Leptogenesis in the modular A_4 invariant model

吉田　貴裕 (新潟大学)

共同研究者:

淺賀 岳彦 (新潟大学) , Yongtae Heo (新潟大学),

立石 卓也 (北海道大学)

work in progress

2019/07/31　素粒子物理学の進展2019　@京都大学 基礎物理学研究所

Introduction

- 標準模型は確立したが…、様々な解かれていない問題がある

{ クォーク、レプトン混合角の起源, ニュートリノ質量
  バリオン数非対称性　　など

ニュートリノ振動のパラメータ

[NuFIT 4.1(2019)]

3σ range	Normal Hierarchy	Inverted Hierarchy
$\sin^2\theta_{12}$	0.275 - 0.350	0.275 - 0.350
$\sin^2\theta_{23}$	0.433 - 0.609	0.436 - 0.610
$\sin^2\theta_{13}$	$(2.044-2.435)\times10^{-2}$	$(2.064-2.457)\times10^{-2}$
Δm^2_{21}	$(6.79-8.01)\times10^{-5}$ [eV]	$(6.79-8.01)\times10^{-5}$ [eV]
$\Delta m^2_{3\ell}$	$(2.436-2.618)\times10^{-3}$ [eV], $(\ell=1)$	$-(2.419-2.601)\times10^{-5}$ [eV], $(\ell=2)$

{ 大きな混合角
  ニュートリノ質量階層性　　を説明する模型は？

一つの試みとして**フレーバー対称性**を課した模型

Introduction

フレーバー模型

S3, A4, S4, A5, ・・・ などの離散的対称性を課した模型が提唱されてきた

モジュラー群の部分群に含まれる

- モジュラー群に含まれる離散群

$\Gamma(2) \cong S_3$: T. Kobayashi, K. Tanaka, T. H. Tatsuishi Phys.Rev. D98 (2018) 016004

$\Gamma(3) \cong A_4$: F. Feruglio ,arXiv: 1706.08749, T. Kobayashi et al JHEP 1811 (2018) 196

$\Gamma(4) \cong S_4$: J.T. Penedo, S.T. Petcov Nucl.Phys. B939 (2019) 292-307

$\Gamma(5) \cong A_5$: P. Novichkov, J. Penedo, S. Petcov, A. Titov JHEP 1904 (2019) 174

---

quarkセクターへの応用, GUT, Dark matter… なども議論されている

バリオン数非対称性を説明できるか

A_4模型のうちで右巻きニュートリノを含むものに注目

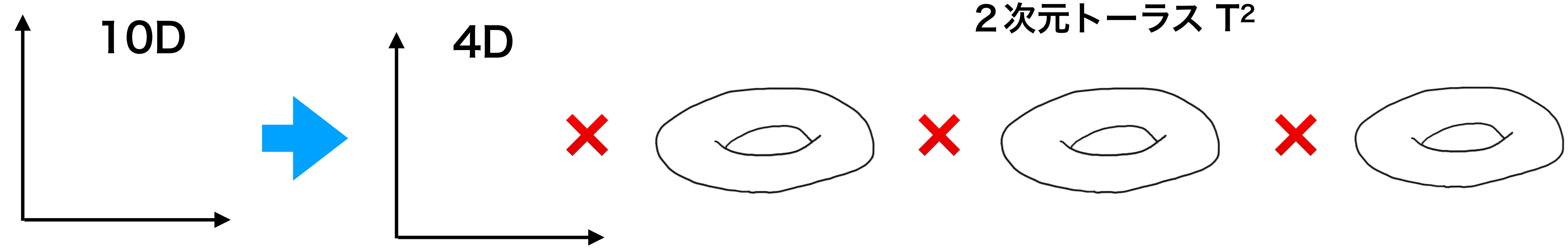
Outline

1. Introduction
2. Modular Symmetry
3. Leptogenesis
4. Numerical Analysis
5. Summary

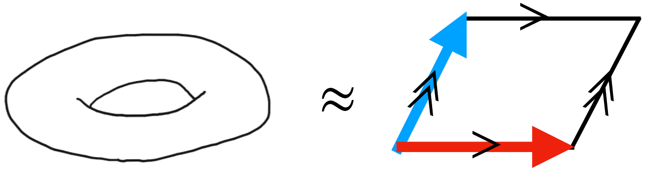
モジュラー群

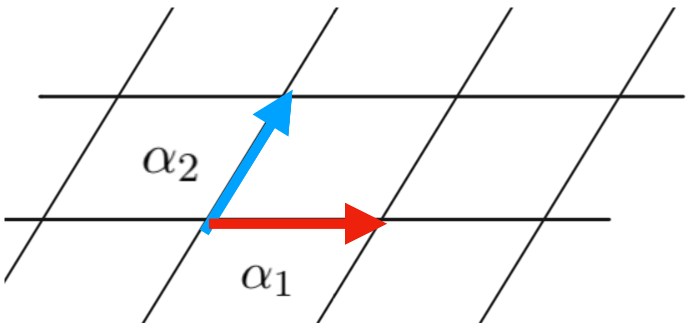
4 + 6次元時空のトーラスコンパクト化

2次元トーラス T^2



2次元トーラスT^2





平面状の格子点を同一視

基底の取り方の任意性

$$\begin{pmatrix} \alpha_2' \\ \alpha_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL(2,\mathbb{Z}),$$

$$SL(2,\mathbb{Z}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle| a,b,c,d \in \mathbb{Z}, ad-bc=1 \right\} \equiv \Gamma.$$

モジュラー群は２次元トーラスT^2を変えない

モジュラー群

modulus $\tau \equiv \dfrac{\alpha_2}{\alpha_1}$

によるモジュラー群の言い換え

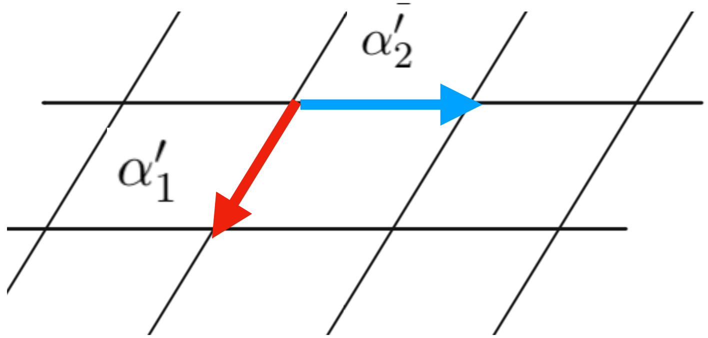
τ は上半平面状の複素数 ($\mathrm{Im}\tau > 0$)

$$\boxed{\tau \to \tau' = \gamma\tau = \frac{a\tau + b}{c\tau + d}, \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL(2,\mathbb{Z})}$$

モジュラー群の生成子S, T

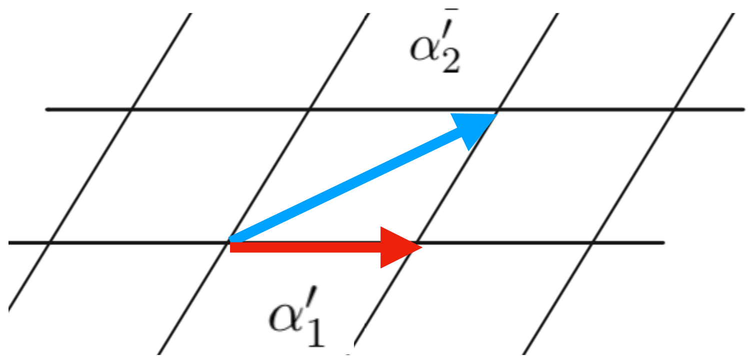
S変換： $\begin{pmatrix} \alpha'_2 \\ \alpha'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ -\alpha_2 \end{pmatrix}$

$\underline{\tau \to -\dfrac{1}{\tau}}$,



T変換： $\begin{pmatrix} \alpha'_2 \\ \alpha'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

$\underline{\tau \to \tau + 1}$



$$\boxed{(S)^2 = 1 \quad , \quad (ST)^3 = 1}$$

さらに $\underline{(T)^N = 1}$ を課して, 有限部分群 $\Gamma(N)$ を得る

$$\Gamma(2) \cong S_3, \Gamma(3) \cong A_4, \Gamma(4) \cong S_4, \Gamma(5) \cong A_5$$

モジュラー不変な理論

chiral superfield が受ける変換　S. Ferrara, D, Lust, A. Shapere, S. Theisen, Phys. Lett. B225,4(1989)

$$\phi^{(I)} \to (c\tau + d)^{-k_I} \rho^{(I)}(\gamma) \phi^{(I)}$$

$-k_I$:modular weight

$\rho^{(I)}(\gamma)$:$\Gamma(N)$の表現行列

modular weight k の modular form

$$f(\tau) \to (c\tau + d)^{k} \rho(\gamma) f(\tau) \qquad \gamma \in \Gamma(N)$$

モジュラー不変な superpotential

$$w = \sum_n f(\tau) \phi^{(I_1)} \phi^{(I_2)} \cdots \phi^{(I_n)}$$

$$k_{I_1} + k_{I_2} + \cdots + k_{I_n} = k \qquad \text{かつ}$$

$$\rho \times \rho^{(I_1)} \times \rho^{(I_2)} \times \cdots \times \rho^{(I_n)} \ni 1 \quad \text{of } \Gamma(N)$$

modular form

Dedekind Eta function を使うとweight $k = 2$ のmodular form が作れる

Dedekind Eta function : $\eta(\tau) = q^{1/24}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - q^n\right), \qquad q \equiv e^{i2\pi\tau}$

S 変換： $\eta(-1/\tau) = \sqrt{-i\tau}\,\eta(\tau)$

T 変換： $\eta(\tau + 1) = e^{\pi i/12}\eta(\tau)$

weight $k = 2$ のmodular form (A_4 triplet) F . Feruglio, [arXiv : 1706.08749]

$$Y_1(\tau) = \frac{i}{2\pi}\left(\frac{\eta'(\tau/3)}{\eta(\tau/3)} + \frac{\eta'((\tau+1)/3)}{\eta((\tau+1)/3)} + \frac{\eta'((\tau+2)/3)}{\eta((\tau+2)/3)} - \frac{27\eta'(3\tau)}{\eta(3\tau)}\right)$$

$$Y_2(\tau) = \frac{-i}{\pi}\left(\frac{\eta'(\tau/3)}{\eta(\tau/3)} + \omega^2\frac{\eta'((\tau+1)/3)}{\eta((\tau+1)/3)} + \omega\frac{\eta'((\tau+2)/3)}{\eta((\tau+2)/3)}\right)$$

$$Y_3(\tau) = \frac{-i}{\pi}\left(\frac{\eta'(\tau/3)}{\eta(\tau/3)} + \omega\frac{\eta'((\tau+1)/3)}{\eta((\tau+1)/3)} + \omega^2\frac{\eta'((\tau+2)/3)}{\eta((\tau+2)/3)}\right)$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1(\tau) \\ Y_2(\tau) \\ Y_3(\tau) \end{pmatrix} \qquad \omega = e^{2\pi i/3}$$

$$Y_1(\tau) = 1 + 12q + 36q^2 + 12q^3 + \cdots$$

$$Y_2(\tau) = -6q^{1/3}\left(1 + 7q + 8q^2 + \cdots\right)$$

$$Y_3(\tau) = -18q^{2/3}\left(1 + 2q + 5q^2 + \cdots\right)$$

今回考える模型

T. Kobayashi, N. Omoto, Y. Shimizu, K. Takagi, M. Tanimoto and T. H. Tatsuishi JHEP **1811**, 196 (2018)

	L	$e,\ \mu,\ \tau$	ν	H_u	H_d
$SU(2)$	2	1	1	2	2
A_4	3	$1,\ 1'',\ 1'$	3	1	1
$-k_I$	-1	-1	-1	0	0

superpotential

Y はmodular weight $k=2$ の A_4 triplet

$$w_e = \alpha(Ye_R H_d L)_1 + \beta(Y\mu_R H_d L)_1 + \gamma(Y\tau_R H_d L)_1$$

$$w_D = g\left(Y\nu_R H_u L\right)_1$$

対称な構造と非対称な構造が現れる
それぞれのcoupling g_1 , g_2

$$g_1\begin{pmatrix} 2Y_1 & -Y_3 & -Y_2 \\ -Y_3 & 2Y_2 & -Y_1 \\ -Y_2 & -Y_1 & 2Y_3 \end{pmatrix} \qquad g_2\begin{pmatrix} & Y_3 & -Y_2 \\ -Y_3 & & Y_1 \\ Y_2 & -Y_1 & \end{pmatrix}$$

$$w_N = \Lambda\left(Y\nu_R\nu_R\right)_1$$

Λ は右巻きニュートリノのmass scaleを決める

今回考える模型

質量行列

$$M_E = \mathrm{diag}[\alpha, \beta, \gamma] \begin{pmatrix} Y_1 Y_3 Y_2 \\ Y_2 Y_1 Y_3 \\ Y_3 Y_2 Y_1 \end{pmatrix}_{RL}$$

$$M_D = v_u \begin{pmatrix} 2g_1 Y_1 & (-g_1 + g_2) Y_3 & (-g_1 - g_2) Y_2 \\ (-g_1 - g_2) Y_3 & 2g_1 Y_2 & (-g_1 + g_2) Y_1 \\ (-g_1 + g_2) Y_2 & (-g_1 - g_2) Y_1 & 2g_1 Y_3 \end{pmatrix}_{RL}$$

$$M_N = \Lambda \begin{pmatrix} 2Y_1 & -Y_3 & -Y_2 \\ -Y_3 & 2Y_2 & -Y_1 \\ -Y_2 & -Y_1 & 2Y_3 \end{pmatrix}_{RR}$$

seesaw mechanism $\quad M_\nu = -M_D^{\mathrm{T}} M_N^{-1} M_D$

模型のパラメータ: $\tau, \quad |g_1|, \quad g_2/g_1 = g e^{i\phi_g}, \quad \Lambda, \quad \underline{\alpha, \quad \beta, \quad \gamma,} \quad v_u/v_d$

charged lepton mass から決まる

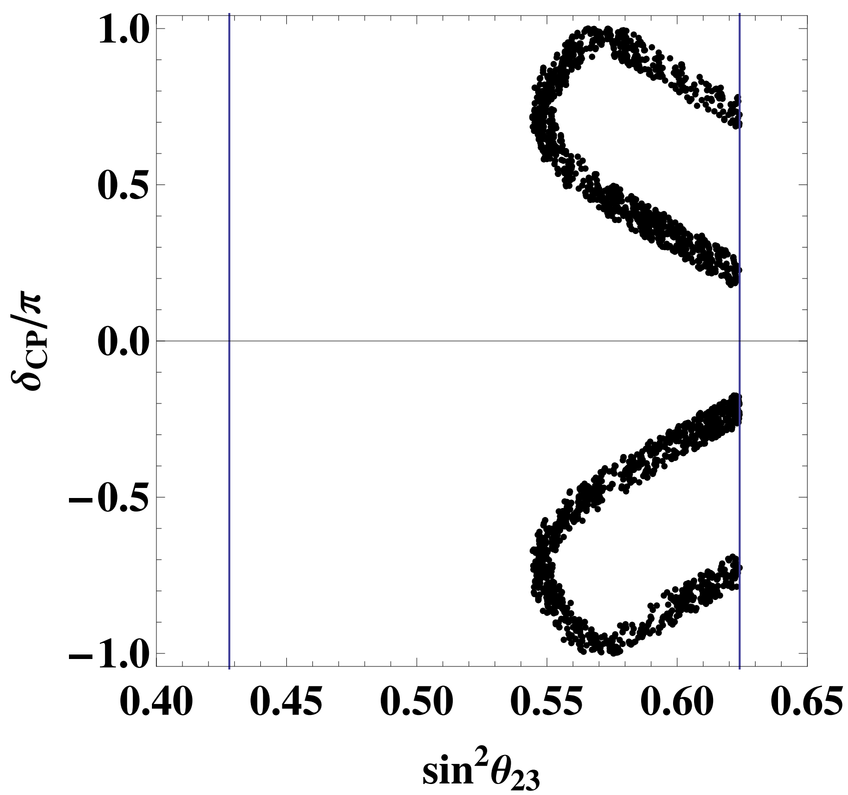
CPを破るパラメータ： ニュートリノセクターのCPを破る
パラメータ(δ_{CP}, α_{ij})とバリオン数Y_Bを決める

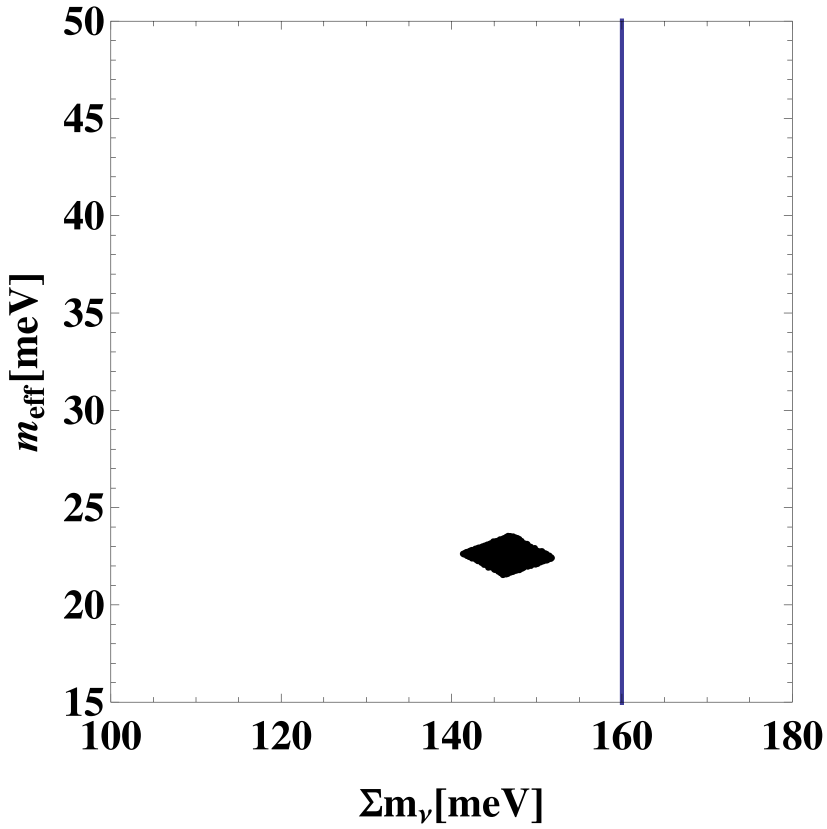
先行研究の結果 [T. Kobayashi et al, JHEP 1811 (2018) 196]

ニュートリノ混合角，質量二乗差を3σの範囲で満たすようにパラメータを決定

[NuFIT 4.1(2019)]

Normal hierarchyの場合





- θ_{23}とδ_{CP}の相関が特徴的
- δ_{CP}は正負ともに大きく出うる
- 比較的大きなニュートリノ質量 $\Sigma m_\nu \sim 140 - 150$ meV < 160 meV

宇宙バリオン数非対称性

模型のパラメータはかなり限られている

- この模型で他に説明できる現象はあるか

右巻きニュートリノによる seesaw mechanism で
neutrino massを説明する模型

↓

ν_Rの崩壊によるleptogenesisで バリオン数非対称性(BAU)
を説明できるかもしれない

leptogenesisによりBAUを説明可能か
BAUを説明するようなν_Rはどんな性質を持つか

宇宙バリオン数非対称性

バリオン数の残存量：$Y_B = \dfrac{n_b - n_{\bar{b}}}{s}$ 　$\left(\begin{array}{ll} n_b\ n_{\bar{b}} & ：バリオン, 反バリオン数密度 \\ s & ：エントロピー密度 \end{array} \right)$

観測値：$Y_B^{obs} = (0.852 - 0.888) \times 10^{-10}$ 　[Planck 2018]

サハロフの3条件

1. バリオン数の破れ

→ レプトン数の破れがスファレロン過程によりバリオン数に転化

2. C対称性とCP対称性が破れている

→ 模型に現れる $\mathrm{Re}\tau$ と ϕ_{g}により破れている

3. 熱平衡状態からのずれ

→ $T_{sph} \ll M_1$ 　ν_Rの崩壊がinverse decayより多く起こり実現

T_{sph} ：スファレロン温度 　　M_1 ：右巻きニュートリノ質量

Leptogenesis

- この模型でのleptogenesis

ニュートリノの質量 $M_\nu \propto \frac{(g_1 v_u)^2}{\Lambda}$

$$M_N = \Lambda \begin{pmatrix} 2Y_1 & -Y_3 & -Y_2 \\ -Y_3 & 2Y_2 & -Y_1 \\ -Y_2 & -Y_1 & 2Y_3 \end{pmatrix}$$

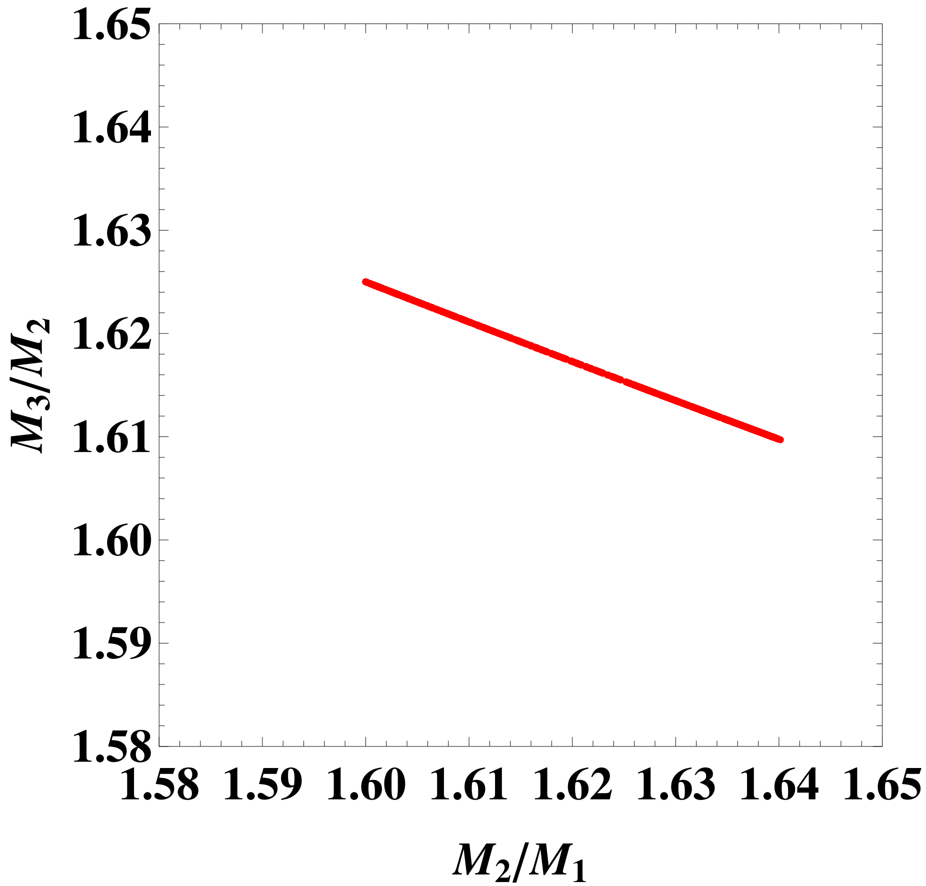
➡ Λは自由に取れる

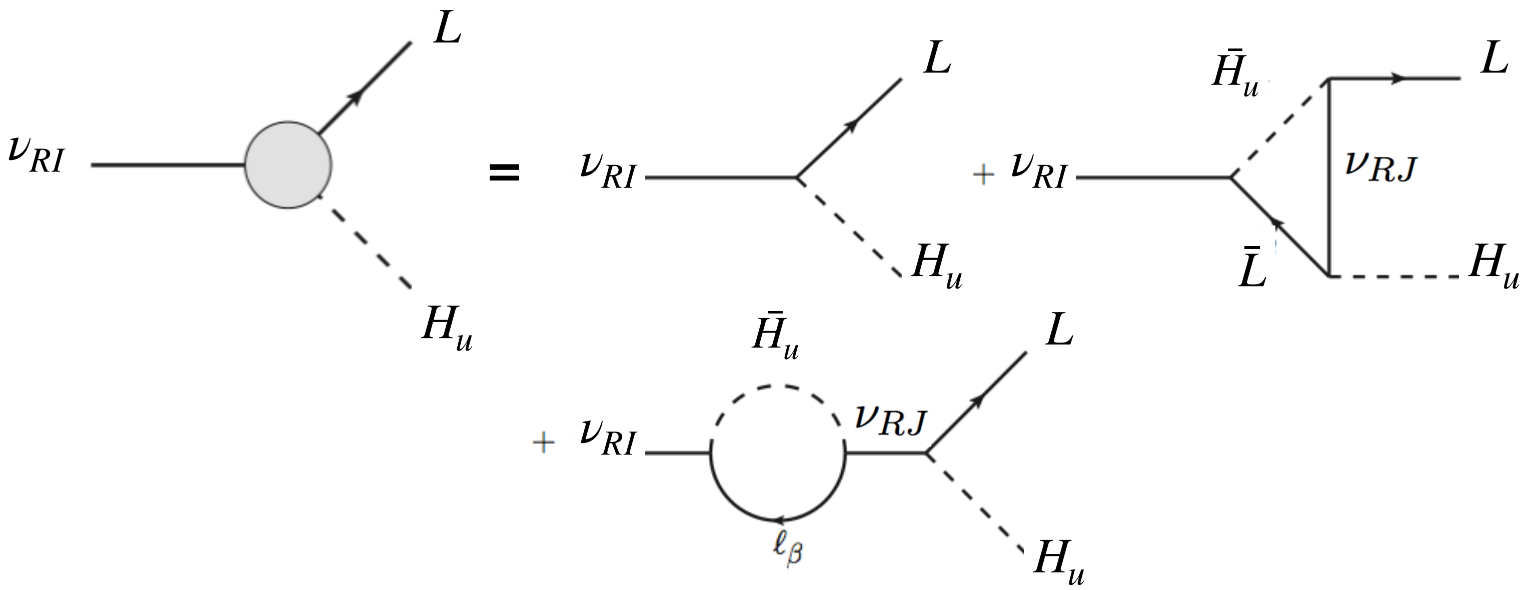
- ν_Rのmass hierarchy

右巻きニュートリノ質量固有値の比 ⬅ νの混合角や質量を決めたことで決まる

$$M_2/M_1, M_3/M_2 \sim 1.6$$

➡ レプトン数を共鳴的に生成することは期待できない





$$\varepsilon_I \equiv \frac{\Gamma\left(\nu_{RI} \to LH_u\right) - \Gamma\left(\nu_{RI} \to \bar{L}\bar{H}_u\right)}{\Gamma\left(\nu_{RI} \to LH_u\right) + \Gamma\left(\nu_{RI} \to \bar{L}\bar{H}_u\right)}$$

$$= \frac{1}{8\pi}\sum_{J\neq I}\frac{\mathrm{Im}[\left(Y_\nu Y_\nu^\dagger\right)^2_{IJ}]}{\left(Y_\nu Y_\nu^\dagger\right)_{II}}\left[I\left(\frac{M_J^2}{M_I^2}\right) + J\left(\frac{M_J^2}{M_I^2}\right)\right]$$

$$I(x) = x^{\frac{1}{2}}\left\{1 + (1+x)\log\left(\frac{x}{1+x}\right)\right\}$$

$$J(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1-x}$$

右巻きニュートリノの質量の比から決定

$$\propto g_1^2 \propto \frac{m_\nu \Lambda}{v_u^2}$$

右巻きニュートリノ質量スケールに比例

Leptogenesis

まずY_Bの符号を議論する

- レプトン数の破れはスファレロン過程によってバリオン数へ転化される

$$Y_B = -\frac{8}{23}Y_L$$

- m_νが比較的大きくニュートリノの湯川が大きい

➡ M_1が大きくなければバリオン数作れない ($M_1 \gg 10^{11}\mathrm{GeV}$)

e, μ, τ のフレーバーを区別しなくて良い

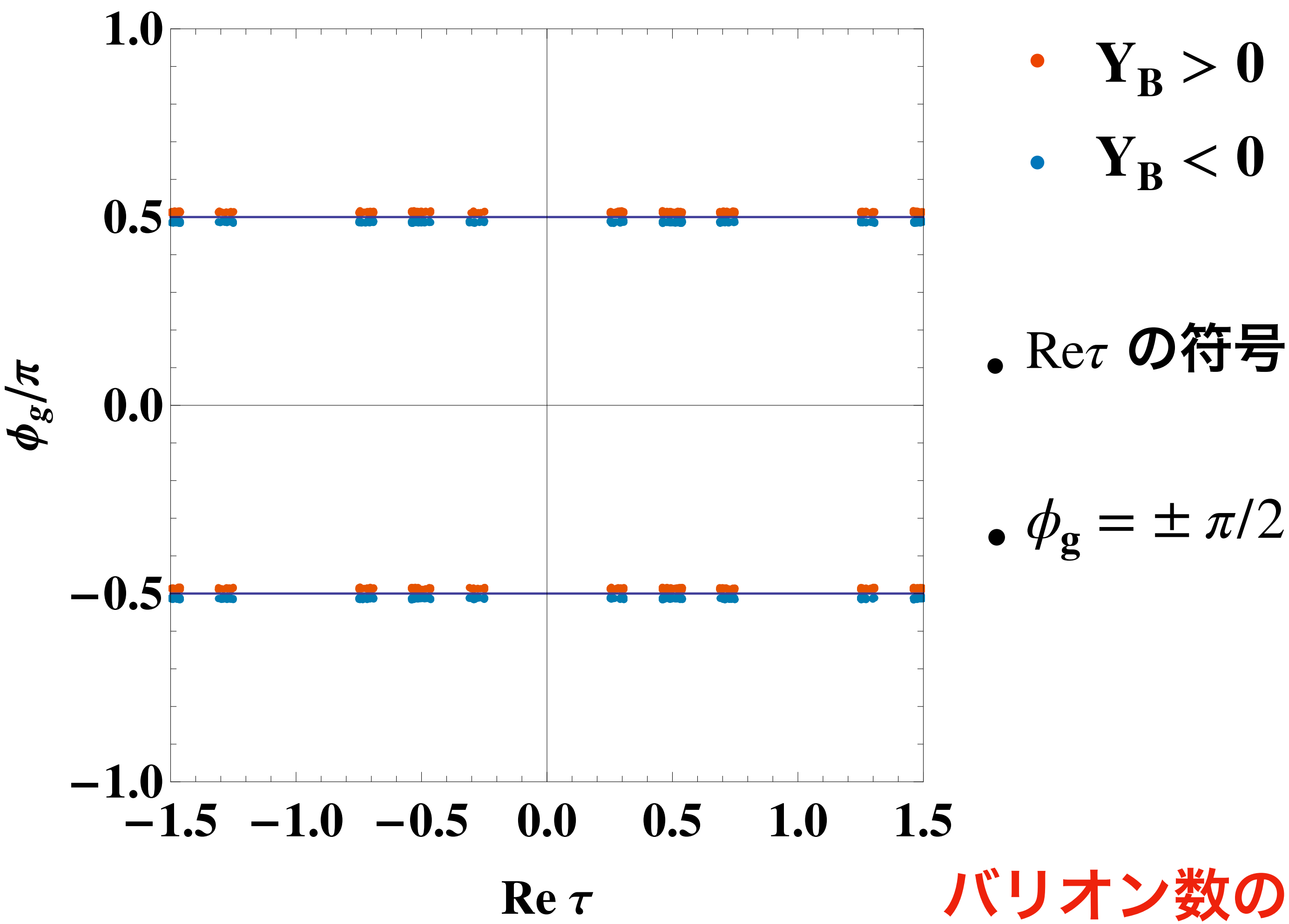
$\Lambda = 10^{13}$ GeV に固定してボルツマン方程式を数値的に解くことでY_Bの符号を評価

(右巻きニュートリノ３世代の反応を考慮)

Y_Bのパラメータ依存性

$$q = exp(2\pi i\tau) = exp(2\pi i \mathrm{Re}\tau)\ exp(-2\pi \mathrm{Im}\tau)$$

Y_Bの符号に関わるパラメータ: $\tau = \mathrm{Re}\tau + i\mathrm{Im}\tau$, $g_2/g_1 = ge^{i\phi_g}$



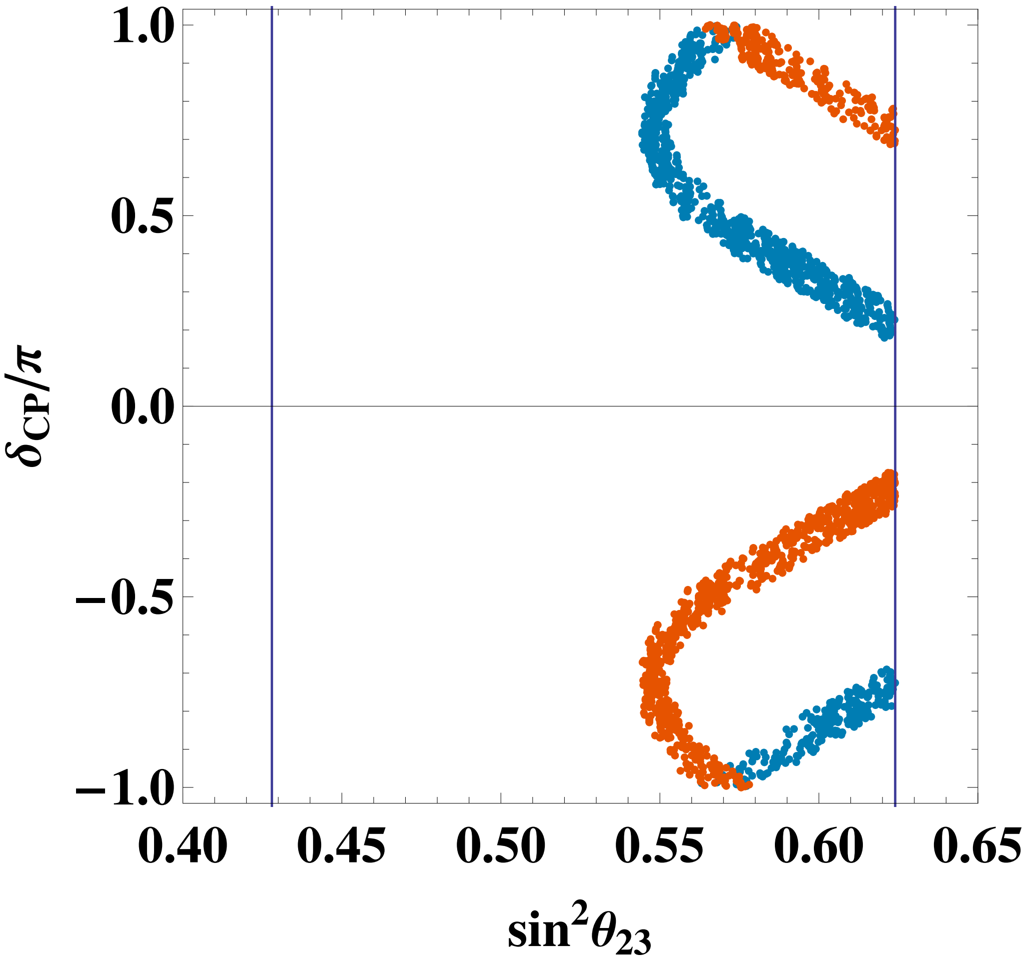
- $\mathrm{Re}\tau$ の符号はY_Bの符号を変えない

- $\phi_g = \pm\,\pi/2 + \varepsilon$: $Y_B > 0$

  $(\varepsilon > 0)$

バリオン数の符号はϕ_gによって変わる.

Y_Bの符号 —他の観測量との相関—



- $Y_B > 0$
- $Y_B < 0$

- $Y_B > 0$ の領域

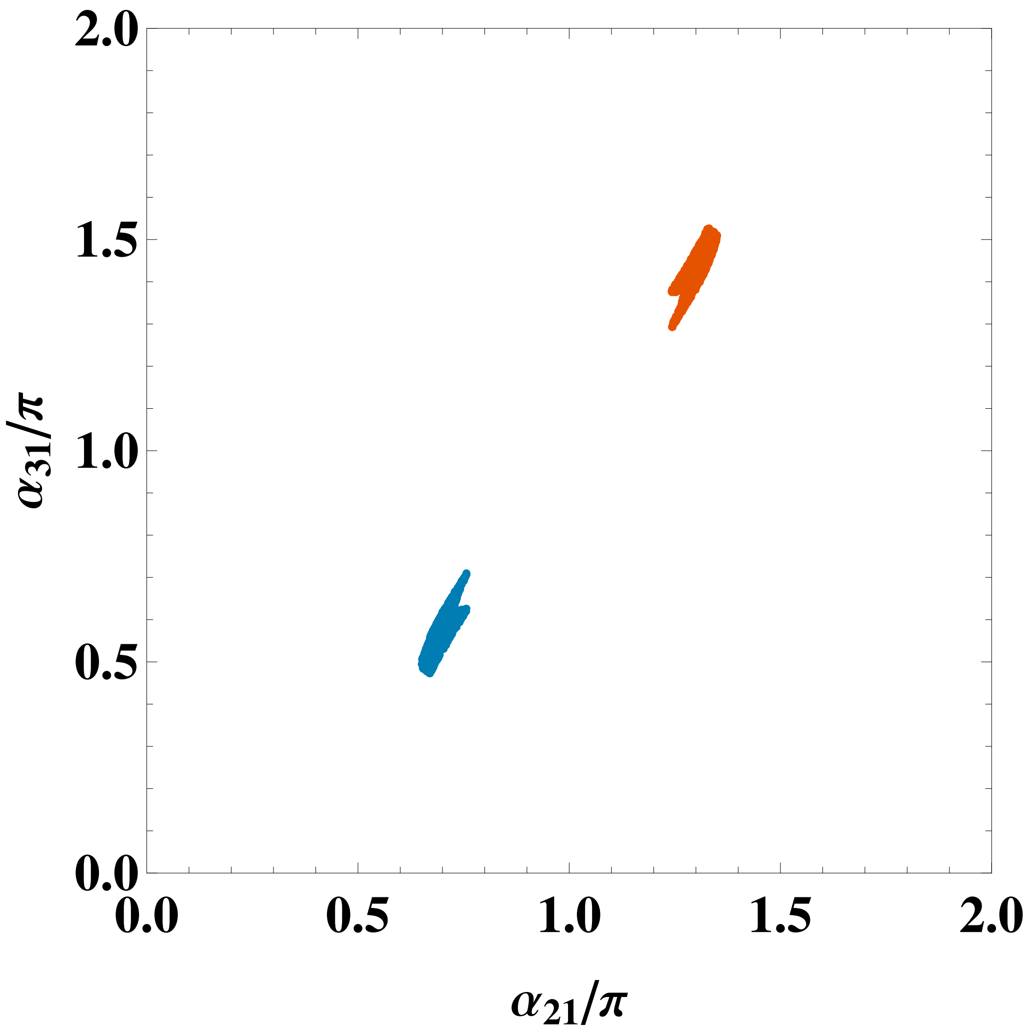
$$\begin{cases} -\pi \le \delta_{CP} < -0.2\pi \\ 0.7\pi < \delta_{CP} < \pi \end{cases}$$

- $\delta_{CP} \sim -\pi/2$は$Y_B > 0$を予言

T2K実験が示唆するδ_{CP}の値とconsistent

→ δ_{CP}と $\sin^2\theta_{23}$の測定によりシナリオのテストが可能

Y_Bの符号 —マヨラナ位相との相関—



- $Y_B > 0$
- $Y_B < 0$

- $Y_B > 0$を予言する

マヨラナ位相α_{21}, α_{31}は

$$\begin{cases} \alpha_{21} \sim 1.3\pi \\ \alpha_{31} \sim 1.5\pi \end{cases}$$ のみ

→ 限定的な値のみに許される

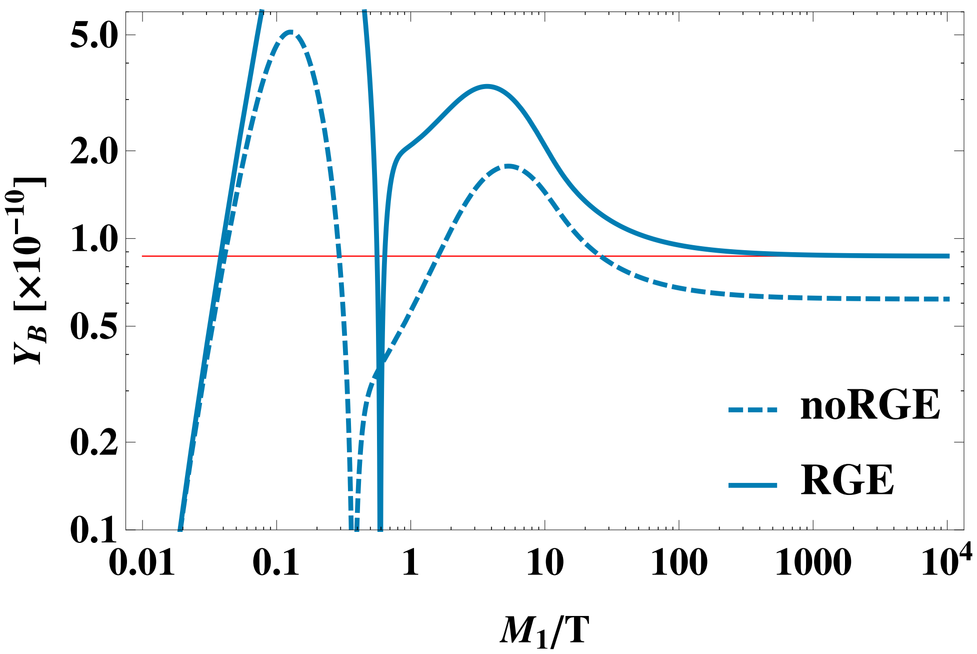
Y_Bの大きさ

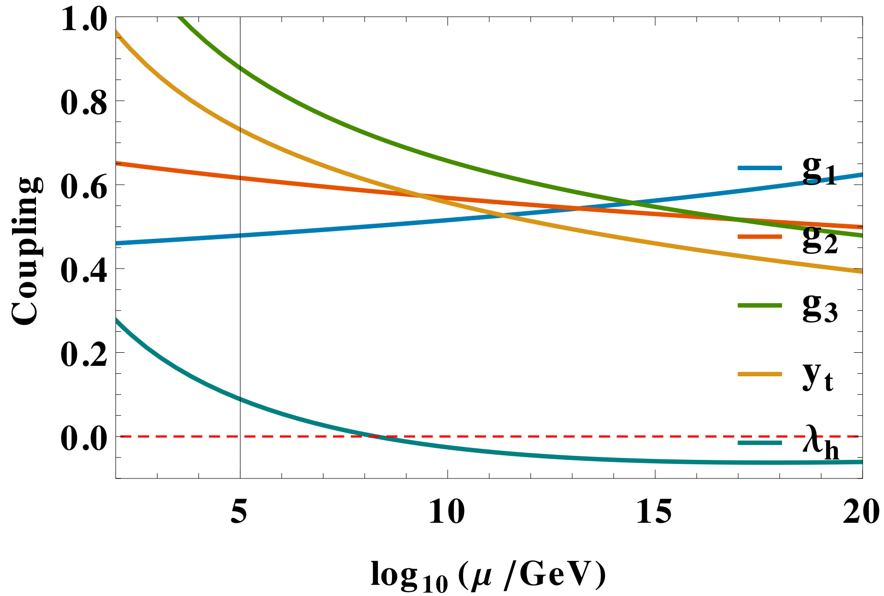
Y_Bの大きさを評価

- ν_Rの崩壊過程、top yukawa, gauge 相互作用を介した過程を考慮

- top yukawa, gauge couplingは1-loop のRGEによる発展を考慮

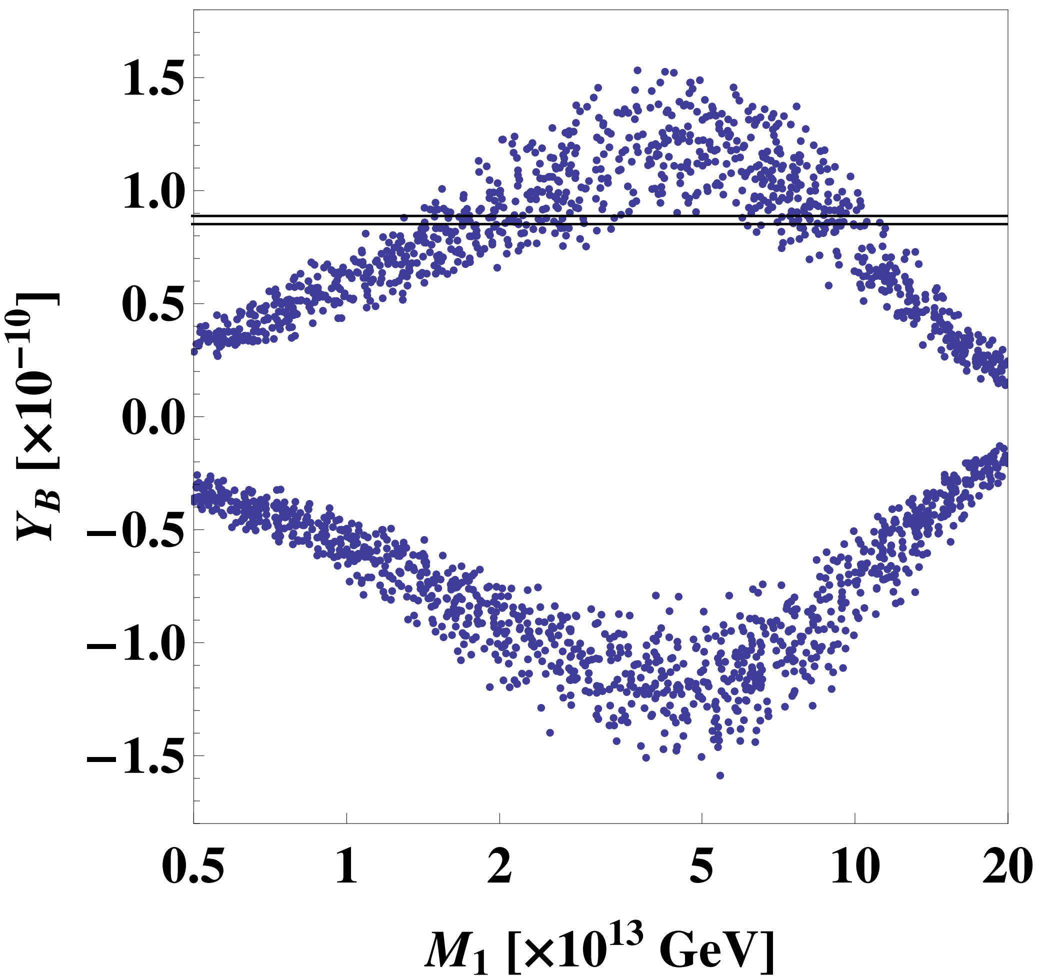
→ top yukawa相互作用による
wash-out効果が弱まる





← coupling の runningにより
最終的なY_Bは$\mathcal{O}(1)$変わる

Y_Bの大きさ



- 実線: 観測値

$$Y_B = (0.852 - 0.888) \times 10^{-10}$$

一番軽い
右巻きニュートリノ質量

$$M_1 \sim (1 - 10) \times 10^{13}\text{Gev}$$

がバリオン数 Y_Bの観測量を
説明可能な領域

M_1, M_2, M_3 がほぼ決まる
($M_2 \sim 1.6 M_1$, $M3 \sim 2.6 M_1$)

まとめ

. モジュラー群のA_4と同形な合同部分群を対称性として課した模型を議論した.

ニュートリノ質量、混合角	(先行研究の結果)
レプトン数生成	(今回やったこと)

. T2K実験が示唆する$\delta_{\mathrm{CP}} \sim -\pi/2$ 付近は，正のバリオン数を予言する.

. マヨラナ位相 α_{21}, α_{31} はバリオン数の符号と強い相関を持つ.

. バリオン数の観測量を説明するはM_1, M_2, M_3は $\mathcal{O}(10^{13})$ GeV.