

# 観測に向けた 宇宙背景ニュートリノスペクトラムの精密計算

秋田謙介 (東工大)

JCAP **08** (2020) 012 [arXiv:2005.07047]

共同研究者：

山口昌英 (東工大)

2020年 9月4日(金)  
@素粒子物理学の進展2020

# Outline

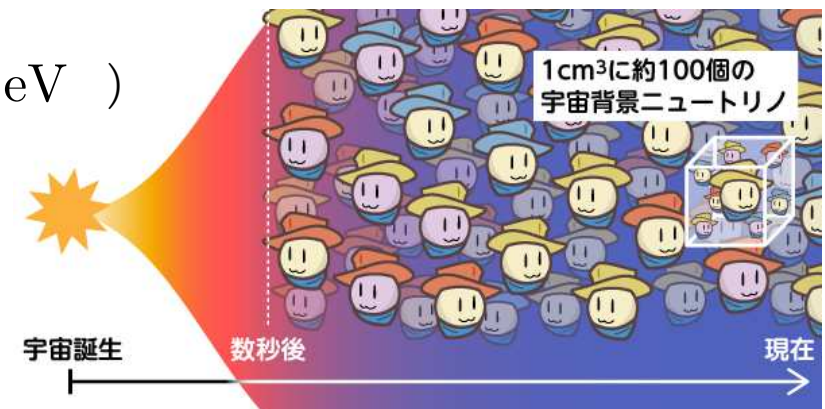
1. イントロ
2. 宇宙背景ニュートリノの歴史
3. ニュートリノスペクトラムの精密計算
4. まとめ

# Introduction

- 宇宙背景放射(CMB)の観測は多くの宇宙論パラメータに制限をつけた
- しかし、標準模型を超えた物理、初期宇宙の模型への制限はまだ不十分  
初期宇宙をより知るための、将来観測は存在するか？
- 宇宙背景ニュートリノ(CνB)を用いた初期宇宙の観測

Decouple温度  $\sim 2 \text{ MeV}$       (CMBのdecouple温度  $\sim 0.3 \text{ eV}$  )

→CMBより初期宇宙の情報を含んでいるだろう



# Introduction

- 現在もCMBからニュートリノ有効世代数に制限：

$$N_{\text{eff}} = \frac{8}{7} \left( \frac{11}{4} \right)^{4/3} \left[ \frac{\rho_{\text{rad}}}{\rho_{\gamma}} - 1 \right]$$

放射のエネルギー密度

ニュートリノ有効世代数:  $N_{\text{eff}} = 2.99_{-0.33}^{+0.34}$  at 95% CL

→  $\rho_{\text{rad}}$ を通じてBSMに制限

- $N_{\text{eff}}$  を変化させる模型

○未知の軽い粒子 (ex. Axion) がSM interactionによって熱的に生成 →  $N_{\text{eff}}$  増加

○再加熱温度がMeV scale → neutrinoが十分生成される前にdecouple →  $N_{\text{eff}}$  減少 [Kawasaki et al., astro-ph/9811437; Hasegawa et al., 1908.1089; etc.]

○未知の粒子がdecouple後にSM粒子に崩壊 (ex. 中山さんのポスター) →  $N_{\text{eff}}$  変化

etc.

標準理論を超えた物理は  $N_{\text{eff}}$  を変化させうる

# 本研究の目標

$$N_{\text{eff}} = \frac{8}{7} \left( \frac{11}{4} \right)^{4/3} \left[ \frac{\rho_{\text{rad}}}{\rho_{\gamma}} - 1 \right]$$

放射のエネルギー密度

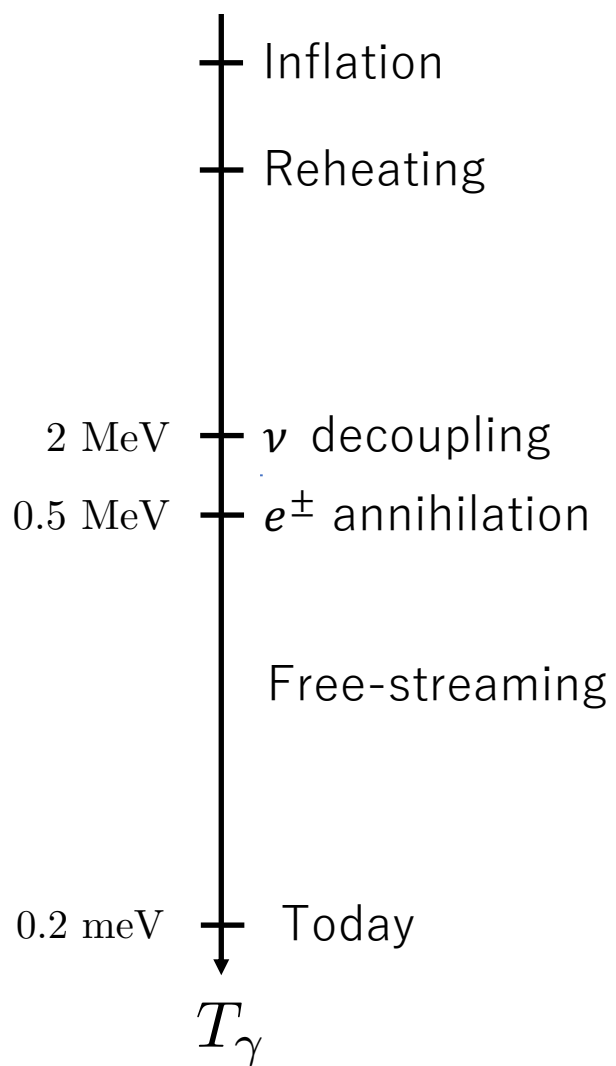
- $N_{\text{eff}}$  はCMB-S4で  $\sigma(N_{\text{eff}}) \sim 0.03$  at  $1\sigma$  で観測精度が改善  
→BSMとの区別のため、SMの枠組みで $N_{\text{eff}}$ を $10^{-3}$ の精度で計算を行う
- CνBを直接観測できれば、 $N_{\text{eff}}$  のニュートリノの割合、 $N_{\text{eff}}$  以上の情報が手に入るだろう  
→現在の宇宙でのニュートリノスペクトラムはどのようなものか？

観測に向けてdecouple後のニュートリノスペクトラムを精密計算する

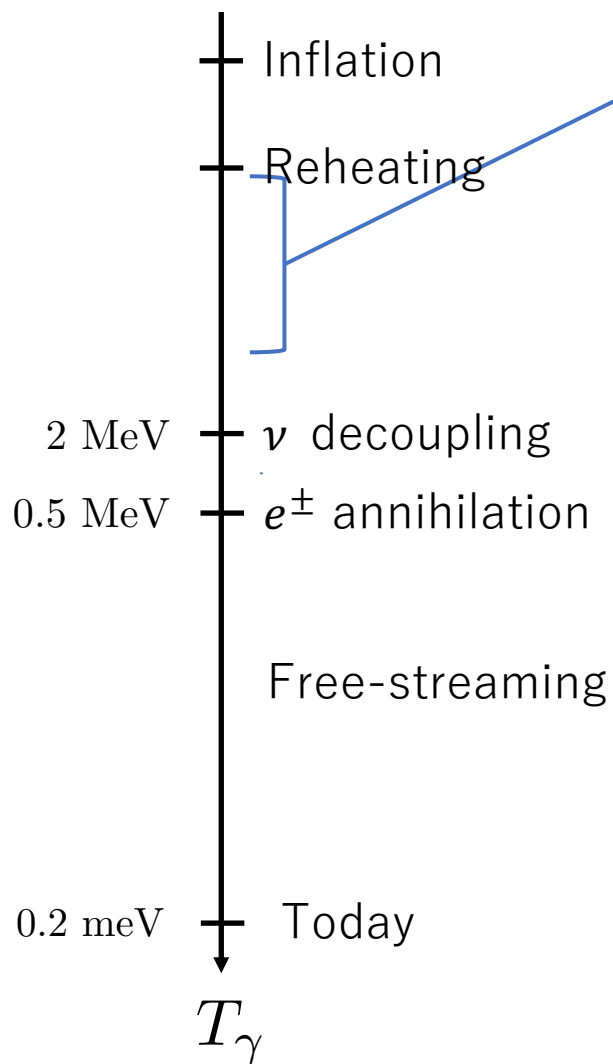
# Outline

1. イントロ
2. 宇宙背景ニュートリノの歴史
3. ニュートリノスペクトラムの精密計算
4. まとめ

# $C\nu B$ の歴史



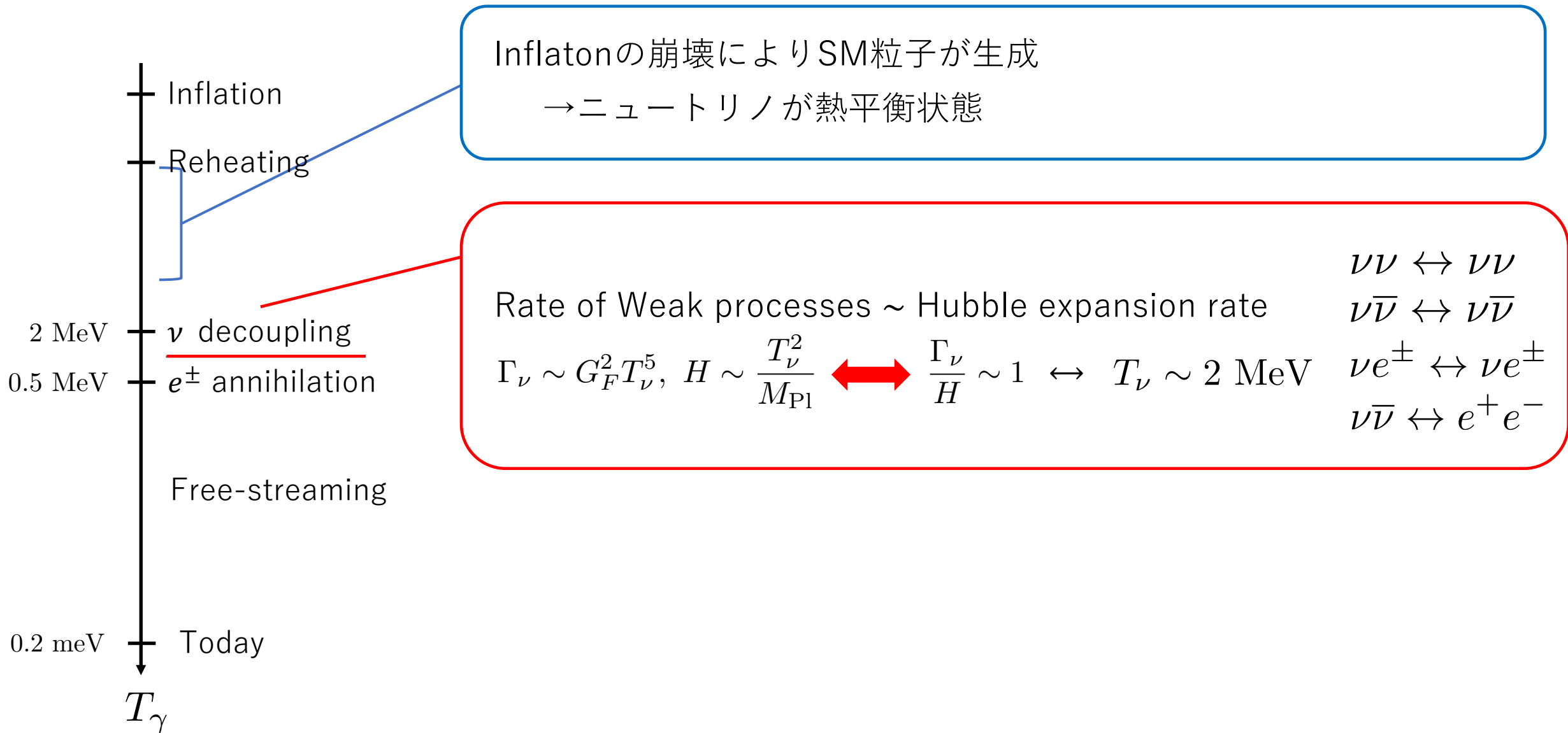
# CνBの歴史



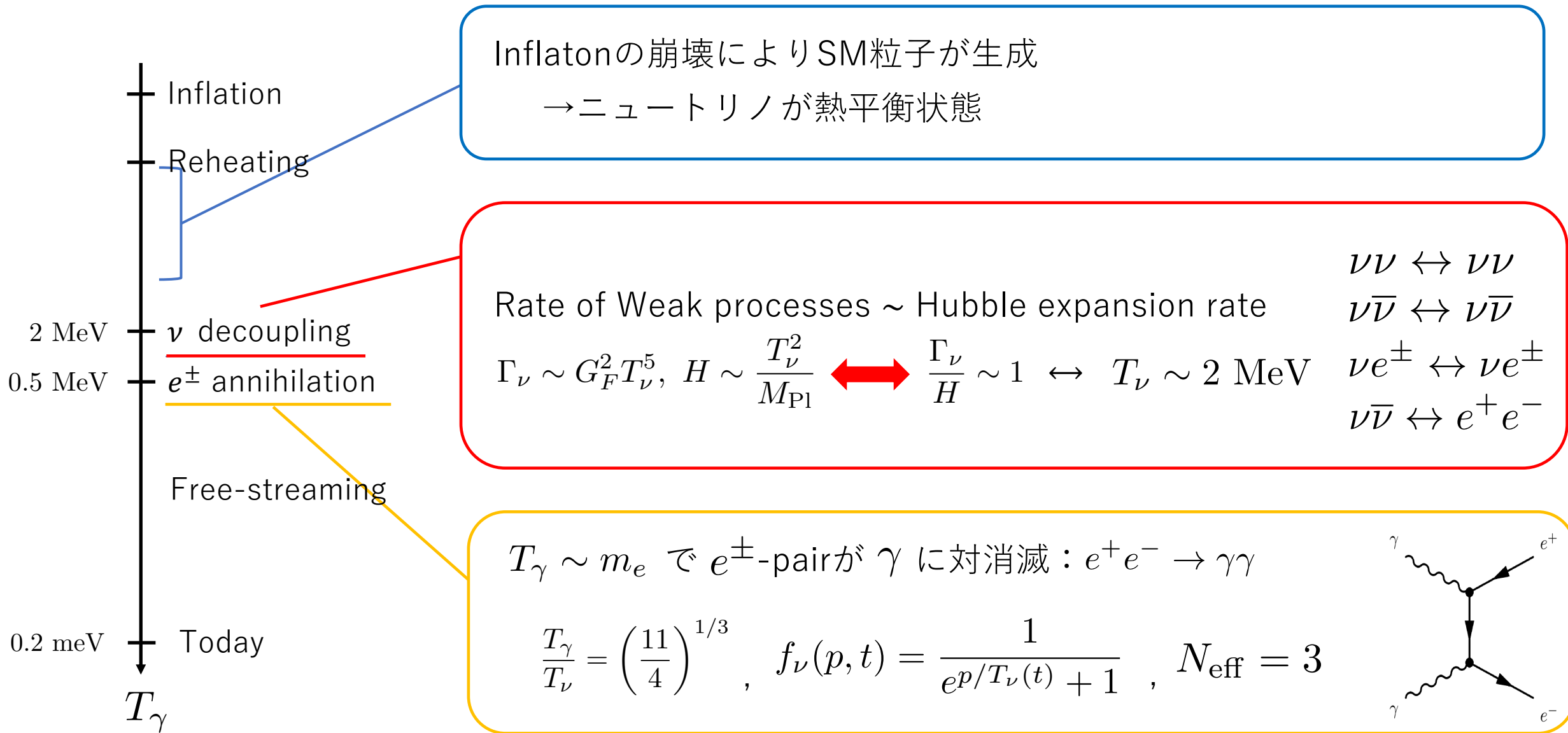
Inflatonの崩壊によりSM粒子が生成  
→ニュートリノが熱平衡状態



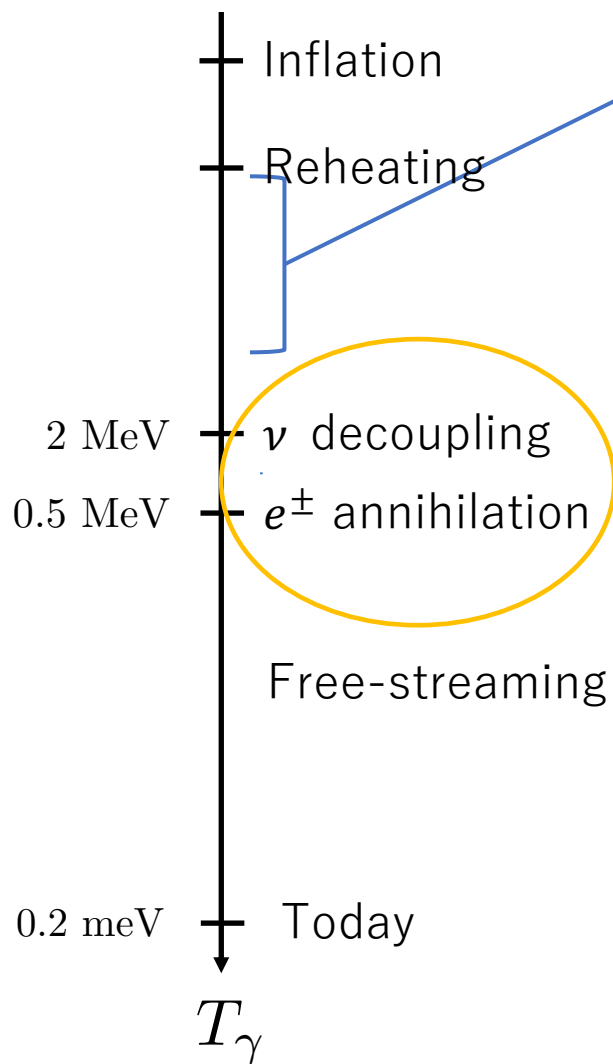
# $C\nu B$ の歴史



# $C\nu B$ の歴史



# CνBの歴史



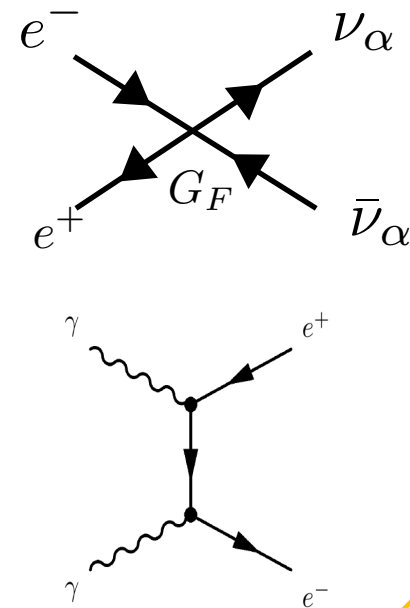
Inflatonの崩壊によりSM粒子が生成  
→ニュートリノが熱平衡状態

$T_{\text{dec}} \sim 2 \text{ MeV}$  と  $T_{\text{ann}} \sim m_e$  はほぼ同じ  
 $e^\pm$ -pairが  $\nu$  にもわずかに対消滅:  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$

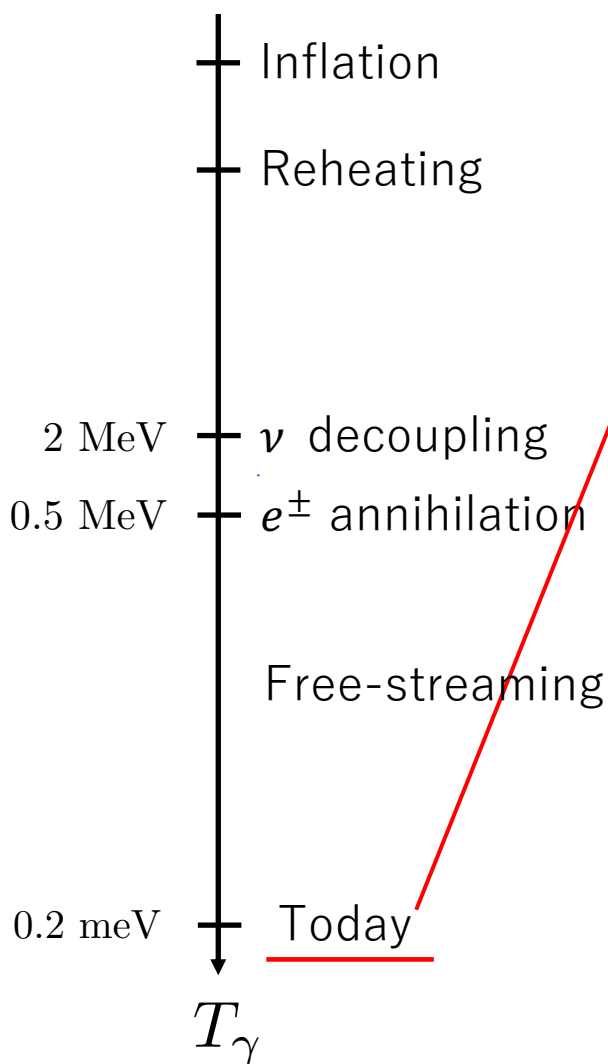
$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} < \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3}, \quad N_{\text{eff}} > 3$$

$$f_\nu(p, t) = \frac{1}{e^{p/T_\nu(t)} + 1} (1 + \delta f(p, t))$$

これを精密に評価する!



# CνBの歴史



- 平均運動量： $\langle p \rangle \sim 0.53 \text{ meV} \ll \sqrt{\Delta m_{21}^2}, \sqrt{|\Delta m_{31}^2|}$

→少なくとも二世代のニュートリノは**非相対論的**

- ニュートリノのDirac eq：

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_\alpha(x) - \underbrace{M_{\alpha\beta}}_{\text{Mass matrix}} \nu_\beta(x) = 0 \quad \nu_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_{\alpha L} \\ \nu_{\alpha R} \end{pmatrix}$$

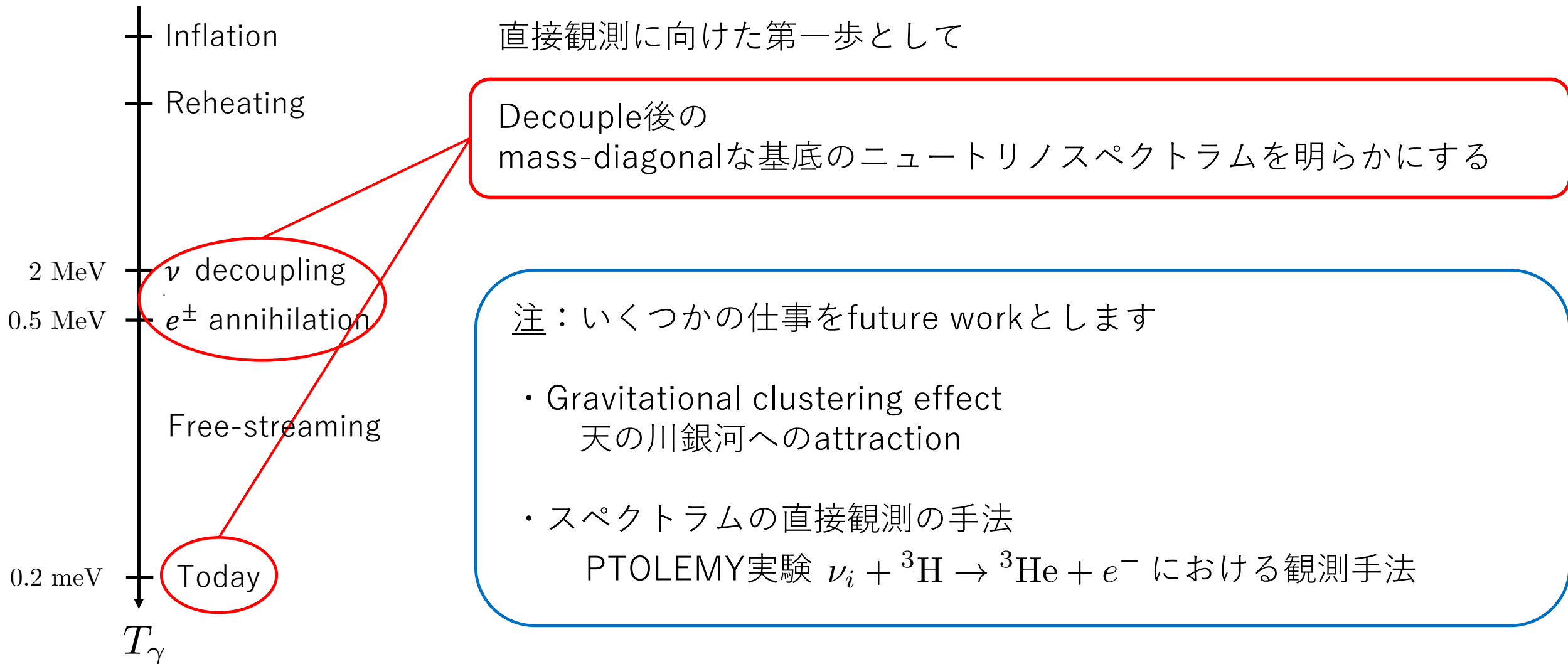
- $M$ の非対角項からflavor基底で演算子  $a_{\nu_\alpha}(p)$  やDirac spinor  $u_{\nu_\alpha}(p)$  の定義ができない(or 難しい)  
→**mass-diagonal**なstateなら可能

- $\nu_L \leftrightarrow \nu_R$  が起こる(chiralityが非保存)  
→helicityはdecoupleから現在まで保存

初期宇宙のleft-handedのスペクトラム

=現在のleft-helicityのスペクトラム

# 本研究の目標



# Outline

1. イントロ
2. 宇宙背景ニュートリノの歴史
3. ニュートリノスペクトラムの精密計算
4. まとめ

# Kinetic equations

Boltzmann equations(スペクトラムの時間発展式) + エネルギー保存則( $T_\gamma$ の時間発展式)

$$(\partial_t - H_p \partial_p) \rho_p = -i \left[ \left( \frac{M^2}{2p} - \frac{8\sqrt{2}G_F p}{3m_W^2} E \right), \rho_p \right] + \underline{C[\rho_p]} + \frac{d\rho}{dt} = -3H(\overset{\text{Energy density}}{\rho} + \underset{\text{Pressure}}{P})$$

ニュートリノ振動
衝突項(散乱、対消滅)

密度行列

$$\langle a_\beta^\dagger(\mathbf{p}) a_\alpha(\mathbf{p}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') (\rho_p)_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau \text{ or } 1, 2, 3)$$

Diagonal: スペクトラム  
Off-diagonal: 遷移振幅

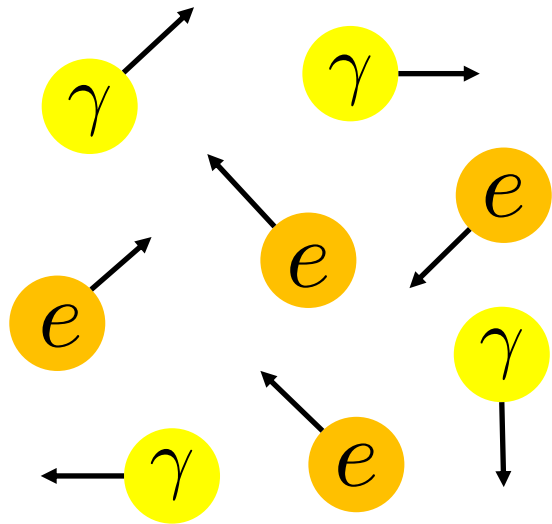
○以下のself-interaction由来の項を無視

ニュートリノ振動のself-int.による物質効果  
 $C[\rho_p]$ のself-int.のoff-diagonal parts

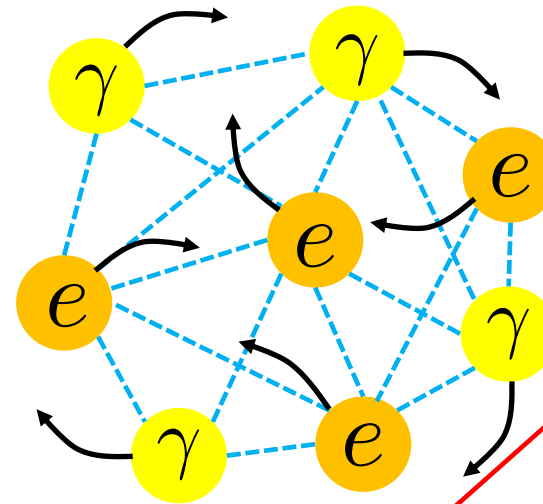
熱平衡状態だと0  
→ (振動) × (熱平衡からのずれ) 程度の寄与  
どちらも小さい

# Finite temperature corrections from QED

Ideal gas



Electromagnetic interaction



Photon propagator  
+ Thermal mass

$$\frac{\ln Z^{(3)}}{\beta V} \sim e^4 T^5 \int_0^\infty dp \frac{1}{p^2 + e^2 T^2}$$

$$\sim e^4 T^5 \frac{1}{eT}$$

$$\sim \mathcal{O}(e^2) + \mathcal{O}(e^3) + \mathcal{O}(e^4) + \dots$$

$\Delta N_{\text{eff}}^{(e^2)} \simeq 0.01$  がわかっている

$10^{-3}$ の精度のため  $\mathcal{O}(e^3)$  まで取り入れる

$$C[\rho_p](m_e), \rho_0, P_0$$



$$C[\rho_p](m_e + \delta m_e), \rho_0 + \delta \rho, P_0 + \delta P$$



# The flavor basis



# Setup

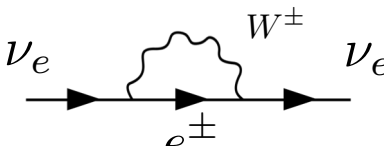
$$(\partial_t - Hp\partial_p)\rho_p = -i \left[ \underbrace{\left( \frac{M^2}{2p} - \frac{8\sqrt{2}G_F p}{3m_W^2} E \right)}_{\text{ニュートリノ振動}}, \rho_p \right] + \underbrace{C[\rho_p]}_{\text{衝突項(散乱、対消滅)}} + \frac{d\rho}{dt} = -3H(\rho + P)$$

$e^\pm$  の物質効果

- ニュートリノ振動:

[NuFIT 4.1 (2019)]

$$M^2 = U_{\text{PMNS}} \text{diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2) U_{\text{PMNS}}^\dagger$$

$$E = \text{diag}(\rho_{e^-} + \rho_{e^+}, 0, 0)$$


The diagram shows a neutrino line (ν<sub>e</sub>) with a loop of a W boson (W<sup>±</sup>) and an electron (e<sup>±</sup>). The neutrino line is represented by a solid line with an arrow, and the W boson loop is a wavy line. The electron line is a solid line with an arrow.

- 衝突項:

$$\nu_\alpha \nu_\beta \leftrightarrow \nu_\alpha \nu_\beta, \nu_\alpha \bar{\nu}_\beta \leftrightarrow \nu_\alpha \bar{\nu}_\beta, \nu_\alpha \bar{\nu}_\alpha \leftrightarrow \nu_\beta \bar{\nu}_\beta$$

$$e^- e^+ \leftrightarrow \nu_\alpha \bar{\nu}_\alpha, \nu_\alpha e^\pm \leftrightarrow \nu_\alpha e^\pm$$

Mass and mixing parameter: the best fit values in 2019

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$\left( \frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2}, \frac{\Delta m_{31}^2}{10^{-3} \text{ eV}^2}, s_{12}^2, s_{23}^2, s_{13}^2 \right)_{\text{NH}}$$

$$= (7.39, 2.525, 0.310, 0.582, 0.0224)$$

$$s_{ij}^2 + c_{ij}^2 = 1$$

\*CP対称性の保存を仮定:  $\delta_{\text{CP}} = 0$

係数の  $s_{13}$  が小さいので良い近似だろう

# Setup

$$(\partial_t - Hp\partial_p)\rho_p = -i \left[ \left( \frac{M^2}{2p} - \frac{8\sqrt{2}G_F p}{3m_W^2} E \right), \rho_p \right] + \underline{C[\rho_p]} + \frac{d\rho}{dt} = -3H(\rho + P)$$

$e^\pm$  の物質効果  
 ニュートリノ振動  
 衝突項(散乱、対消滅)

- Comoving coordinate

$$x = m_e a, \quad y = pa, \quad z = T_\gamma a$$

time                      momentum                      photon temperature

- Normalization

$$a = \frac{1}{T_\nu} \quad \text{in high temperature} \quad \rightarrow \quad x = \frac{m_e}{T_\nu}, \quad y = \frac{p}{T_\nu}, \quad z = \frac{T_\gamma}{T_\nu}$$

- 初期条件 (熱平衡状態)

$$x_{\text{in}} = m_e/(10 \text{ MeV}), \quad z \simeq 1, \quad \rho_y^{\text{in}} = \text{diag} \left( \frac{1}{e^{y/z_{\text{in}}} + 1}, \frac{1}{e^{y/z_{\text{in}}} + 1}, \frac{1}{e^{y/z_{\text{in}}} + 1} \right).$$

# Flavor neutrino spectra

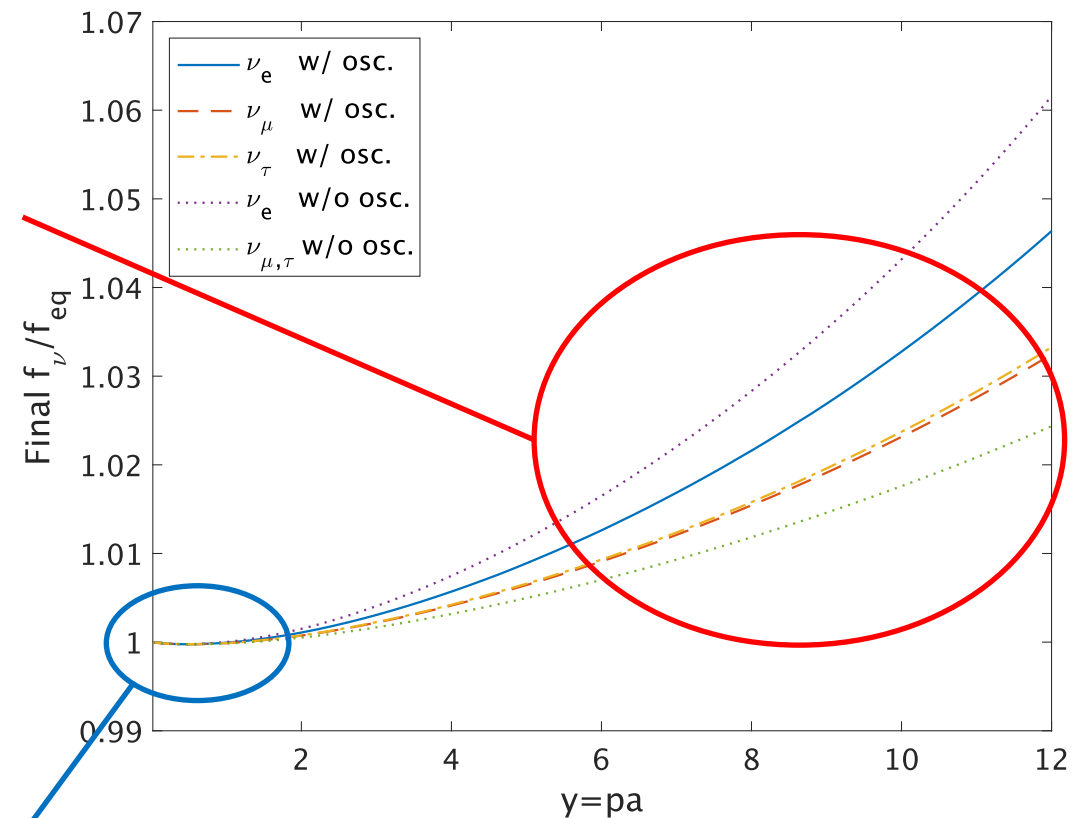
- 反応率： $\Gamma_\nu \propto p \rightarrow$  大きい  $p$  ほど歪みが大きい

- Charged current

$$J_{e\nu_e}^\mu = \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e$$

を通じて  $\nu_e$  の歪みが大きくなる

- ニュートリノ振動は各スペクトラムを平衡化
- 小さい運動量は対消滅していない高エネルギーの電子との散乱により大きい運動量にシフト



Decouple後のスペクトラム

$$f_{\text{eq}} = (e^y + 1)^{-1} \text{で規格化}$$

# Flavor neutrinoの特徴量

- $N_{\text{eff}}$  への各効果の寄与

ニュートリノ振動: +0.00056

$\mathcal{O}(e^2)$  の有限温度効果: +0.01026

$\mathcal{O}(e^3)$  の有限温度効果: -0.00095

$$N_{\text{eff}} = 3.044$$

- ニュートリノ振動は  $N_{\text{eff}}$  を増やす?

ニュートリノ振動により  $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu, \tau}$

(Pauli blocking factor  $(1 - f_{\nu_e})$  が大きくなる)

→  $e^\pm$  の  $\nu_e$  への対消滅が促進

→  $N_{\text{eff}}$  (ニュートリノのenergy density) 増加

Case	$z_{\text{fin}}$	$N_{\text{eff}}$
Instantaneous decoupling	1.40102	3.000
No mixing + No QED	1.39910	3.03404
No mixing + QED up to $\mathcal{O}(e^2)$	1.39789	3.04430
No mixing + QED up to $\mathcal{O}(e^3)$	1.39800	3.04335
mixing + QED up to $\mathcal{O}(e^2)$	1.39786	<u>3.04486</u>
mixing + QED up to $\mathcal{O}(e^3)$	1.39797	<u>3.04391</u>

先行研究の  $N_{\text{eff}} = 3.045$  と一致

[de Salas et al., 1606.06986]

# The mass basis

$$U_{ie}^* \begin{array}{c} \text{orange hat} \\ \text{yellow face} \\ \text{blue and white striped shirt} \\ \text{brown sign with } \nu_e \end{array} + U_{i\mu}^* \begin{array}{c} \text{teal hat} \\ \text{yellow face} \\ \text{blue and white striped shirt} \\ \text{teal sign with } \nu_\mu \end{array} + U_{i\tau}^* \begin{array}{c} \text{pink hat} \\ \text{yellow face} \\ \text{blue and white striped shirt} \\ \text{brown sign with } \nu_\tau \end{array}$$

# Setup

$$(\partial_t - Hp\partial_p)\rho_p = -i \left[ \underbrace{\left( \frac{M_{\text{diag}}^2}{2p} - \frac{8\sqrt{2}G_{FP}}{3m_W^2} \tilde{E} \right)}_{\text{ニュートリノ振動}}, \rho_p \right] + \underbrace{C[\rho_p]}_{\text{衝突項(散乱、対消滅)}} + \frac{d\rho}{dt} = -3H(\rho + P)$$

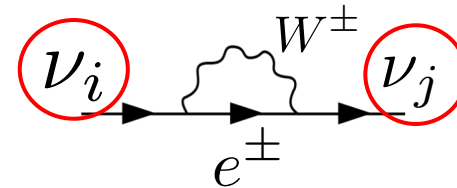
$e^\pm$  の物質効果

- ニュートリノ振動:

$$M_{\text{diag}}^2 = \text{diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$$

$$\tilde{E} = U_{\text{PMNS}}^\dagger E U_{\text{PMNS}}$$

$$= U_{\text{PMNS}}^\dagger \text{diag}(\rho_{e^-} + \rho_{e^+}, 0, 0) U_{\text{PMNS}}$$



- 衝突項:

Neutral currents

$$J_{\nu\nu}^\mu = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_\alpha = \sum_{i=1,2,3} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_i$$



Self interactionは変化なし

Charged currents

$$J_{e\nu_e}^\mu = \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e = \sum_{i=1}^3 \underbrace{U_{ei}^*}_{\text{PMNS matrix}} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e$$



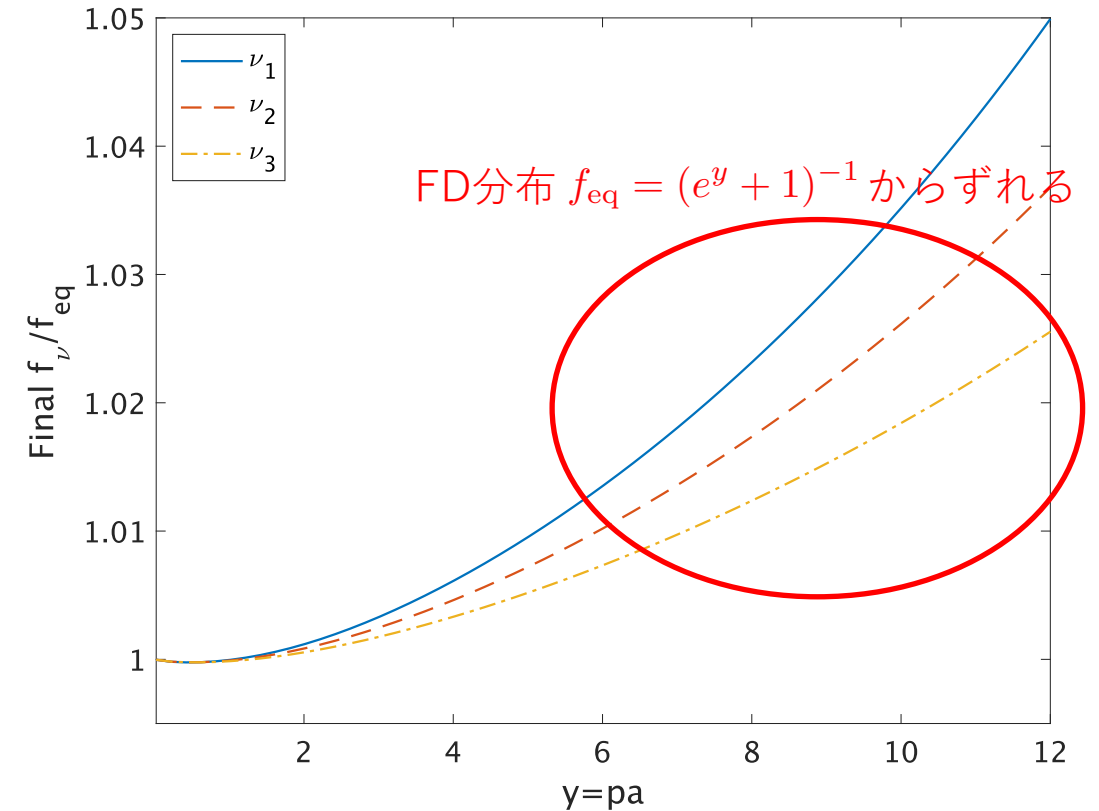
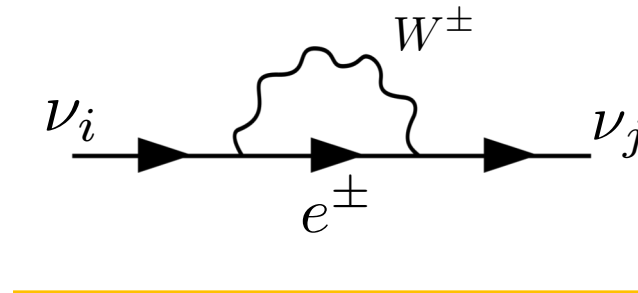
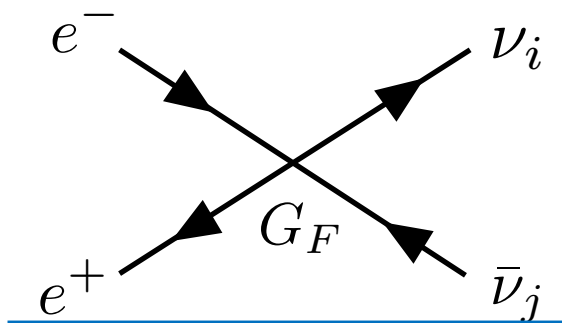
$e^- e^+ \leftrightarrow \nu_i \bar{\nu}_j, \nu_i e^\pm \leftrightarrow \nu_j e^\pm$

# Massive neutrino spectra

- Charged currents

$$\begin{aligned}
 J_{e\nu_e}^\mu &= \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e, \\
 &= \sum_{i=1}^3 \underbrace{U_{ei}^*}_{\text{PMNS行列}} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e.
 \end{aligned}$$

による散乱、対消滅、物質中の振動によって  
 スペクトラムに違いが生じる



Decouple後のスペクトラム

$$f_{\text{eq}} = (e^y + 1)^{-1} \text{で規格化}$$



# Massive neutrinoの特徴量

- $N_{\text{eff}}$  は flavor 基底の値と一致！

$$N_{\text{eff}} = 3.044$$

- $N_{\text{eff}}$  への  $\mathcal{O}(e^3)$  の有限温度効果の寄与  
: +0.00095

flavor 基底と一致

- 直接観測によって初期宇宙への制限  
を得る上で役立つはず

Case	$z_{\text{fin}}$	$N_{\text{eff}}$
QED up to $\mathcal{O}(e^2)$	1.39786	3.04483
QED up to $\mathcal{O}(e^3)$	1.39797	<u>3.04388</u>

Case	$\delta\bar{\rho}_{\nu_1}(\%)$	$\delta\bar{\rho}_{\nu_2}(\%)$	$\delta\bar{\rho}_{\nu_3}(\%)$
QED up to $\mathcal{O}(e^2)$	0.764	0.573	0.409
QED up to $\mathcal{O}(e^3)$	0.764	0.574	0.409

Case	$\delta\bar{n}_{\nu_1}(\%)$	$\delta\bar{n}_{\nu_2}(\%)$	$\delta\bar{n}_{\nu_3}(\%)$
QED up to $\mathcal{O}(e^2)$	0.468	0.350	0.248
QED up to $\mathcal{O}(e^3)$	0.468	0.350	0.248

$$\delta\bar{\rho}_{\nu_i} = (\rho_{\nu_i} - \rho_{\nu_0})/\rho_{\nu_0}, \quad \delta\bar{n}_{\nu_i} = (n_{\nu_i} - n_{\nu_0})/n_{\nu_0}$$

# Flavorとmass基底におけるスペクトラムの関係

Flavor基底：初期宇宙の相互作用を理解し易い  
 Mass基底：非相対論ニュートリノを理解し易い  
 → flavorとmass基底のスペクトラムの関係は？

しかし両方でスペクトラム  
 を計算するのは大変。。

In ultra-relativistic limit,

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} \nu_i \quad \longleftrightarrow \quad a_\alpha(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} a_i(\mathbf{p}, t) \quad (\alpha = e, \mu, \tau)$$

$$(\rho_p)_{\alpha\beta} = \sum_{i,j=1,2,3} U_{\beta j}^* U_{\alpha i} (\rho_p)_{ij} \quad \langle a_\beta^\dagger(\mathbf{p}) a_\alpha(\mathbf{p}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') (\rho_p)_{\alpha\beta}$$

Decouple後のmass基底は振動も相互作用もしない →  $(\rho_p)_{ij} \simeq 0 \ (i \neq j)$

$$f_{\nu_\alpha}(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1,2,3} |U_{\alpha i}|^2 f_{\nu_i}(\mathbf{p}, t)$$

数値計算とも合っている

この関係を使えば、別の基底の分布関数を求めることができる！

# まとめ

- $N_{\text{eff}}$  は初期宇宙に制限を課す指標で、将来観測によって、1%まで観測精度が改善
- このため、SMの枠組みで  $N_{\text{eff}}$  を  $10^{-3}$  の精度で評価した。これを達成するために、QEDからの  $\mathcal{O}(e^3)$  の有限温度効果を初めて取り入れて計算し、 $N_{\text{eff}} = 3.044$ .
- そして、 $C\nu B$  の直接観測は  $N_{\text{eff}}$  以上の情報を手に入れる手段の一つであり、この観測のためには、mass-diagonalな基底の  $C\nu B$  スペクトラムを観測するべきである
- このため、decouple後のmass-diagonalな基底のスペクトラムを明らかにした