \phi_n(y) \longrightarrow D\phi_0 = 0$$

$$\downarrow$$

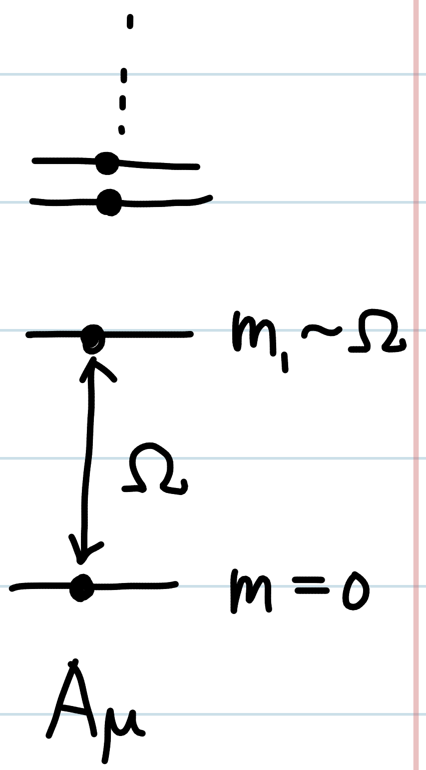
$$\phi_0 \propto \beta$$

$$A_y = \sum_n \bar{\phi}_n(y)\, A_y^{(n)}$$

$$D D^\dagger\, \bar{\phi}_n(y) = m_{A,n}^2\, \bar{\phi}_n(y) \longrightarrow D^\dagger \bar{\phi}_0 = 0$$

$$\downarrow$$

$$\bar{\phi}_0 \propto \beta^{-1}$$



$$\beta^2 = \frac{|\mathcal{H}|^2}{4\mu^2} = \frac{\bar{v}^2}{4\mu^2}\,\mathrm{sech}^2(y-Y)$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_\mu^{(0)} : \text{物理的な 0 モードを持つ} \\ A_y^{(0)} : \text{規格化不可能なので非物理的} \end{cases}$$

4次元ゲージ場(ゼロモード)の波動関数

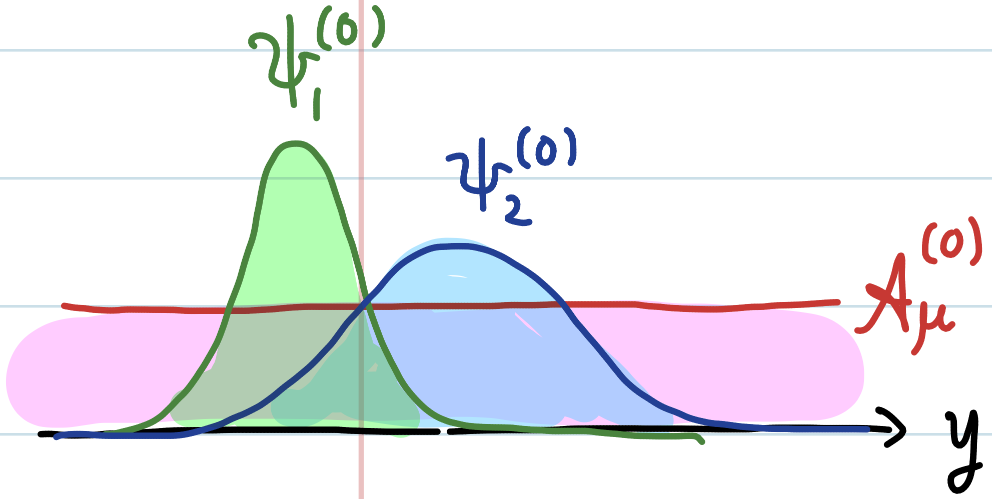
$$A_\mu(x,y) = \frac{A_\mu}{2\beta} = \frac{1}{2\beta}\phi_0(y)A_\mu^{(0)}(x) + \cdots$$

ここで $\begin{cases} \beta = \frac{H}{2\mu} = \frac{\bar{v}}{2\mu}\operatorname{sech}\Omega y \\ \phi_0 = \sqrt{\frac{\Omega}{2}}\operatorname{sech}\Omega y \end{cases}$ だったので

$$\therefore A_\mu = \underbrace{\frac{\mu}{\bar{v}}\sqrt{\frac{\Omega}{2}}}\,A_\mu^{(0)}(x) + \cdots$$

定数 : y に依存しない!!

$\Downarrow$



全ての場にとって平等!! ⇒ ゲージ チャージの

(overlap 積分) ユニバーサリティ

ヒッグス場のチャージを $q_H = 0 \longrightarrow q_H \neq 0$ に戻す.

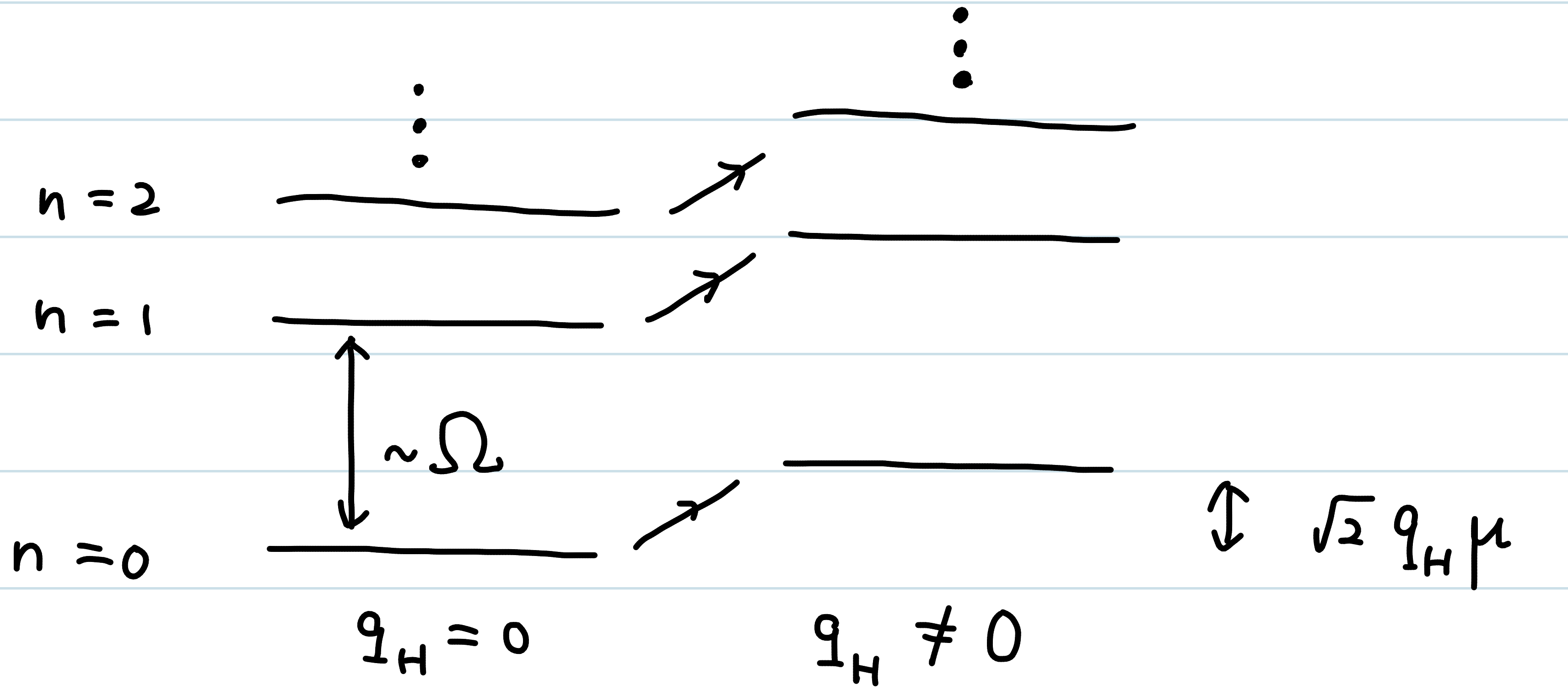
$$q_H = 0 : \left(\eta^{\mu\nu} \Box - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \partial^\mu \partial^\nu + \eta^{\mu\nu} D^\dagger D \right) A_\nu = 0$$

$$\Big\downarrow \qquad D^\dagger D \, \phi_n = m_{A,n}^2 \, \phi_n$$

$$q_H \neq 0 : \left(\eta^{\mu\nu} \Box - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \partial^\mu \partial^\nu + \eta^{\mu\nu} \left(D^\dagger D + \underline{2 q_H^2 \mu^2}\right) \right) A_\nu = 0$$

正定数だけシフト

$$\left(D^\dagger D + \underline{2 q_H^2 \mu^2}\right) \phi_n = \left(m_{A,n}^2 + \underline{2 q_H^2 \mu^2}\right) \phi_n$$



ヒッグス機構が
0モード + KK
で正しく働いている

フェルミオン セクター ―― → 有効ゲージ結合定数

$$i\Gamma^M D_M \Psi + \eta T \Psi = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\Box + Q^\dagger Q)\Psi_L = 0 \\ (\Box + Q Q^\dagger)\Psi_R = 0 \end{cases} \qquad (Q = -\partial_y + \eta T)$$

ゼロモード : $\Psi_L = \underbrace{f_{L,0}(y)}_{\text{規格化された波動関数}} \psi_L^{(0)}(x) + \cdots$

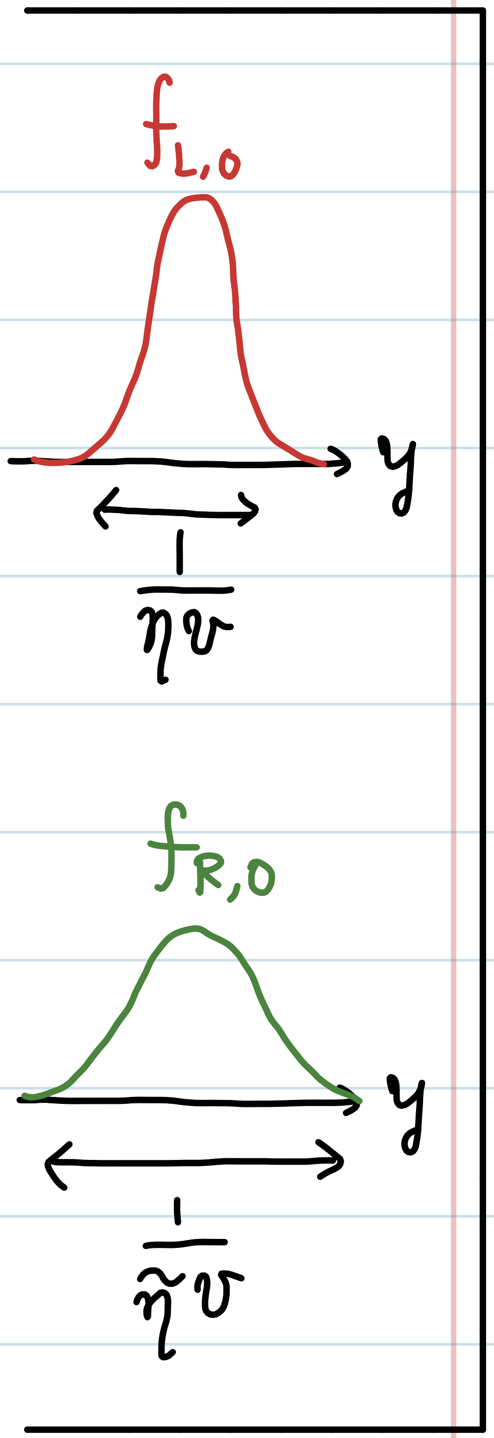
$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} dy \left(i\bar{\Psi}\Gamma^M D_M \Psi + \eta T \bar{\Psi}\Psi \right)$$

$$\supset \int_{-\infty}^{\infty} dy \; i\left(f_{L,0}\bar{\psi}_L^{(0)}\right)\gamma^\mu\left(\partial_\mu + i q_f \overbrace{\frac{\mu}{v}\sqrt{\frac{\Omega}{2}}}^{\text{定数}} A_\mu^{(0)}\right)\left(f_{L,0}\psi_L^{(0)}\right)$$

$$= i\bar{\psi}_L^{(0)}\gamma^\mu\left(\partial_\mu + i q_f e A_\mu^{(0)}\right)\psi_L^{(0)}$$

$$\boxed{e \equiv \frac{\mu\sqrt{\Omega}}{v\sqrt{2}}}$$

フェルミオン セクター → 有効 湯川 結合定数



$$\mathcal{L}_{5D} \supset i\bar{\Psi}\Gamma^M D_M \Psi + \eta T \bar{\Psi}\Psi + i\bar{\tilde{\Psi}}\Gamma^M \partial_M \tilde{\Psi} - \tilde{\eta} T \bar{\tilde{\Psi}}\tilde{\Psi}$$
$$+ \chi H \bar{\Psi}\tilde{\Psi} + h.c.$$

$$\eta, \tilde{\eta} > 0 \to \begin{cases} \Psi = f_{L,0}\,\psi_L^{(0)} + \cdots & f_{L,0} \propto (\mathrm{sech}\,\Omega y)^{\frac{\eta v}{\Omega}} \\ \tilde{\Psi} = \tilde{f}_{R,0}\,\tilde{\psi}_R^{(0)} + \cdots & \tilde{f}_{R,0} \propto (\mathrm{sech}\,\Omega y)^{\frac{\tilde{\eta} v}{\Omega}} \end{cases}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Yukawa}} = \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \chi \left(\bar{v}\,\mathrm{sech}\,\Omega y\right) f_{L,0}\,\tilde{f}_{R,0}\,\bar{\psi}_L^{(0)}\tilde{\psi}_R^{(0)} + h.c.$$
$$= \chi \bar{v}\, \tau\left(\frac{\eta v}{\Omega}, \frac{\tilde{\eta} v}{\Omega}\right) \bar{\psi}_L^{(0)}\tilde{\psi}_R^{(0)} + h.c.$$
$$= v_H\, \chi_4\, \bar{\psi}_L^{(0)}\tilde{\psi}_R^{(0)} + h.c.$$

有効湯川結合：
$$\boxed{\chi_4 \equiv \frac{\chi \bar{v}\, \tau\left(\frac{\eta v}{\Omega}, \frac{\tilde{\eta} v}{\Omega}\right)}{v_H} \sim \chi\sqrt{\Omega}}$$

$$\left(\tau(a,b) \equiv \frac{\Gamma\left(\frac{1+a+b}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{2+a+b}{2}\right)} \frac{\Gamma(a+\frac{1}{2})\Gamma(b+\frac{1}{2})}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sim \mathcal{O}(1)\right)$$

以上より, 4D 有効理論の材料が集った。

- * ドメインウォール + ヒッグス凝縮 → $\lambda v > \Omega$
- * 5D 基本スケール $\Omega \gg E_{EW}$
- * 4D physical パラメータ

$$\left(\bar{v} = \sqrt{v^2 - \frac{\Omega^2}{\lambda^2}}\right)$$

$$\text{dimension full} \begin{cases} \langle H \rangle^2 = \dfrac{v_H^2}{2} = \dfrac{2\bar{v}^2}{\Omega} \\ m_{H,0}^2 = \dfrac{8}{3}\lambda^2 \bar{v}^2 \\ m_{A,0}^2 = 2 g_H^2 \mu^2 = \underbrace{(g_H e)^2 v_H^2}_{\text{4D Higgs機構そのもの!!}} \end{cases}$$

$$\text{dimension less} \begin{cases} e = \dfrac{\mu\sqrt{\Omega}}{\sqrt{2}\,\bar{v}} \\ x_4 \sim x\sqrt{\Omega} \end{cases}$$

5D パラメータ(ボゾン)：　λ, v, μ, Ω　（4つ）

$$\downarrow$$

$\underbrace{\langle H \rangle,\ m_H,\ m_A}_{\text{EWスケール}(\sim 10^2\ \text{GeV})}$ を実験値に合わせる

Ω はフリーパラメータとして残ってる.

$\hookrightarrow$ mass gap : $m_{KK} \sim \Omega \sim 10^{2+a}\ \text{GeV}$

具体的には　$\Omega \sim 10^{2+a}\ \text{GeV}$ とするとき

$$v \sim 10^{3+\frac{3}{2}a}(\text{GeV})^{\frac{3}{2}},\quad \lambda \sim 10^{-1-\frac{a}{2}}(\text{GeV})^{-\frac{1}{2}},\quad \mu \sim 10^{2}\ \text{GeV}$$

$$\underset{\text{mass 次元 1}}{\Longleftrightarrow}\quad v^{\frac{2}{3}} \sim 10^{2+a}\ \text{GeV},\quad \lambda^{-2} \sim 10^{2+a}\ \text{GeV},\quad \underline{\mu \sim 10^{2}\ \text{GeV}}$$

5DでEWを入れておく必要有り

5. 標準模型 on ドメインウォール

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\beta(\mathcal{H})^2 \left\{ (G^a_{MN})^2 + (W^i_{MN})^2 + (B_{MN})^2 \right\}$$

$$\mathcal{L}_{\text{scalar}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Higgs doublet}}}{|D_M \mathcal{H}|^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{singlet real scalar}}}{(\partial_M \mathcal{T})^2} - V(\mathcal{H}, \mathcal{T})$$

$$V = \Omega^2 \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} + \lambda^2 \left(\mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} + \mathcal{T}^2 - v^2 \right)^2$$

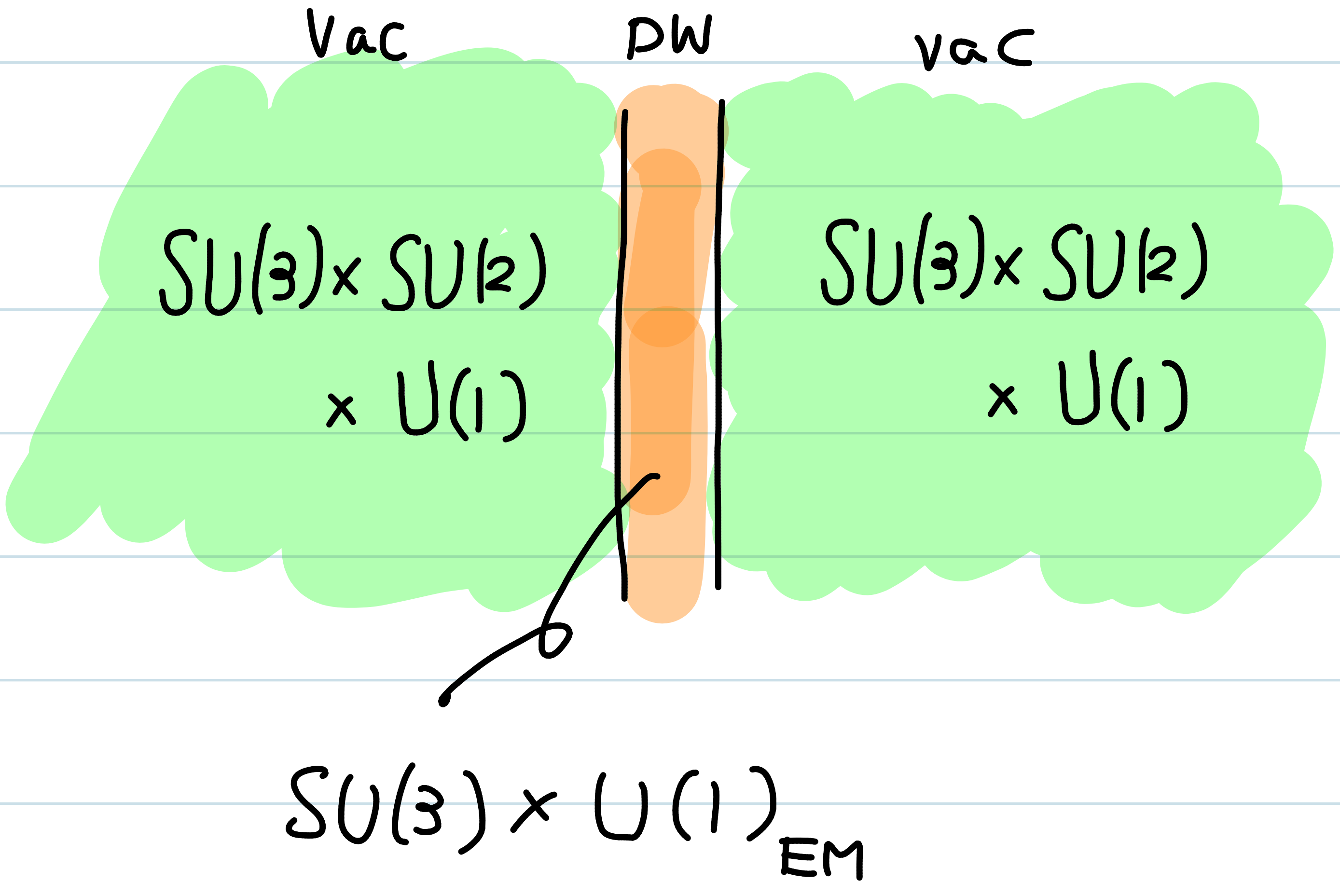
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{quark}} = \; & i \bar{U}_L \Gamma^M D_M U_L + i \bar{U}_R \Gamma^M D_M U_R + i \bar{D}_R \Gamma^M D_M D_R \\
& + \eta (\mathcal{T} - m) \bar{U}_L U_L - \tilde{\eta} (\mathcal{T} - \tilde{m}) \bar{U}_R U_R - \tilde{\eta}' (\mathcal{T} - \tilde{m}') \bar{D}_R D_R \\
& + \chi \hat{\mathcal{H}} \bar{U}_L U_R + \tilde{\chi} \mathcal{H} \bar{U}_L D_R
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{lepton}} = \; & i \bar{L} \Gamma^M D_M L + i \bar{E}_R \Gamma^M D_M E_R + \xi (\mathcal{T} - \mu) \bar{L} L \\
& - \tilde{\xi} (\mathcal{T} - \tilde{\mu}) \bar{E}_R E_R + \sigma \zeta \mathcal{H} \bar{L} E_R
\end{aligned}$$

Abelian Toy 模型と基本は同じ

$$T = v \tanh \Omega y$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{v}\,\mathrm{sech}\,\Omega y \end{pmatrix}$$



ドメインウォール内のゲージ場

photon … massless

gluon … massless (classical)

W, Z … massive ← 局所的ヒッグス機構

重いKKモード(~Ω)を除けば、ほぼ標準模型

6. ドメインウォールの痕跡

① NG（並行移動の自発的破れ）

② $h \to \gamma\gamma$ @ tree level

③ finite EW monopole

① NG（並行移動の自発的破れ）

$$T = v \tanh\left(\Omega y - \frac{1}{f_Y} Y\right)$$

$$H = \bar{v} \operatorname{sech}\left(\Omega y - \frac{1}{f_Y} \underset{\uparrow}{Y}\right)$$

解のフリーパラメータ：モジュライ

NG ： $Y \to Y(x)$ （モジュライ近似）

$$\mathcal{L}_{NG} = \int_{-\infty}^{\infty} dy \; \mathcal{L}_{5D} \Big|_{Y \to Y(x)}$$

$$\xrightarrow[\text{heavy KK を無視}]{} \frac{1}{2} \partial_\mu Y \partial^\mu Y \left(1 + \frac{\Omega}{2v^2} H(x)^2 \right)$$

① スカラーセクターのみ寄与
② 微分を必ず含む（低エネルギー定理）
③ $\Omega / v^2 \sim \Omega^{-2} \sim (10^{2+a}\,\mathrm{GeV})^{-2}$ で抑制

ゲージセクター：

$$-\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} dy \; \phi_0 \left(y - \frac{1}{f_Y} Y(x) \right)^2 F_{\mu\nu}^{(0)\,2} = -\frac{1}{4} \left(F_{\mu\nu}^{(0)} \right)^2$$

フェルミオンセクター：

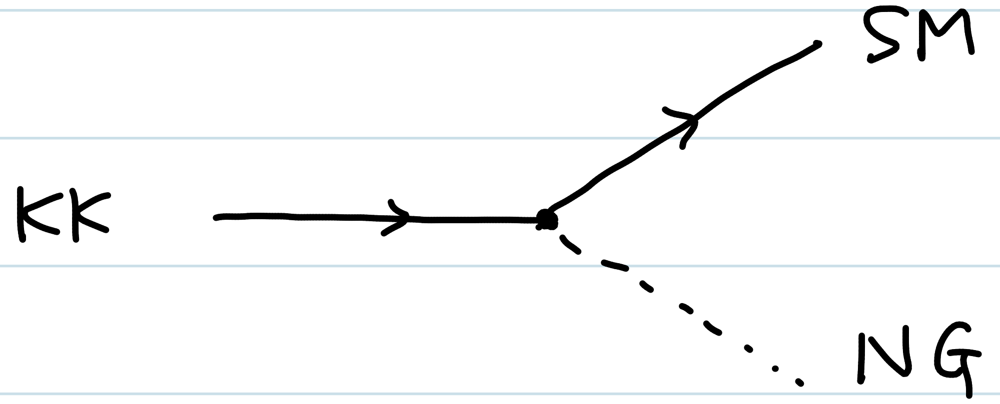
$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \; i \left(f_{L,0} \left(y - \frac{Y(x)}{f_Y} \right) \overline{\Psi}_L^{(0)}(x) \right) \gamma^\mu \partial_\mu \left(f_{L,0} \left(y - \frac{Y(x)}{f_Y} \right) \psi_L^{(0)}(x) \right)$$

$$= i \overline{\Psi}_{L,0}(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{L,0}(x)$$

$$\left(z \equiv y - \frac{Y}{f_Y} \right) \qquad - \frac{i}{f_Y} \left(\int_{-\infty}^{\infty} dz \; \underset{\text{even}}{f_{L,0}} \; \underset{\text{odd}}{f_{L,0}'} \right) \partial_\mu Y \; \overline{\Psi}_L^{(0)} \gamma^\mu \psi_L^{(0)} \leftarrow 0$$

KK モードを取り入れると，

$$\mathcal{L}_{NG+KK} \supset i\alpha\sqrt{\frac{\Omega}{v^2}}\,\partial_\mu Y\,\bar{\psi}_L^{(1)}\gamma^\mu\psi_L^{(0)} + h.c.$$

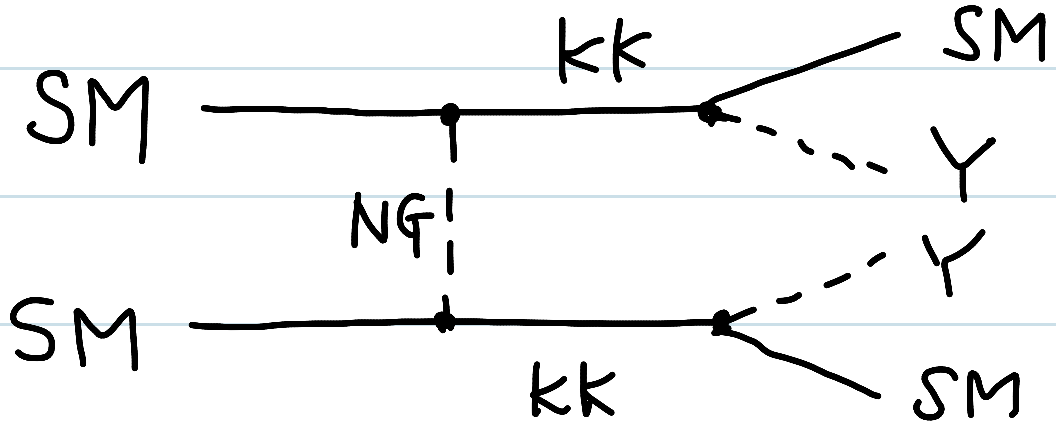


無次元量 $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{b}{\sqrt{b-1}}\frac{B(b+\frac{1}{2},b-\frac{1}{2})}{B(b+1,b-1)}$ ， $b = \frac{\eta v}{\Omega}$

（$O(1)$ ， $\alpha \ll 1$ もどちらも可能）

又， $\sqrt{\frac{\Omega}{v^2}}\partial_\mu \sim \frac{p_\mu}{\Omega} \sim \frac{p_\mu}{10^{2+a}}$ なのでやはり KK mass で抑制

missing energy



② $h \to \gamma\gamma$ @ tree level

$$\mathcal{H} = \sqrt{\frac{\Omega}{2}}\, H(x)\ \operatorname{sech} \Omega y$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \ -\frac{|\mathcal{H}|^2}{4\mu^2} (B_{MN})^2 = -\frac{1}{4}\ \frac{2}{v_H^2}\ \underbrace{H(x)^2 \left(B^{(0)}_{\mu\nu}\right)^2}_{\text{dim. 6 operator}}$$

$$H = \frac{v_H}{\sqrt{2}} + h \quad \Big\downarrow$$

$$= -\frac{1}{4}\left(1 + \underbrace{2\sqrt{2}\,\frac{h}{v_H}} + 2\,\frac{h^2}{v_H^2}\right)\left(B^{(0)}_{\mu\nu}\right)^2$$

Triple gauge-Higgs coupling : $-\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{h}{v_H}\left(B^{(0)}_{\mu\nu}\right)^2$ ←

↑

あまり大きいとLHCのデータに合わない.

too big $\frac{1}{\sqrt{2}}$

New physics の痕跡としての dim. 6 operators

Ellis-Sanz-You (JHEP '15) : $\frac{h}{v}(B_{\mu\nu})^2$ の係数 $\lesssim 10^{-3}$

Triple gauge-Higgs coupling を小さくするには？

$\beta(\mathcal{H})$ が単項式では無理

↓

多項式

例）
$$\beta(\mathcal{H}^2) = \frac{1}{4\mu^2}|\mathcal{H}|^2$$

modify ↓

$$\beta(\mathcal{H})^2 = \frac{1}{2\mu^2}\left(|\mathcal{H}^2|^2 - \frac{3}{4}\frac{|\mathcal{H}|^4}{v^2}\right)$$

$$-\int_{-\infty}^{\infty} dy \ \beta^2 (B_{MN})^2 \supset \left\{-\frac{1}{4} + 0\,\frac{h}{v_h} + 2\left(\frac{h}{v_h}\right)^2 + \cdots\right\}\left(B^{(0)}_{\mu\nu}\right)^2$$

↑

0次のカノニカル運動項はキープ

厳密に0でなくても良い → $H \to \gamma\gamma$ にドメインウォールの痕跡

③ finite EW monopole

Cho − Maison EW monopole (Cho − Maison PLB '97)

"

球対称で磁荷 $\frac{4\pi}{e}$ を持つEW理論の数値解

(解の存在の証明
Yang (Proc. Roy. Soc. '98))

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho(r)\, i \begin{pmatrix} \sin\frac{\theta}{2}\, e^{-i\varphi} \\ -\cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

$$W_i = \frac{1}{g}\left(f(r) - 1\right) \underbrace{\hat{r} \times \partial_i \hat{r}}_{\text{Wu-Yang monopole}}$$

$$B_i = -\frac{1}{g'} \underbrace{(1-\cos\theta)\, \partial_i \varphi}_{\text{Dirac monopole}}$$

特徴) 解の中心でシンギュラー ⟶ エネルギー = ∞

⟶ LHC 等でどのエネルギーレンジを狙うか不明

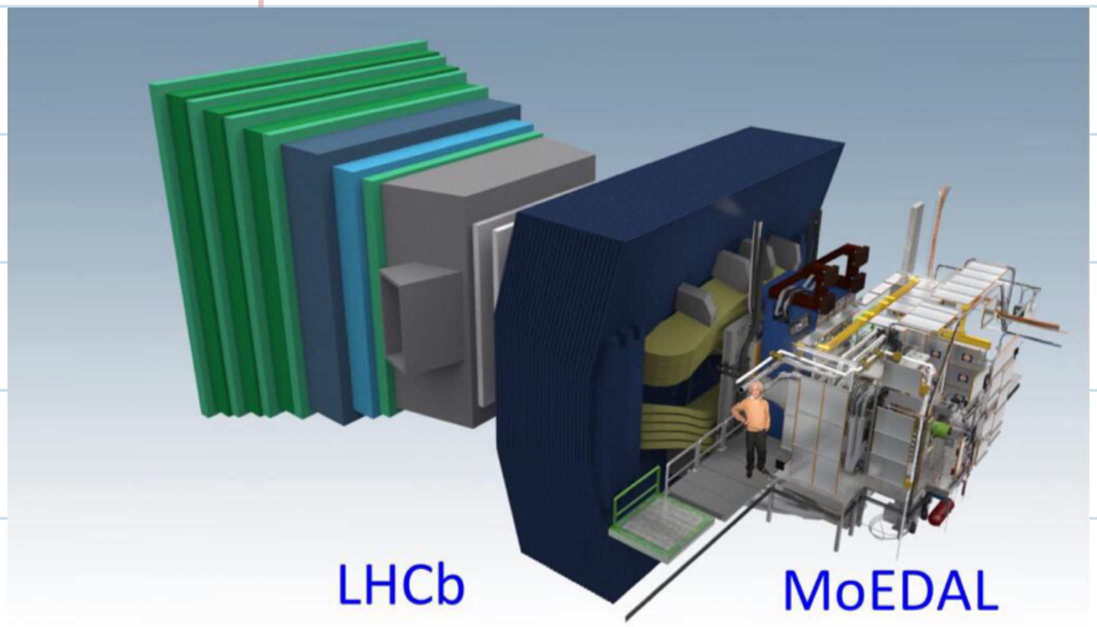
改良 by Cho − Kim − Yoon (Euro. Phys. J 2015)

$$\mathcal{L}_{EW} = |D_\mu H|^2 - V(H) - \frac{1}{4}\epsilon\left(\frac{H}{v_H}\right)(B_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(W^a_{\mu\nu})^2$$

CKY monopole : $\epsilon = \left(\frac{H}{v_H}\right)^n \wedge n > 4+2\sqrt{3} \sim 6.4$

$\Longrightarrow$ EW monopole の シンギュラリティーが解消

↓



EW monopole の エネルギーが有限

$M_{monopole} \sim 4$ TeV

↗ searching

Monopole and Exotics Detector At LHC

since 2010

Ellis – Mavromatos – You (JHEP '16)

→ $\epsilon = \left(\frac{H}{v_H}\right)^n$ のような単項式は

LHC と矛盾.

改良

→ 例えば $\epsilon = 5\left(\frac{H}{v_H}\right)^8 - 4\left(\frac{H}{v_H}\right)^{10}$

$$\epsilon = 6\left(\frac{H}{v_H}\right)^{10} - 5\left(\frac{H}{v_H}\right)^{12}$$

$$\vdots$$

☞ LHC と矛盾せず、質量が有限なモノポール解

$$M_{\rm monopole} \lesssim 5.5 \text{ TeV}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Cho - Kim - Yoon}\\ \text{Ellis - Mavromatos - You}\end{array}\right\}$$ どちらも $\epsilon\left(\frac{H}{v_H}\right)$ の起源は特定せず.

5D のドメインウォールによるブレーンワールド

$$\boxed{\text{ゲージ場の局在化}}$$

余分な場をなるべく入れずにミニマルに 5D Lagrangian を変更する

$$\rightarrow \quad -\beta^2 F_{MN}F^{MN}$$

例えば,
$$\beta^2 = \frac{|H|^2}{\mu^2}\left(10\frac{|H|^6}{v^6} - 9\frac{|H|^8}{v^8}\right)$$

$$\xrightarrow{DW} 5\left(\frac{H}{v_H}\right)^8 - 4\left(\frac{H}{v_H}\right)^{10}$$ となり EMY を再現

7. まとめ

ドメインウォールを利用して、ノンコンパクト5次元中にダイナミカルにブレーンワールドをの構成を試みた.

*) $\cancel{Z}_2$ → トポロジカルに安定なドメインウォール

→
- カイラルフェルミオンの局在
- ヒッグス凝縮の誘発
  - ~~EW~~
  - フェルミオンの質量
  - SMゲージ場の局在

*) SMと比較してミニマルな拡張：実スカラー場 T のみ

*) ドメインウォールの痕跡

① translational NG　$\psi^{(KK)} \to \psi^{(SM)} + Y$

② $H \to \gamma\gamma$

③ finite EW monopole

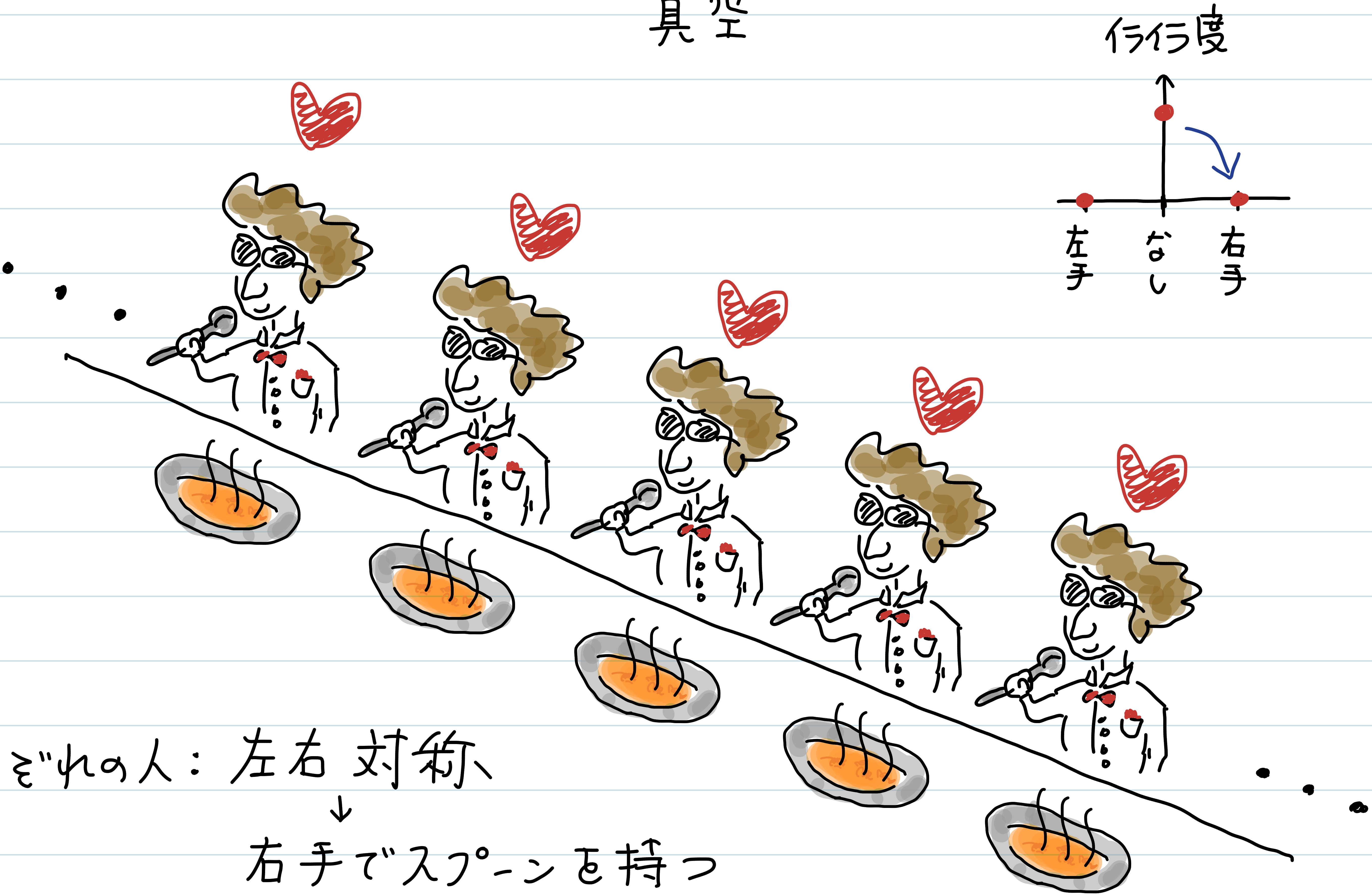
2. トポロジカル ソリトン

対称性の自発的破れ

それぞれの人：左右対称、
空腹：イライラ

いただきまーす ⟶ ケース 1

真空



それぞれの人：左右対称、

↓

右手でスプーンを持つ

空腹 ⟶ 満足

いただきまーす → ケース2

真空

それぞれの人：左右対称、

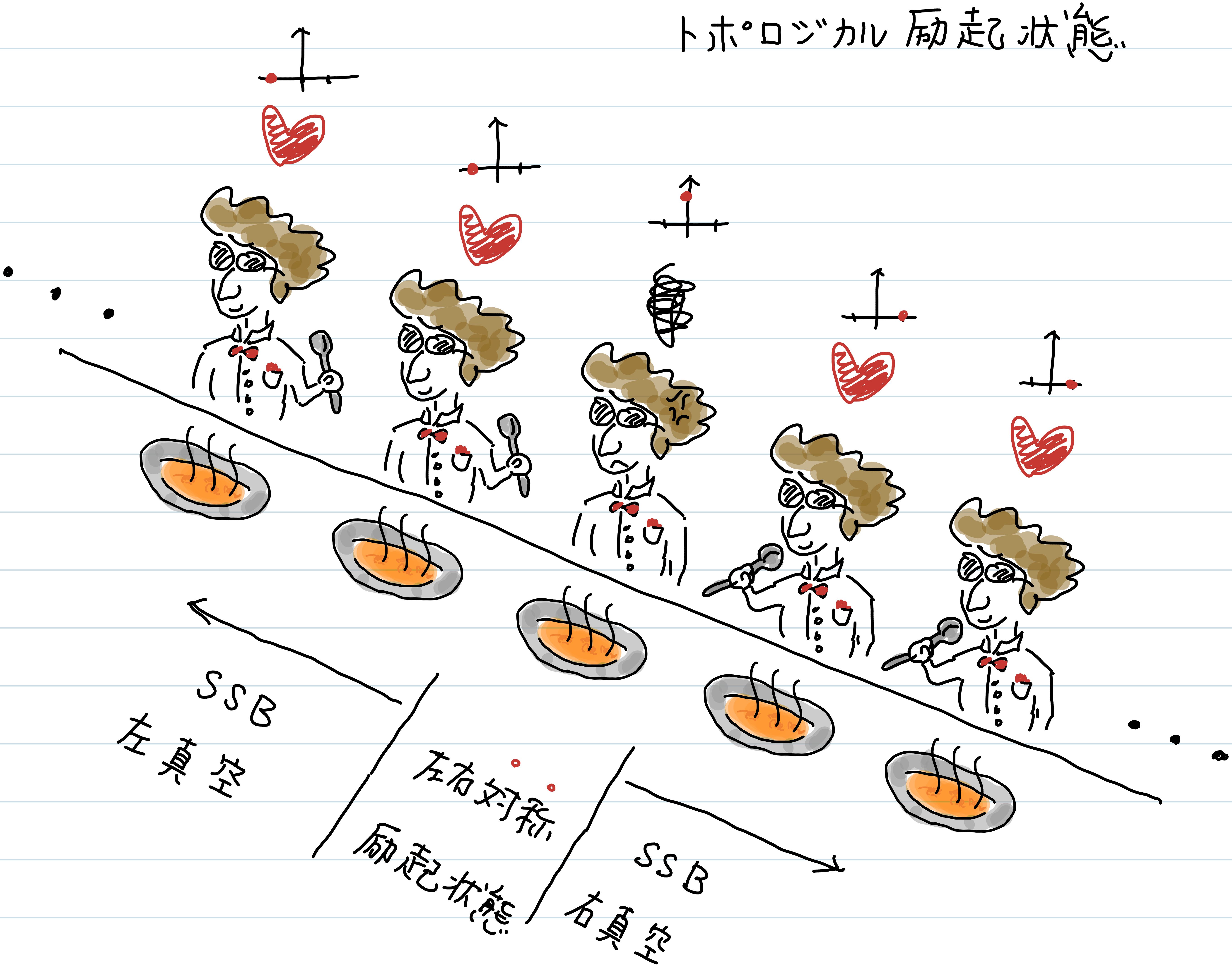
↓

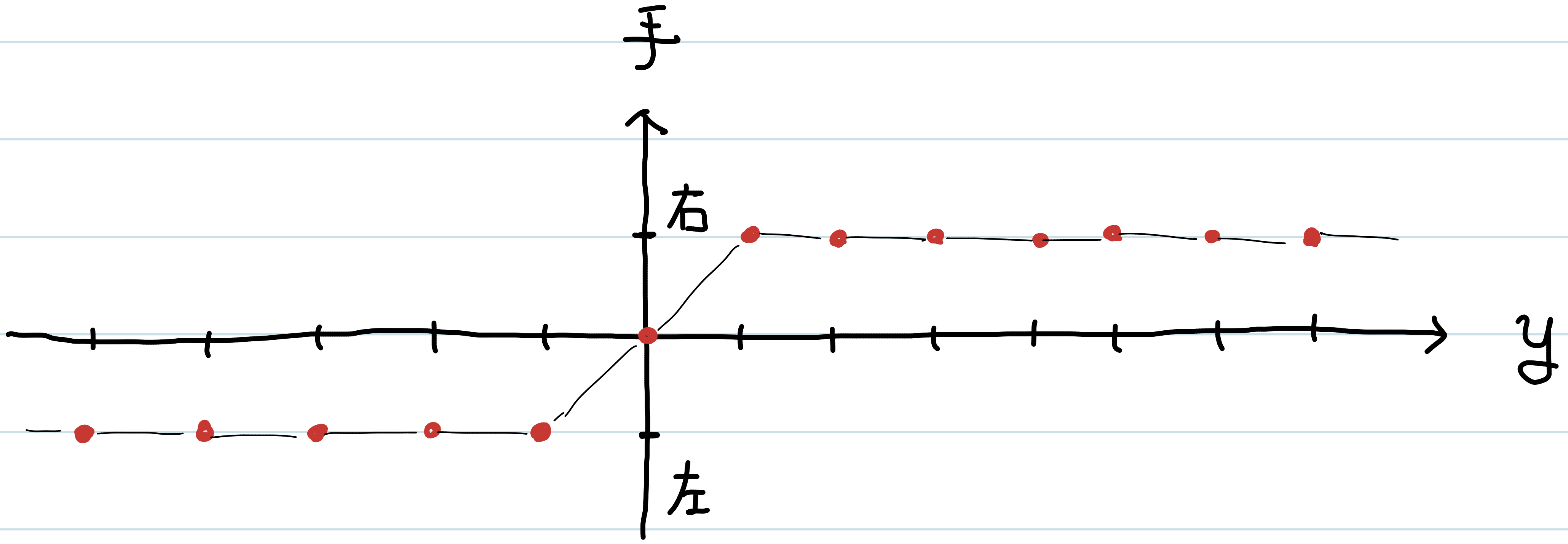
左手でスプーンを持つ

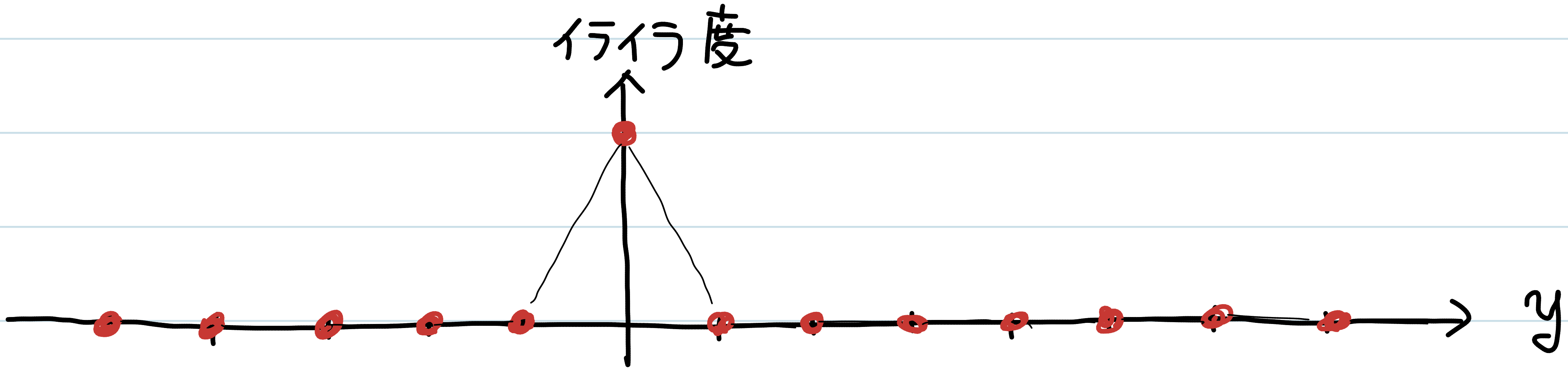
空腹 → 満足

いただきまーす ⟶ ケース3

トポロジカル励起状態







⇑

安定な 孤立したエネルギーの塊 ＝ ソリトン

↑

隣りの人のスプーンをうばう ⇒ イライラが隣にシフト
解消しない

$$\left.\begin{array}{l}\text{ソリトンの生成}\\ \text{安定性の要因}\end{array}\right\} \Longleftarrow \text{真空のトポロジー}$$

$$\|$$

$\{$右, 左$\}$: 2点 (disconnected)

ホモトピー : $\pi_0(\text{真空}) \neq 1$

$\uparrow$

$S^0 = 1$点 ⟶ 右 • 左 •

境界条件だけが本質 (トポロジー)

$$\text{境界}\begin{cases} y=+\infty \\ y=-\infty \end{cases} \longrightarrow \text{真空}\begin{cases}\text{右}\\ \text{左}\end{cases}$$

例) 非可換ボーテックス : $G = SU(N)$, $H = U(N)$, $\frac{G}{H} = \mathbb{C}P^{N-1}$

SQCD : Hanany-Tong ('03), Konishi et al ('03), Shifmang-Yung ('03), (ME)-Isozumi-Nitta-Ohashi-Sakai ('04~)…

dense QCD : Nakano-Nitta-Matsuura ('08), ME-Nakano-Nitta ('09), ME-Nitta-Yamamoto('10)…

2 Higgs doublet : ME-Kurachi-Nitta ('18), Chatterjee-Kurachi-Nitta ('18)