

Determination of α_s from static QCD potential with renormalon subtraction

九州大学

高浦大雅

in collaboration with

金児隆志、清裕一郎、隅野行成

arXiv: 1808.01632, 1808.01643

目次

1. Introduction
2. 理論計算の枠組み
3. α_s 決定
4. 結論

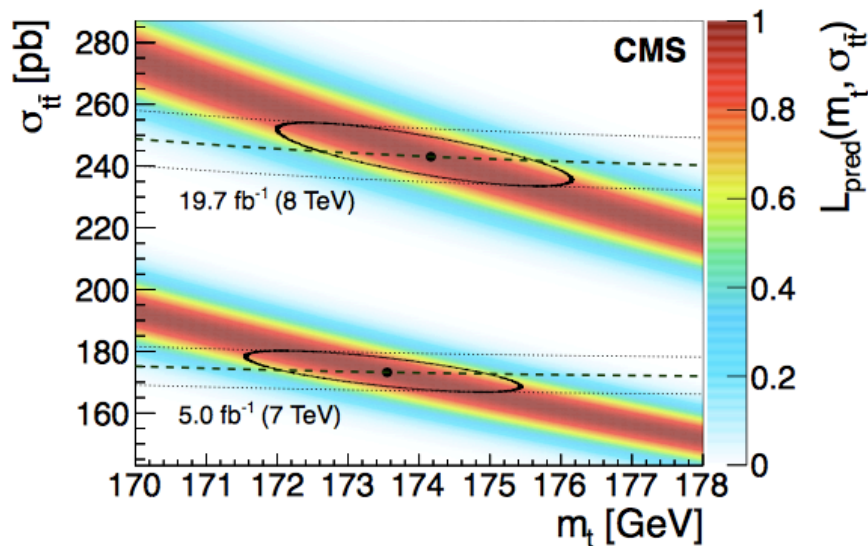
α_s の重要性

$$\alpha_s = g_s^2 / (4\pi)$$

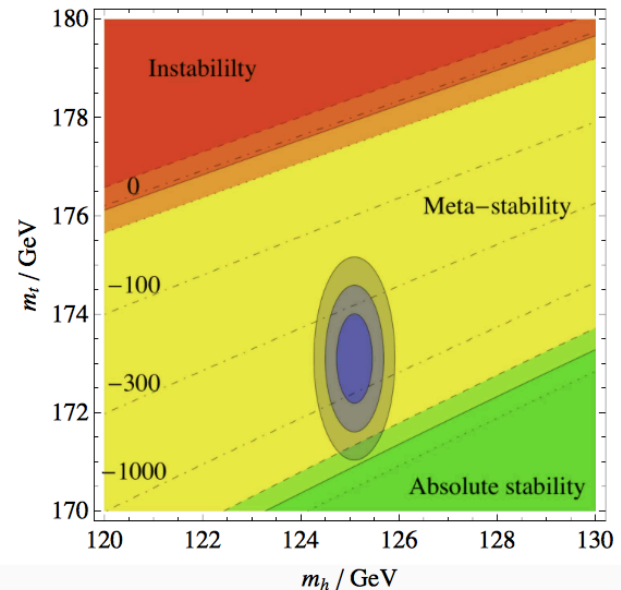
$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \bar{\psi} (\partial_\mu - ig_s A_\mu) \psi$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

Top mass determination



Vacuum stability



How is α_s determined?

Strong interactionに関するobservable O を考える

$$\mathcal{O}_{\text{obs.}}(E)$$

|| Matching

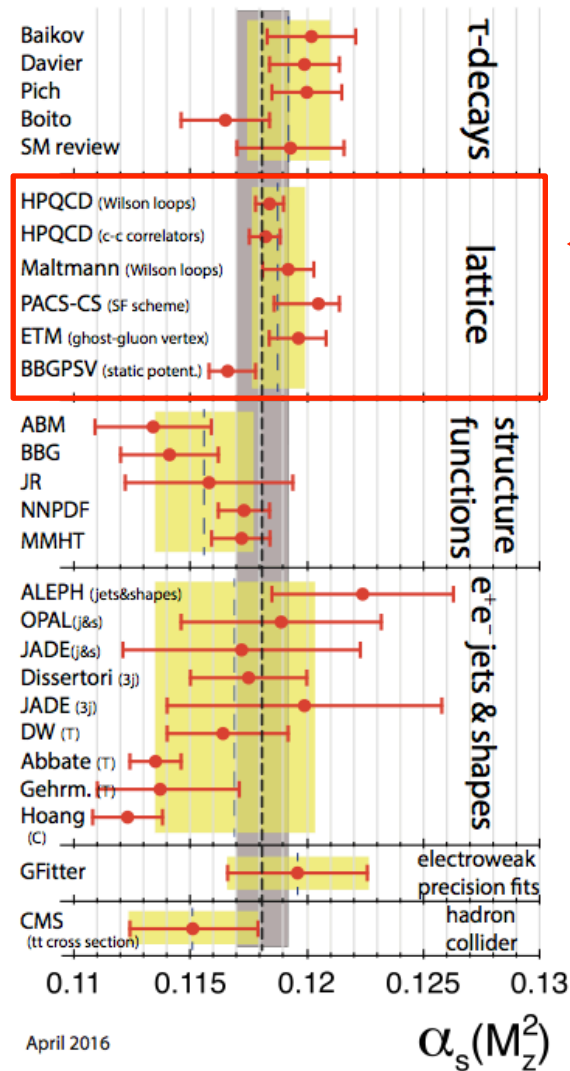
$$\mathcal{O}_{\text{pert.}}(E) = \underbrace{c_0}_{\text{Calculated}} \underbrace{\alpha_s(\mu)}_{\text{Unknown}} + \underbrace{c_1(E, \mu)}_{\text{Calculated}} \underbrace{\alpha_s(\mu)^2}_{\text{Unknown}} + \dots$$

$\alpha_s(\mu)$ をunknown parameterとして扱い、決定

くりこみ群improveした予言は $E/\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ の関数

$\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ をunknown parameterとして決定

Lattice QCDの決定



← 他の決定に比べて小さい誤差

Window問題へのアプローチ

Lattice QCD

$$E \lesssim 1 - 2 \text{GeV}$$

摂動論

$$E \gtrsim 1 - 2 \text{GeV}$$

(i) Latticeの適用可能エネルギーを高エネルギーまで広げる

Step-scaling method: Latticeでrunningを計算

2017 Alpha Collaborationによる高精度決定

Window問題へのアプローチ

Lattice QCD

$$E \lesssim 1 - 2 \text{GeV}$$

摂動論

$$E \gtrsim 1 - 2 \text{GeV}$$

(i) Latticeの適用可能エネルギーを高エネルギーまで広げる

Step-scaling method: Latticeでrunningを計算

2017 Alpha Collaborationによる高精度決定

(ii) 理論計算の適用可能エネルギーを低エネルギーまで広げる

摂動論を超える枠組み(OPE)を用いる

今回の我々の決定

摂動論とOPE

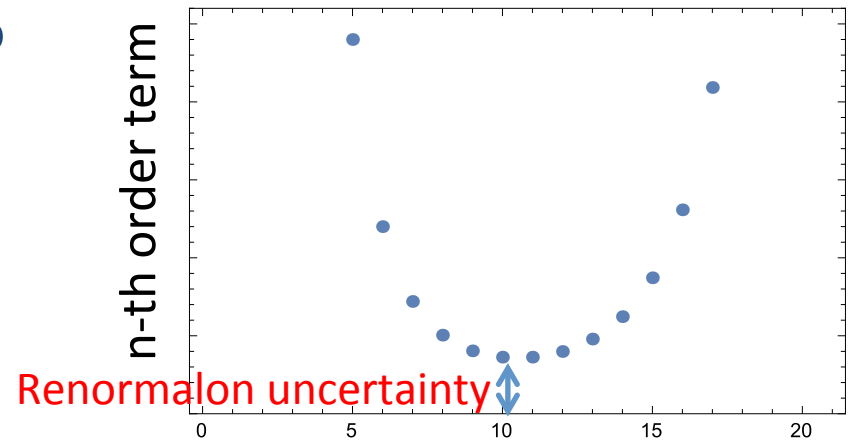
摂動論は予言精度に限界がある

Heavy quark anti quark間の
ポテンシャルエネルギー

$$V_{\text{QCD}}(r)$$



摂動評価の誤差 $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^3 r^2)$



Renormalon uncertainty

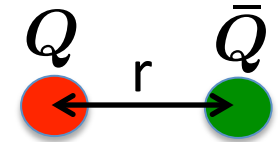
IRのdynamicsに由来

摂動論とOPE

OPE for the QCD potential (Small r expansion)

1999 Brambilla, et al.

$$V_{\text{QCD}}(r) = \underbrace{V_S(r)}_{\mathcal{O}(1/r)} + \underbrace{\delta E_{\text{US}}(r)}_{\mathcal{O}(r^2)} + \dots$$



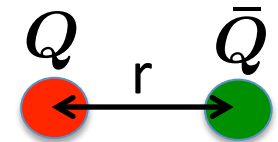
$V_S(r)$: 摂動論で計算 $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^3 r^2)$ renormalon

摂動論とOPE

OPE for the QCD potential (Small r expansion)

1999 Brambilla, et al.

$$V_{\text{QCD}}(r) = \underbrace{V_S(r)}_{\mathcal{O}(1/r)} + \underbrace{\delta E_{\text{US}}(r)}_{\mathcal{O}(r^2)} + \dots$$



$V_S(r)$: 摂動論で計算 $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^3 r^2)$ renormalon

1999 Brambilla, et al.

$\delta E_{\text{US}}(r)$: IRの非摂動的寄与

renormalonを相殺

OPEではrenormalon相殺のため

より低エネルギー側まで信頼出来る予言が得られる

OPEの困難

先行研究ではrenormalon相殺を取り入れた計算はできていない

← 非摂動的寄与の理解が十分でない

素朴に摂動論で V_S を計算する限り

- ・低エネルギーで誤差が $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^3 r^2)$ で膨らむ
- ・非摂動効果と摂動誤差の両者が区別できない

Our study

OPE+renormalon subtractionの手法を用いる 2005 Y. Sumino

(Generalization within a certain approximation
2016 Mishima, Sumino, Takaura)

低エネルギーまでreliableな予言を使うことで

Window問題

$$1 - 2 \text{ GeV} \lesssim E \lesssim 1 - 2 \text{ GeV}$$

摂動論

Lattice QCD

Our study

OPE+renormalon subtractionの手法を用いる 2005 Y. Sumino
(Generalization within a certain approximation
2016 Mishima, Sumino, Takaura)

低エネルギーまでreliableな予言を使うことで

Window問題

$$1 - 2 \text{ GeV} \lesssim E \lesssim 1 - 2 \text{ GeV}$$

摂動論

Lattice QCD

Our determination

$$0.5 \text{ GeV} \lesssim E \lesssim 2 \text{ GeV} \quad (\text{離散化誤差を十分削って})$$

OPE+renormalon sub. Lattice QCD (JLQCD collaboration)

目次

✓ 1. Introduction

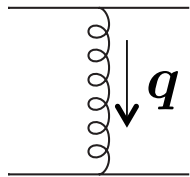
2. 理論計算の枠組み

3. α_s 決定

4. 結論

IR subtraction

$$V_{\text{QCD}}(\mathbf{r}) = V_S(\mathbf{r}) + \delta E_{\text{US}}(\mathbf{r}) + \dots$$



$$V_S(\mathbf{r}; \mu_f) = -4\pi C_F \int_{|\vec{q}| > \mu_f} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \frac{\alpha_V(q)}{q^2}$$

$q > \mu_f$: IR cutoff

$\alpha_V(q)$: $O(\alpha_s^4)$ perturbative calculation

2009 Anzai, Kiyo, Sumino

Sumirnov, Sumirnov, Steinhauser

元々物理量はcutoffに依らない...

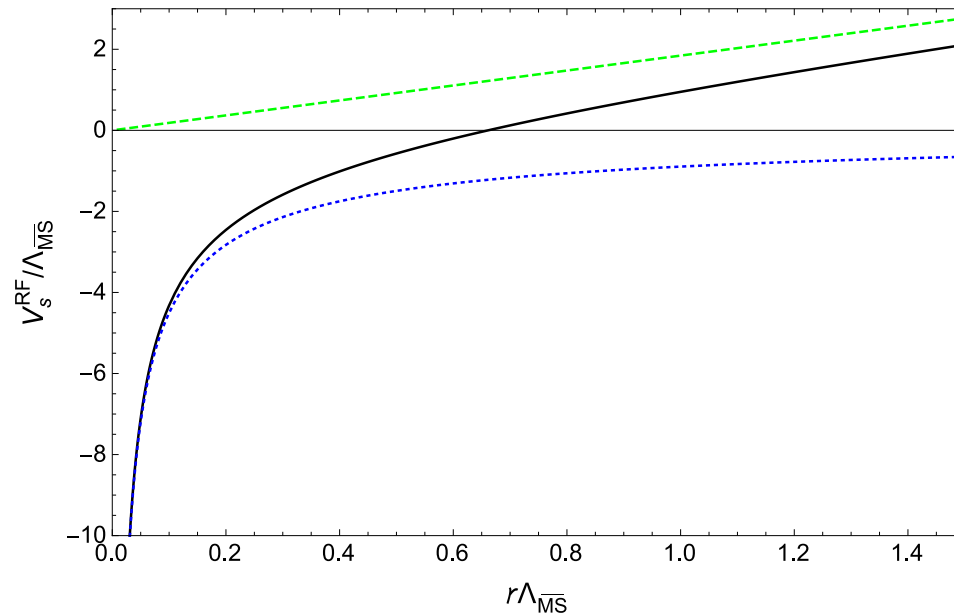
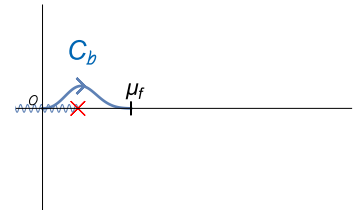
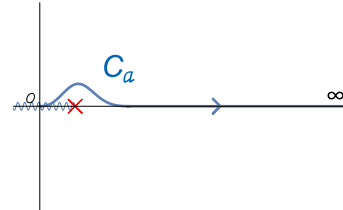
Cutoff **dependent** part \leftrightarrow **Renormalon uncertainty**

Cutoff **independent** part \leftrightarrow **Renormalon free**

Renormalonの分離

$$V_S(r; \mu_f) = \underbrace{V_S^{\text{RF}}(r)}_{\text{クーロン+linear}} + \mathcal{O}(\mu_f^3 r^2)$$

クーロン+linear



$V_S^{\text{RF}}(r)$ の特徴

- 通常の摂動計算に含まれる誤差 $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^3 r^2)$ を持たない
- Next-to-next-to-next-to-leading log (NNNLL) の accuracy
 $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$ の摂動予言のくりこみ群 improve
(\rightarrow ふつうは非物理的な特異点が生じてしまう)
- 非物理的な特異点を持たない

誤差の抑えられたreliableな予言が広い範囲で得られると期待

OPE prediction

$$V_{\text{QCD}}(r) = V_S(r; \mu_f) + \delta E_{\text{US}}(r; \mu_f) + \dots$$



Renormalon separation

$$V_S(r; \mu_f) = V_S^{\text{RF}}(r) + \mathcal{O}(\mu_f^3 r^2)$$

$$V_{\text{QCD}}(r) = V_S^{\text{RF}}(r) + \delta E_{\text{US}}^{\text{RF}}(r) + \dots$$

1999 Brambilla, et al.

2017 Takaura

We use the following form

$$V_{\text{QCD}}(r) = V_S^{\text{RF}}(r) + A_2 r^2 + \dots$$

目次

✓ 1. Introduction

✓ 2. 理論計算の枠組み

3. α_s 決定 (OPE v.s. Lattice)

4. 結論

格子QCD計算

JLQCD T. Kaneko

格子サイズ $32^3 \times 64, 48^3 \times 96, 64^3 \times 128$

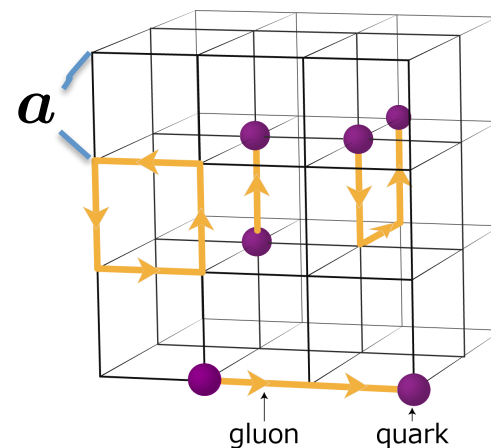
Fermion $2(u,d)+1(s)$ Domain-wall fermion

作用 $O(a)$ -improved action: Discretization error is $O(a^2)$

$M_\pi \sim 300\text{MeV}$ (140MeV)

$M_K \sim 550\text{MeV}$ (500MeV)

$a^{-1} = 2.5, 3.6, 4.5\text{GeV}$



解析方法

- Analysis (I)

- (i) lattice dataの連続極限($a \rightarrow 0$)を取る

- (ii) OPEとmatchingを行い、 α_s を決定

Check if

Lattice dataの連続極限がきちんと取れるか

$V_S^{\text{RF}}(r)$ can explain lattice result up to $O(r^2)$ nonperturbative correction

- Analysis (II)

- Global fitにより(i) と(ii)をいっぺんに行う

- First-principle analysis

我々の α_s の結果

解析方法

- Analysis (I)

- (i) lattice dataの連続極限($a \rightarrow 0$)を取る

- (ii) OPEとmatchingを行い、 α_s を決定

Check if

Lattice dataの連続極限がきちんと取れるか

$V_S^{\text{RF}}(r)$ can explain lattice result up to $O(r^2)$ nonperturbative correction

- Analysis (II)

- Global fitにより(i) と(ii)をいっぺんに行う

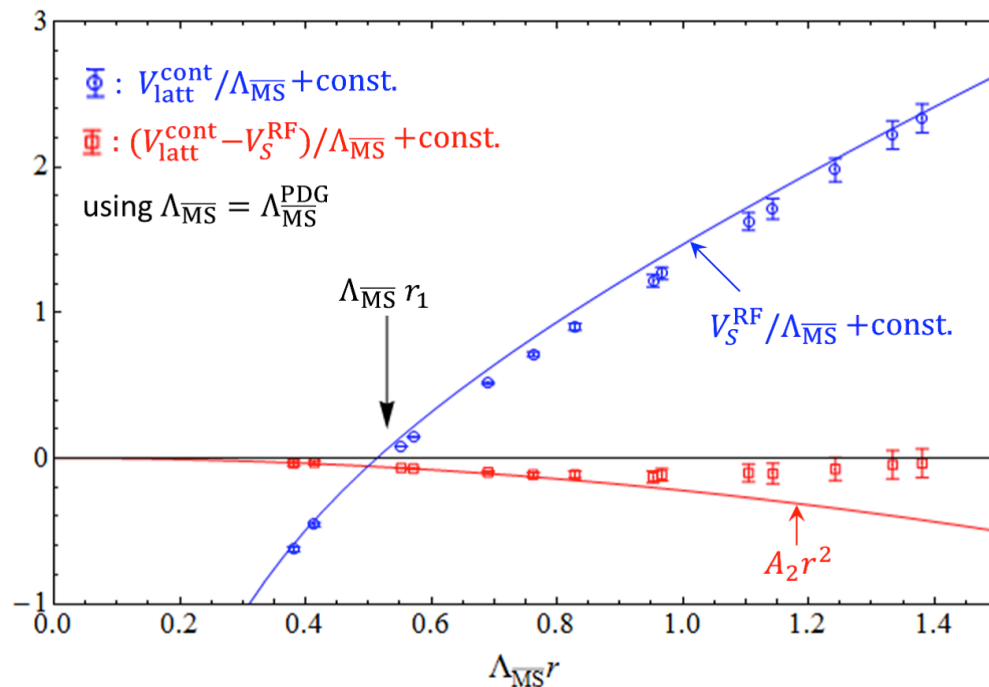
- First-principle analysis

- 我々の α_s の結果

Consistency check

摂動部分 v.s. 格子QCDの連続極限 (Assuming PDG value)

$$V_{\text{QCD}}(r) = V_S^{\text{RF}}(r) + \mathcal{O}(r^2)$$



理論計算の有効領域 $\Lambda_{\text{QCD}} r \lesssim 0.8$ ($r \lesssim 0.5$ fm)

ふつうの摂動計算の有効領域 $\Lambda_{\text{QCD}} r \lesssim 0.3$ ($r \lesssim 0.2$ fm)

α_s 決定

- (i) lattice dataの連続極限($a \rightarrow 0$)を取る
- (ii) OPEとmatchingを行い、 α_s を決定

→ Global fit

$$V_{\text{latt}}^{\text{cont}}(r) = V_{\text{latt},d,i}(r) - \kappa_{d,i} \left(\frac{1}{r} - \left[\frac{1}{r} \right]_{d,i} \right) + f_d \frac{a_i^2}{r^3} - c_{0,d,i}$$

|| Matching

$i = 1, 2, 3$: lattice setup

$d = 1, 2$: direction

$$V_{\text{OPE}}(r) = z[V_S^{\text{RF}} / \Lambda_{\overline{MS}}](zr) + A_2 r^2 \quad (z = \Lambda_{\overline{MS}} [\text{GeV}])$$

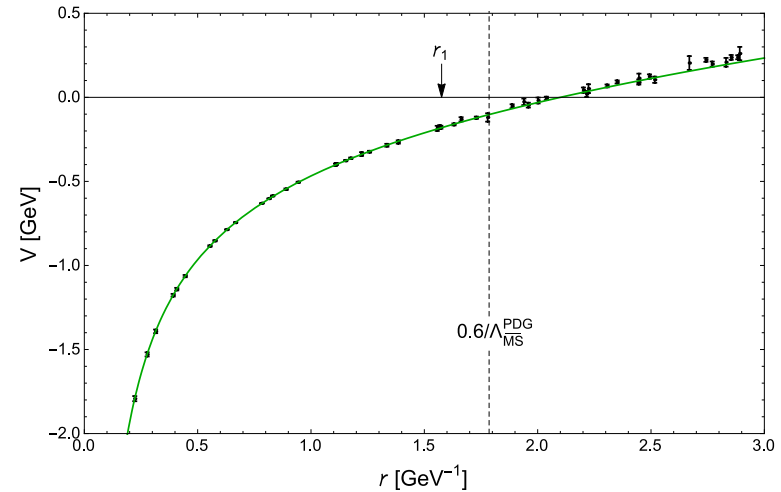
Fitting parameters: $\{z = \Lambda_{\overline{MS}}, A_2, \kappa_{d,i}, f_d, c_{0,d,i}\}$

結果

$$\Lambda_{\overline{\text{MS}}} = 334 \pm 10(\text{stat}) \text{ MeV}$$



$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.1179 \pm 0.0007(\text{stat})$$



Including systematic errors

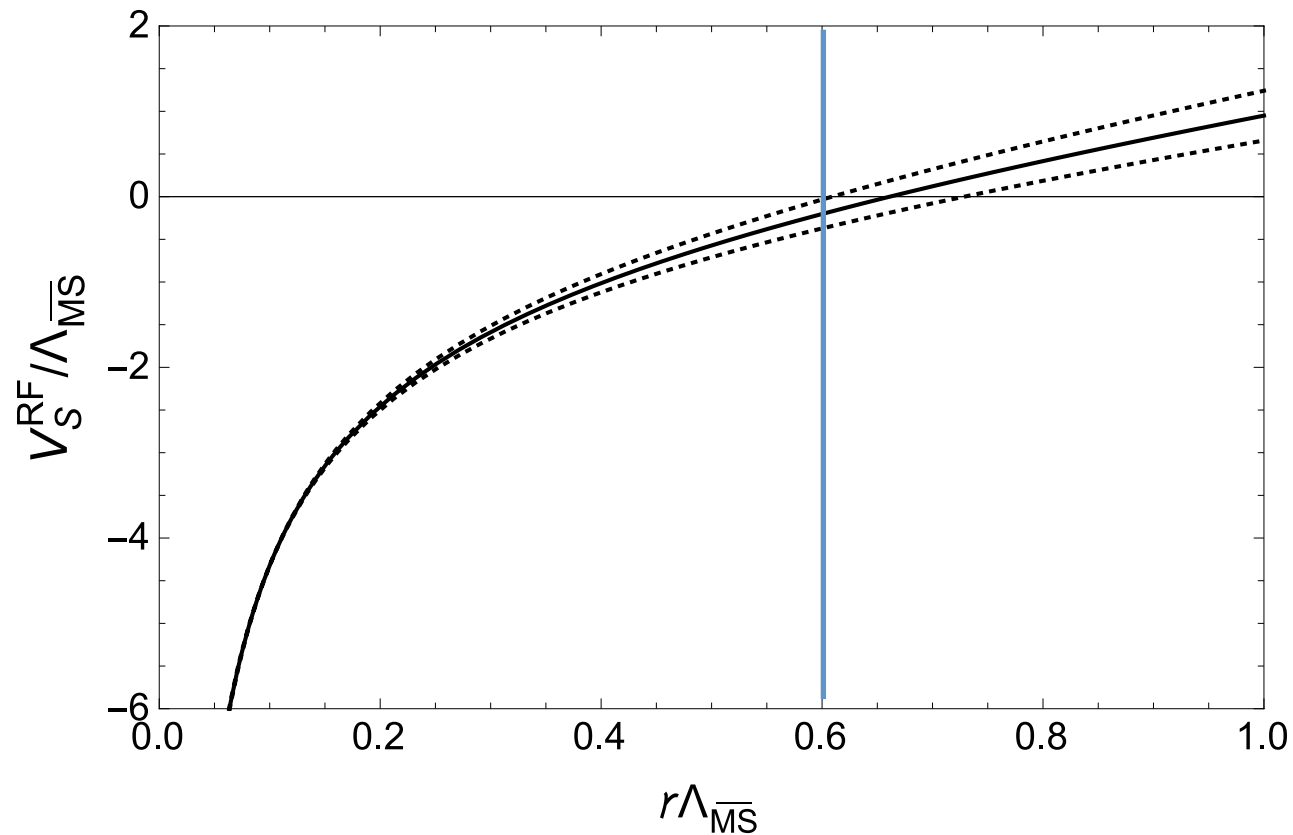
$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.1179 \pm 0.0007(\text{stat})_{-0.0012}^{+0.0013}(\text{sys})$$

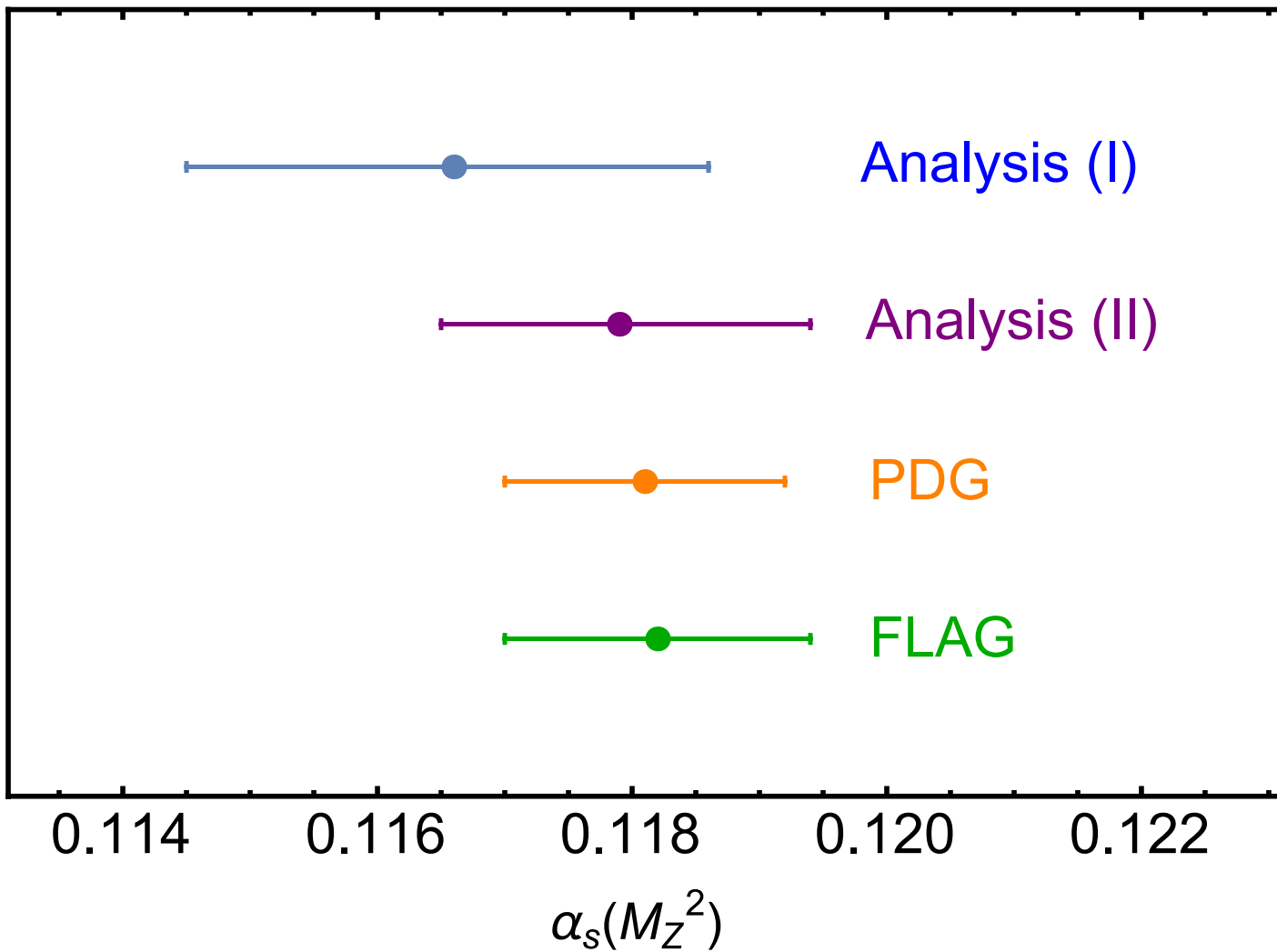
Table of systematic error (in 10^{-4} units)

	finite a	h.o.	US	Mass	range	fact. scheme
Obtained value	-2	+12 ($t=-1$) -10 ($t=1$)	+2 ($3\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$) +0 ($4\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$)	-0 ($\overline{\text{MS}}_{\text{mass}}$ Constituent mass)	-3 (0.5) -4 (0.8)	+3
Assigned error	± 2	+12 -10	± 2	± 0	± 4	± 3

Higher order uncertainty

$$V_S^{\text{RF}} \pm \delta V_S^{\text{RF}}(r) \quad \text{with} \quad \delta V_S^{\text{RF}}(r) = V_S^{\text{RF}}|_{\text{N}^3\text{LL}} - V_S^{\text{RF}}|_{\text{N}^2\text{LL}}$$





結論

- Lattice QCDを用いた α_s 決定では小さいエラーがついているが、window問題を抱えているものが多い

Window問題

$$1 - 2 \text{ GeV} \lesssim E \lesssim 1 - 2 \text{ GeV}$$

摂動論

Lattice QCD

- OPE+renormalon subtractionの枠組みを用いることで、両者がaccurateな領域での決定を行った

Our determination

$$0.5 \text{ GeV} \lesssim E \lesssim 2 \text{ GeV}$$

OPE+renormalon sub. Lattice QCD

- 支配的なエラーは摂動の高次補正

← Finer lattice simulation can reduce.