初期宇宙からの重力波と密度揺らぎによるその歪み

神野 隆介 (DESY)

Based on 2002.11083 (JCAP published)

with Valerie Domcke (DESY→CERN) and Henrique Rubira (DESY)

2020.8.31 @ 素粒子物理学の進展2020

イントロ

重力波：宇宙への新たなプローブ

- 重力波

  計量のtransverse-traceless部分

  $$ds^2 = -dt^2 + a^2(\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j$$

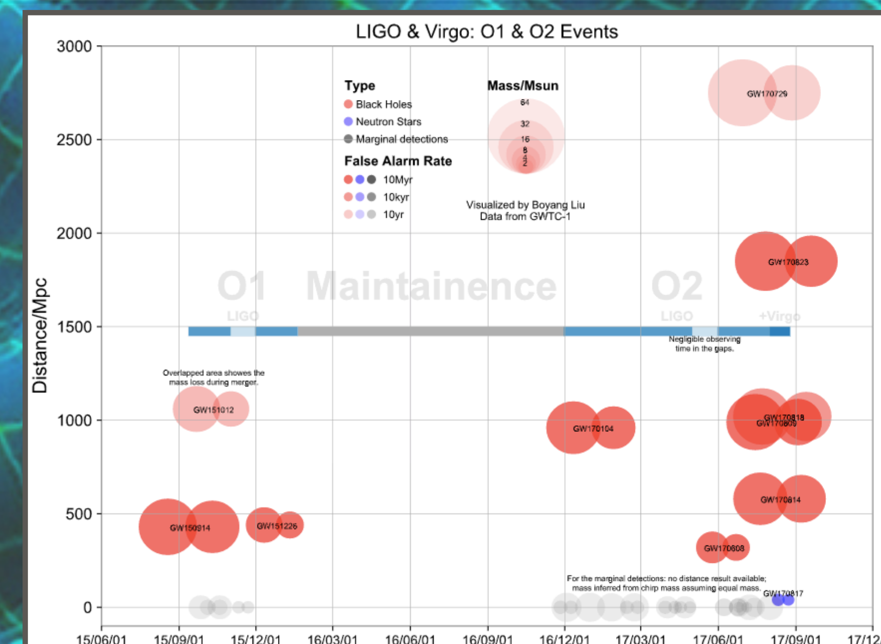
  エネルギー運動量テンソルをソースとする

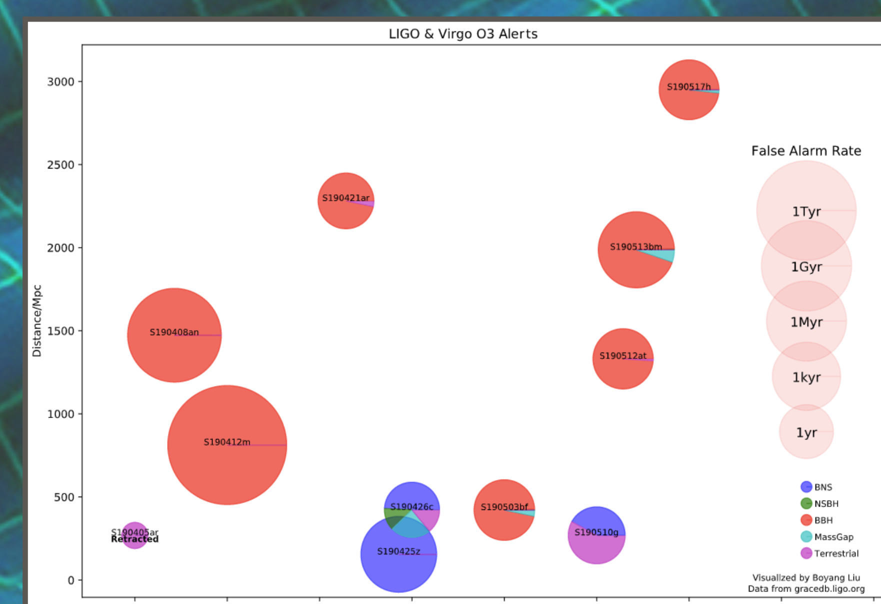
  波動方程式に従う

  $$\Box h_{ij} \sim G T_{ij}$$

- LIGO & Virgo collaborationにより

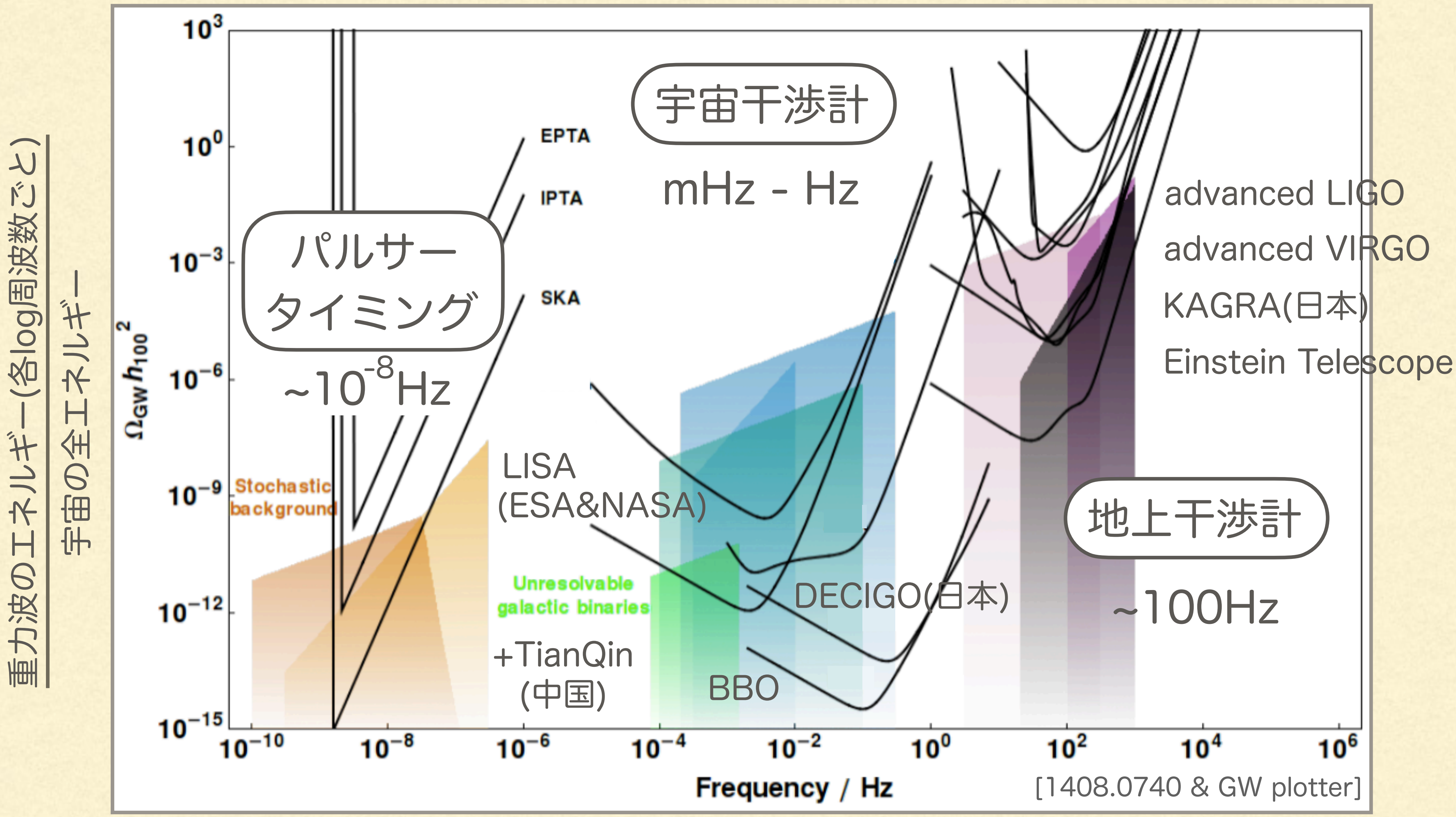
  多数のイベントが検出されている





[Wikipedia "List of gravitational wave observations"]
[see also https://gracedb.ligo.org/superevents/public/O3/]

現在&将来観測計画

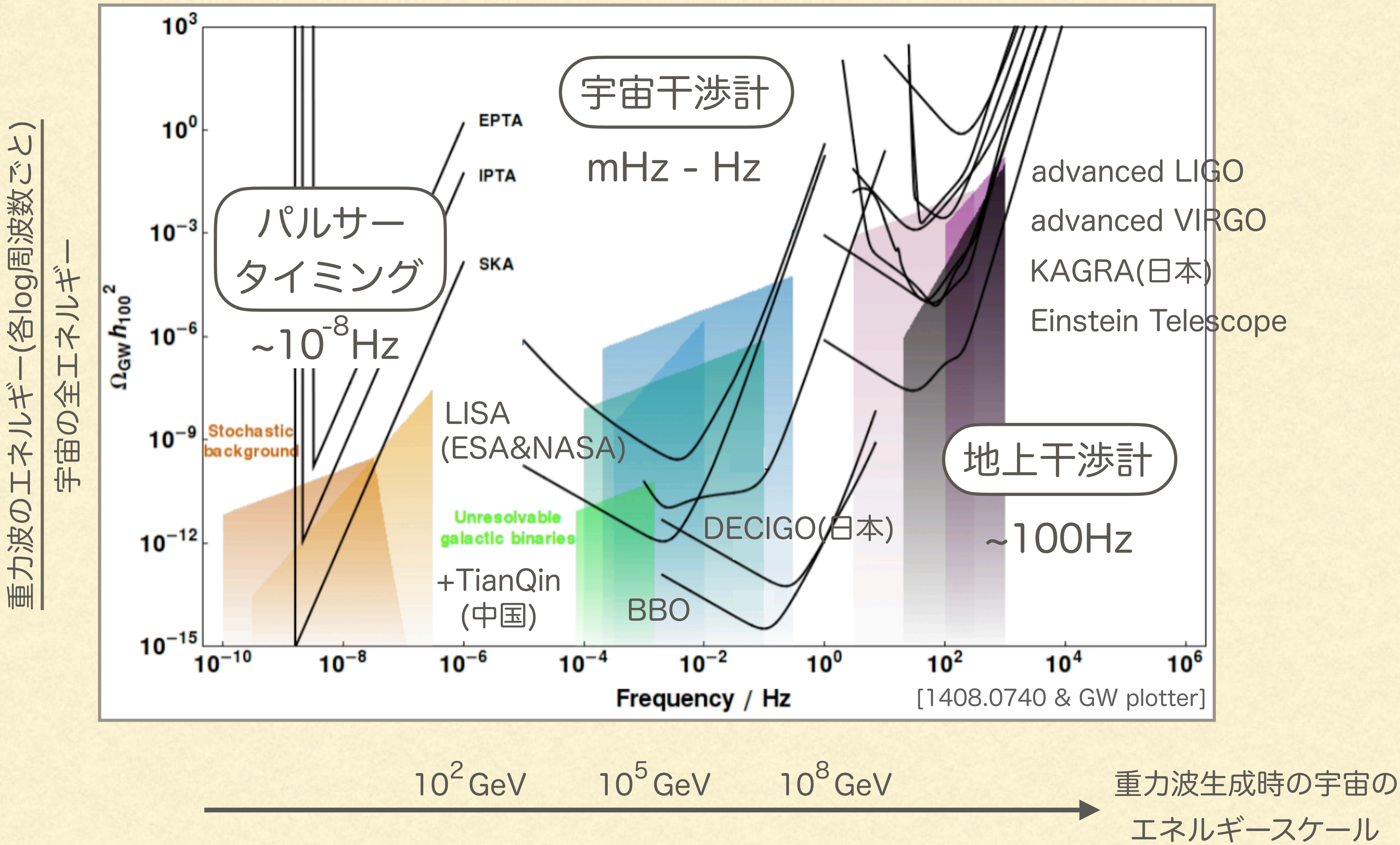


高エネルギー物理の観点で何が面白い？ [→ 黒柳さんのトーク]

大雑把に、周波数↔エネルギースケール対応がある

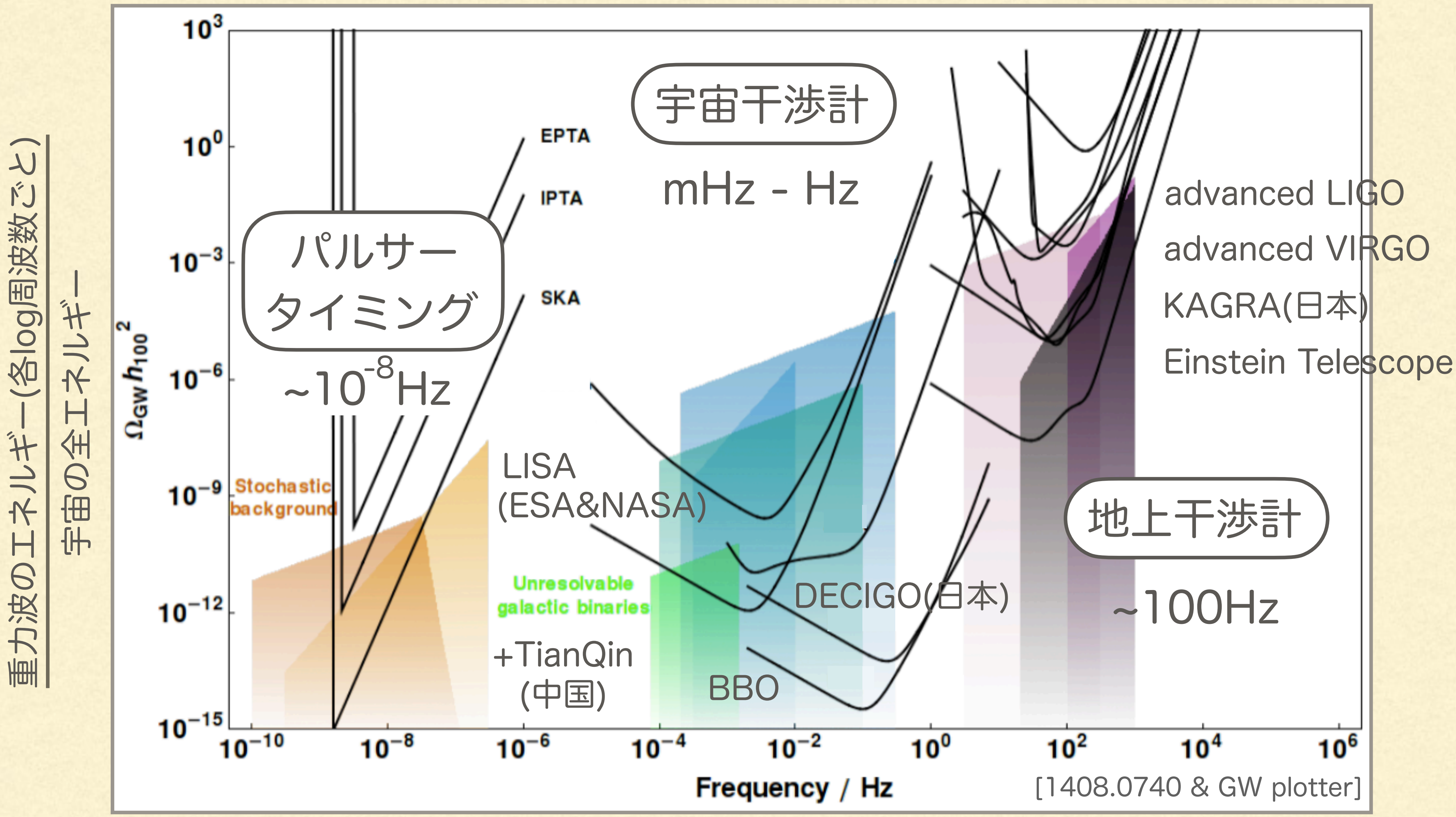
(注: 初期宇宙でHubble horizon程度の波長の重力波生成が起きたと仮定)

現在&将来観測計画



(注: 初期宇宙でHubble horizon程度の波長の重力波生成が起きたと仮定)

現在&将来観測計画



10^{-1}GeV 10^{2}GeV 10^{5}GeV

重力波生成時の宇宙の
エネルギースケール

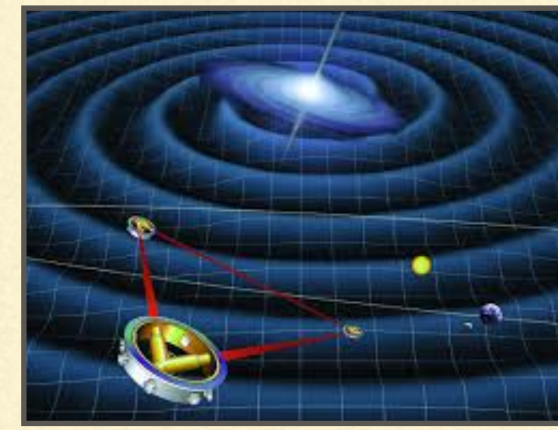
(注: 初期宇宙でHubble horizon ×1/1000 の波長の重力波生成が起きたと仮定)

将来観測計画(例)

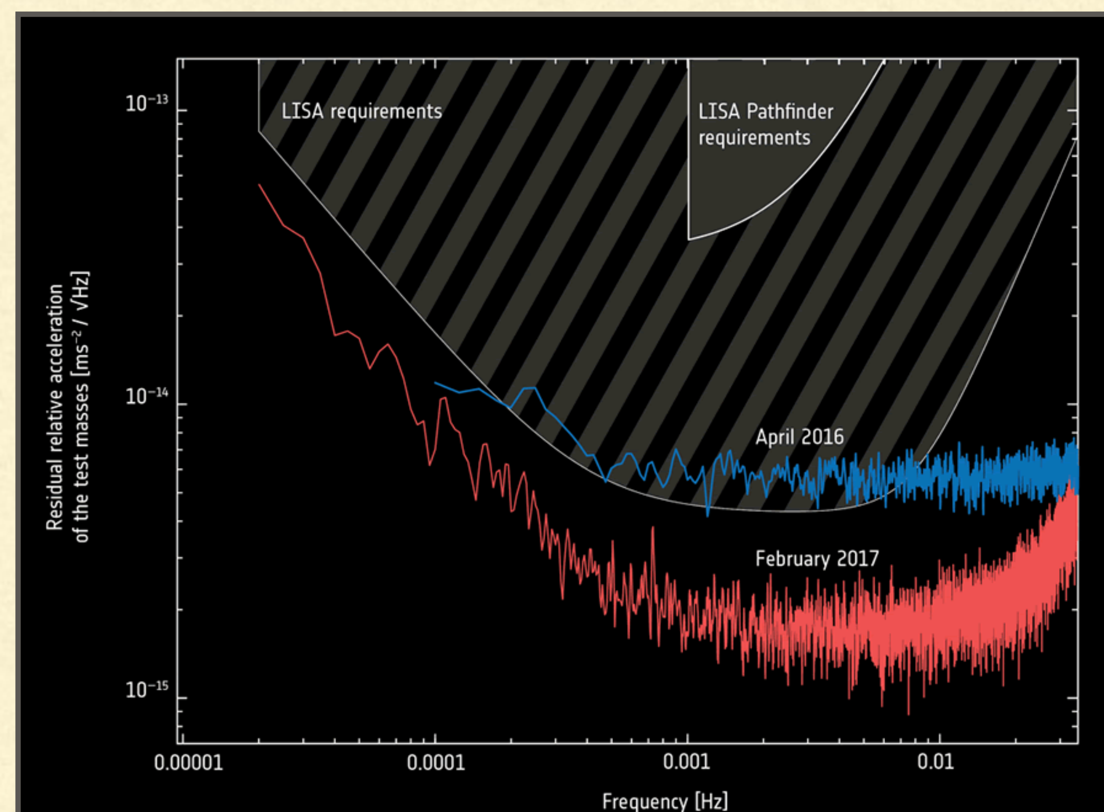
[https://lisa.nasa.gov/#lisaPathfinder]

[https://aasarchives.blob.core.windows.net/files/aastcs_6_abstracts_2018-06-27.pdf]

- LISA (Laser Interferometer Space Antenna)

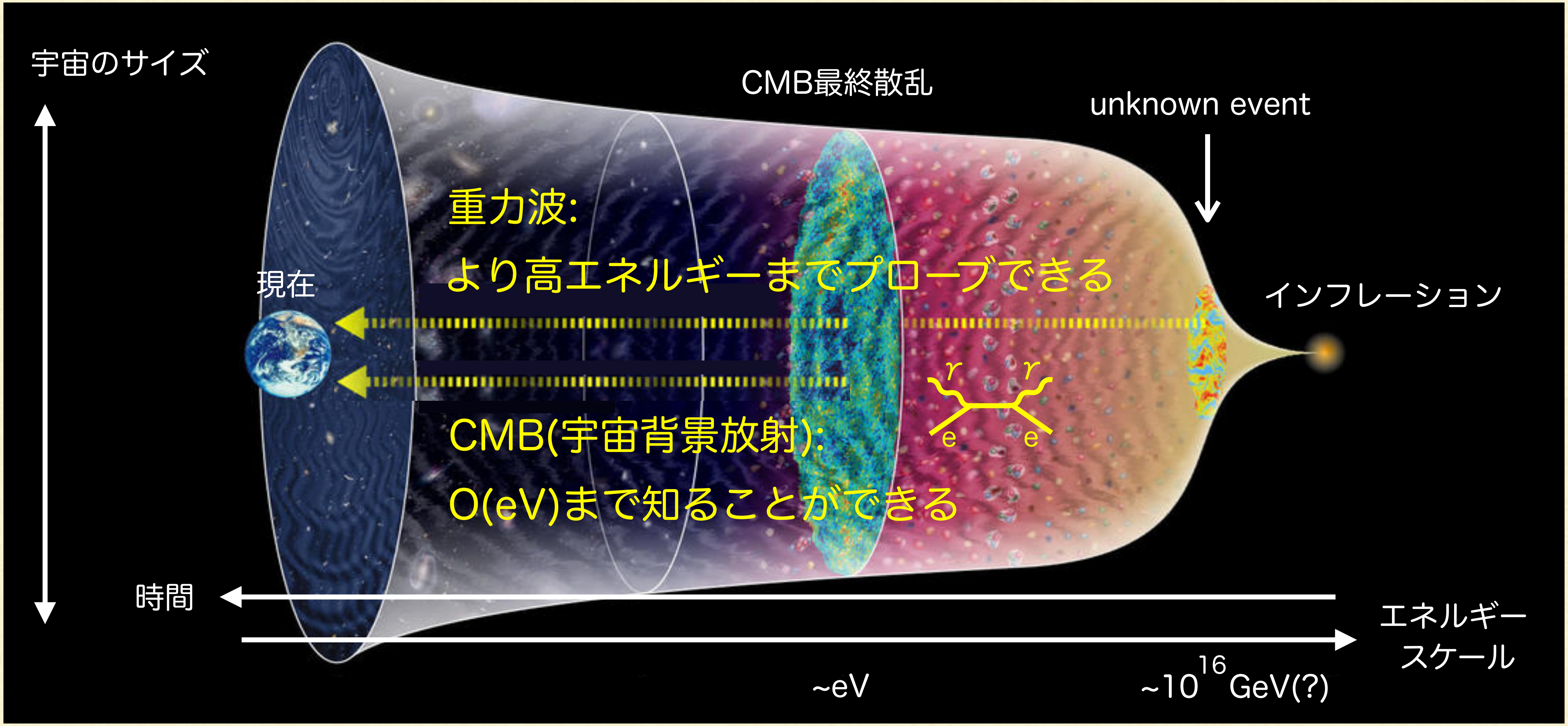


  - ESA & NASA主導の計画
  - 2017年にthird-large class mission (L3)に選択され、2034年の稼動開始が決定
  - 3つの衛星。衛星間の距離 = 250万km。
  - 2015年からLISA pathfinderでテクノロジーの実証。 結果→



初期宇宙起源の重力波

- 重力波の何が特別なのか



本講演のポイント

- 初期宇宙由来の重力波が観測されたとする

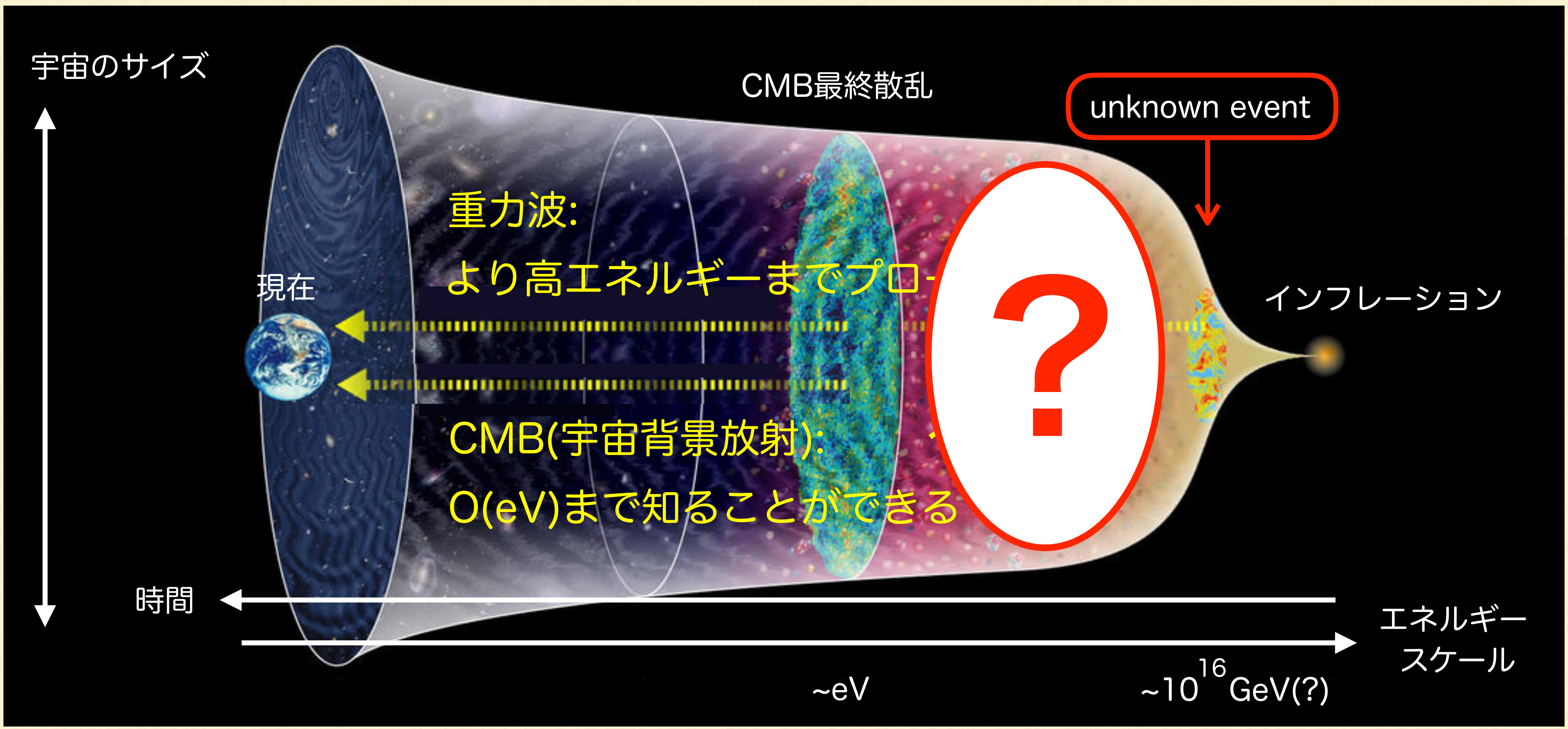
(それ自体すごいことで、重力波生成時の宇宙の様子がわかる
→そのエネルギースケールの素粒子物理に示唆がある)

- さらに、「生成時」だけでなく「生成後」の
integrated historyが重力波スペクトルに乗っている

- 重力波スペクトルを丁寧に観測することで、
「密度揺らぎ」のintegrated historyがわかるかも

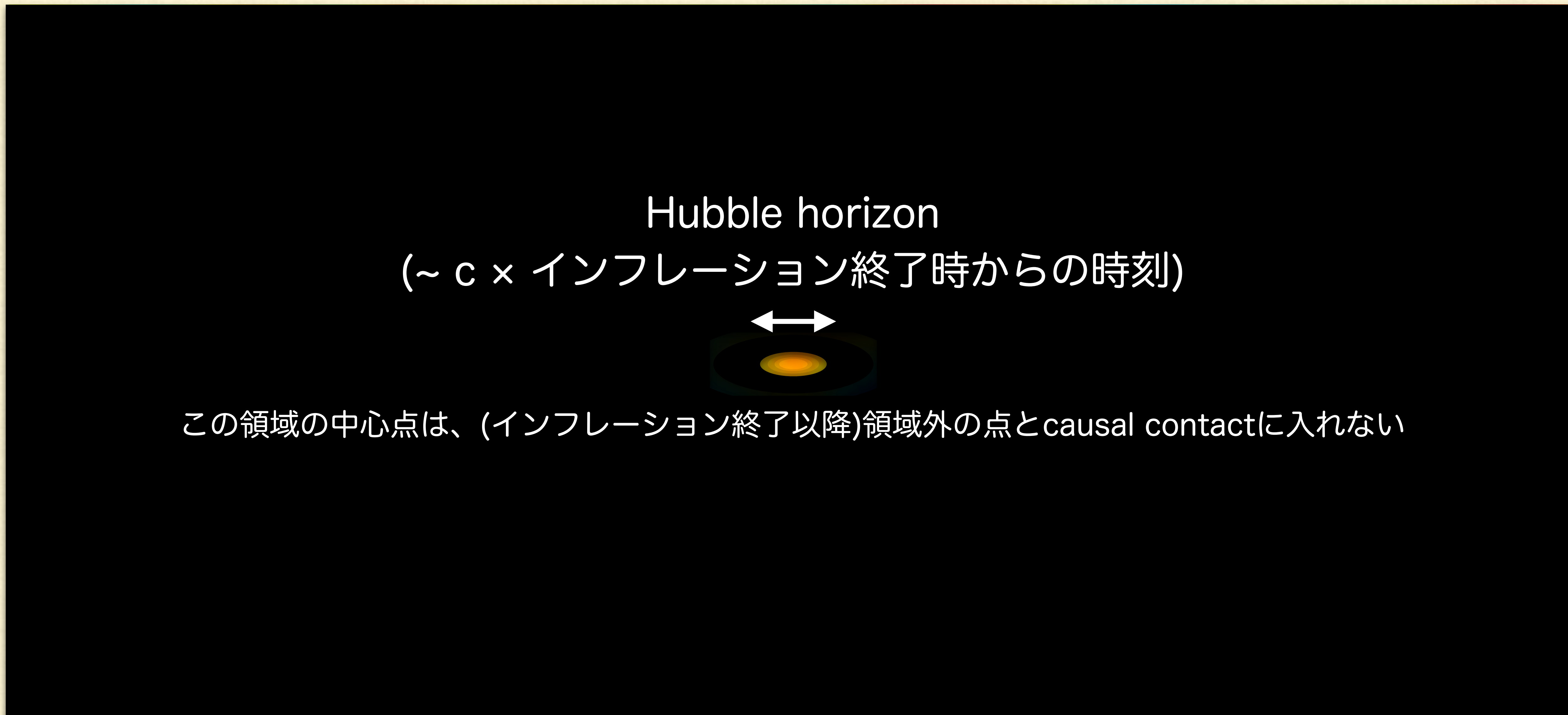
初期宇宙起源の重力波

- 重力波の何が特別なのか



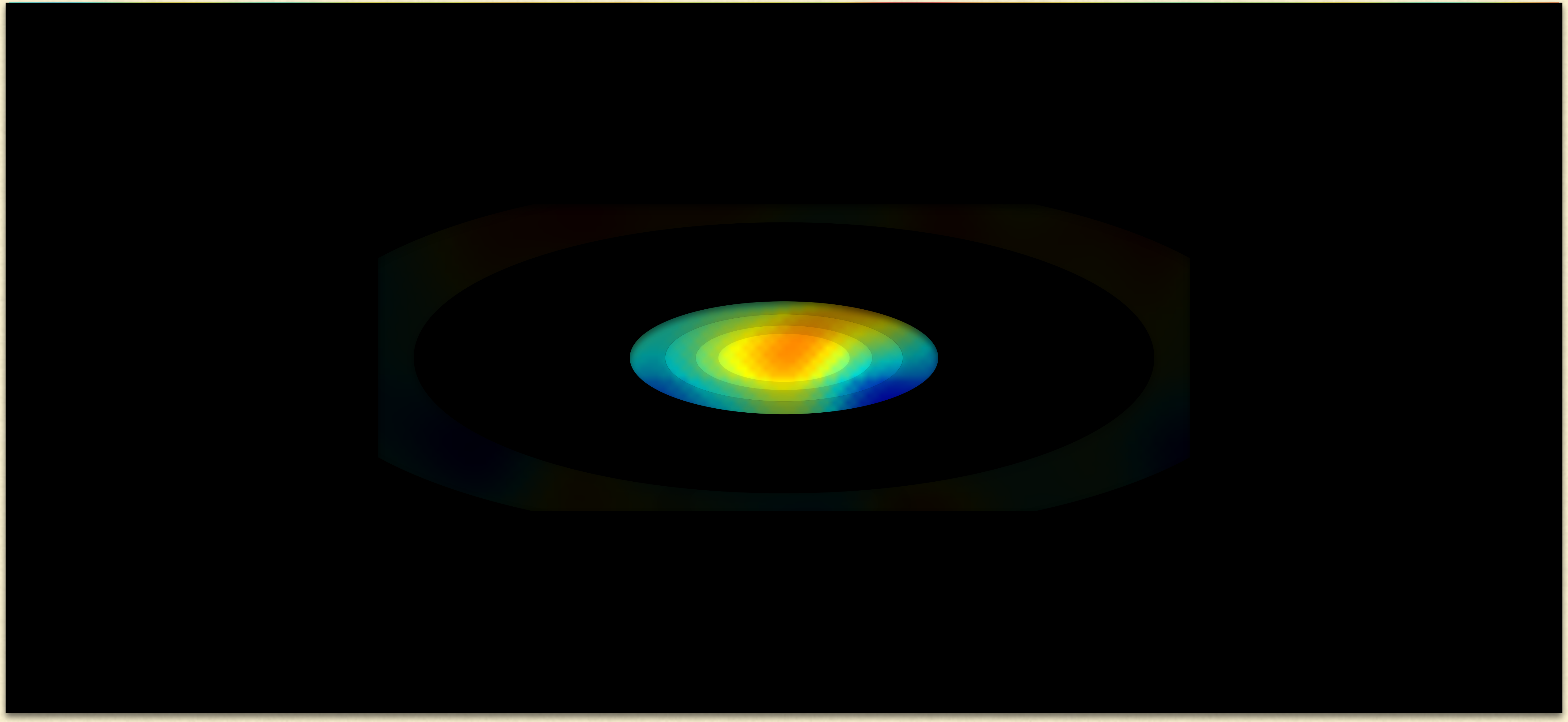
密度揺らぎとは？

- ? の時期に何が起こっているのか



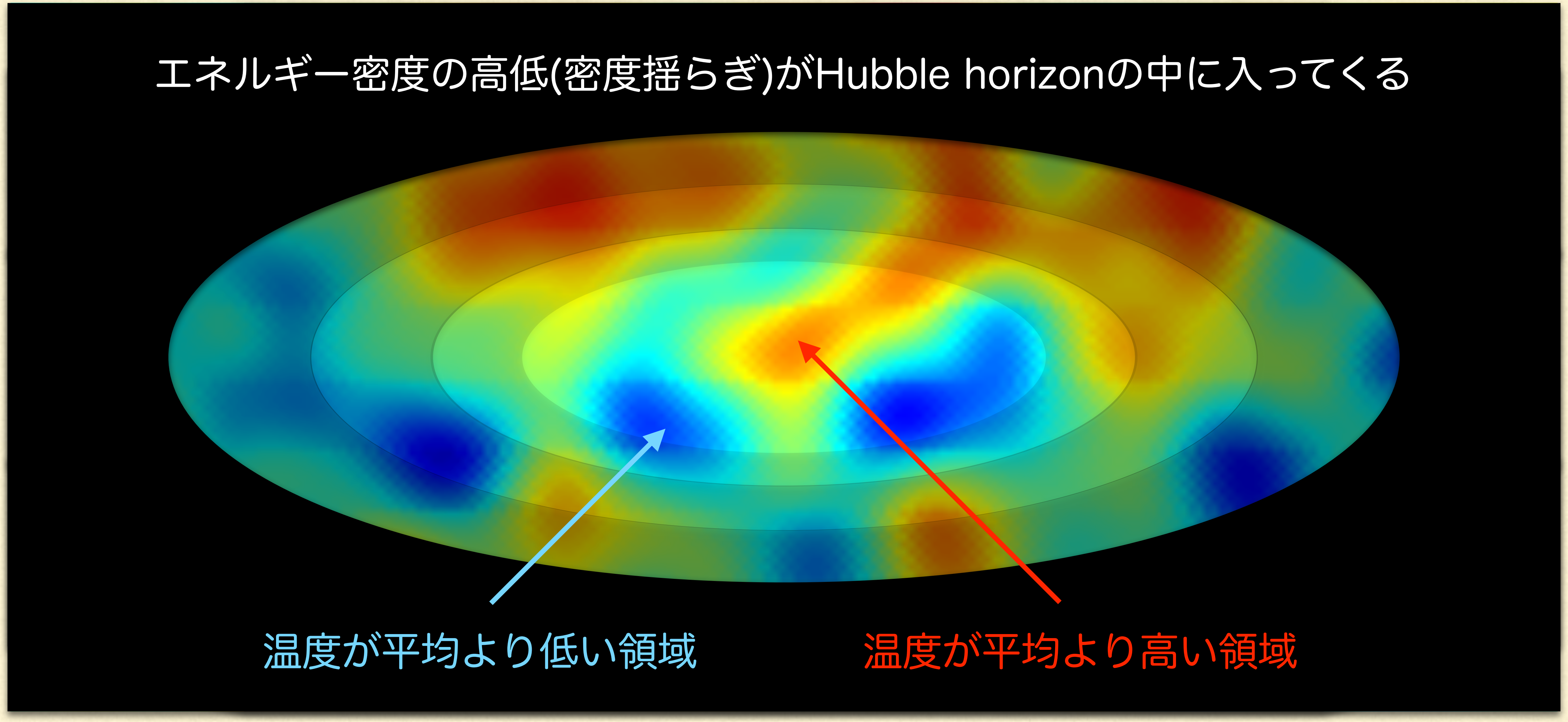
密度揺らぎとは？

- ? の時期に何が起こっているのか



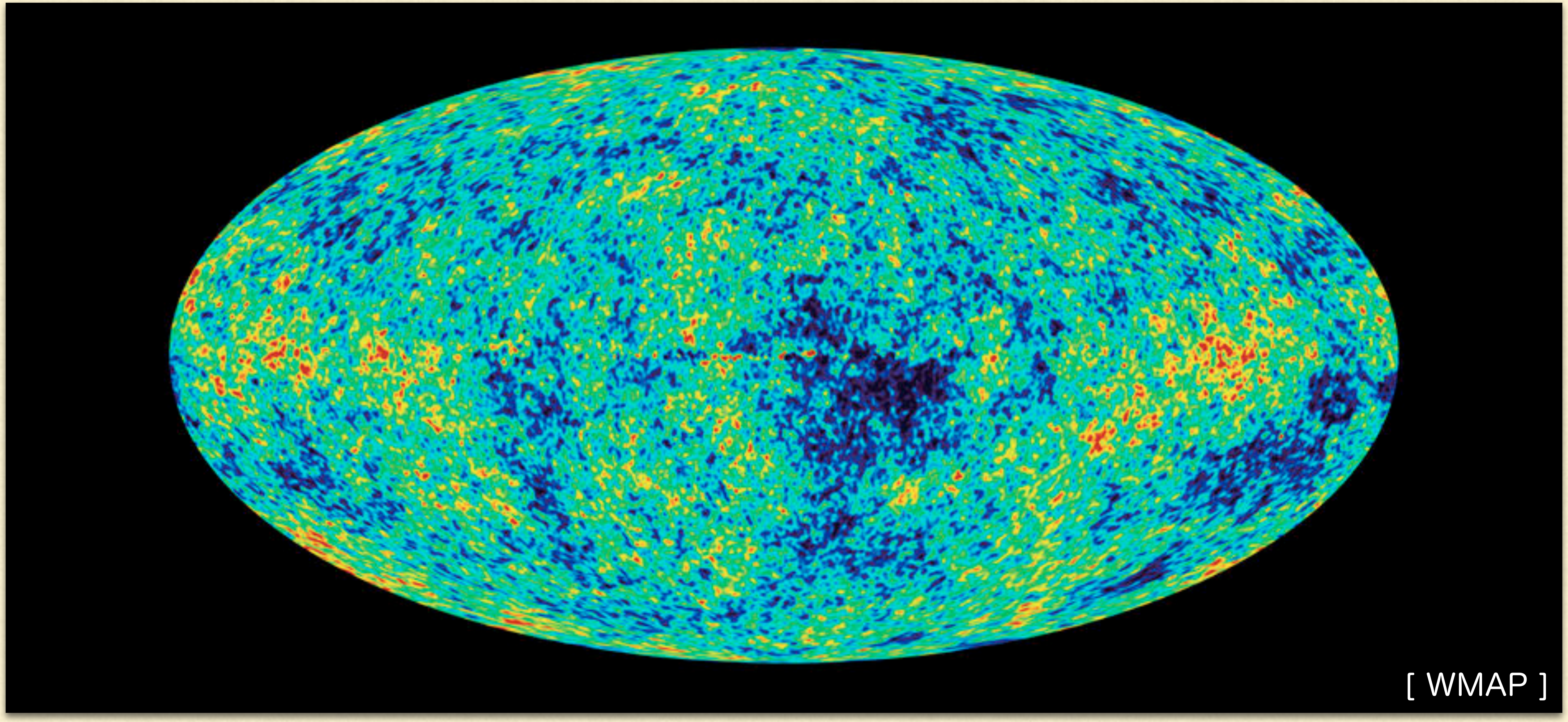
密度揺らぎとは？

- ? の時期に何が起こっているのか



密度揺らぎとは？

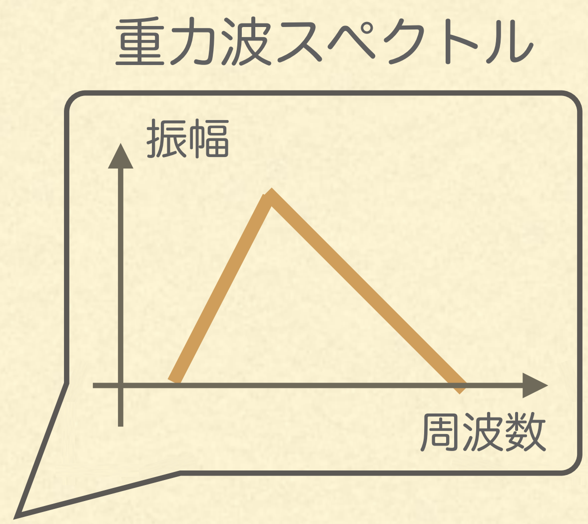
- これは(注目したい典型的時期や長さが異なるが)CMBで起きていることと同じ



アイディア

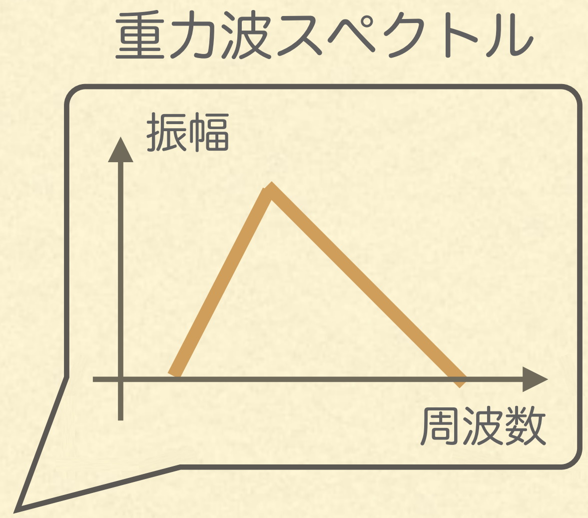
アイディア

- もし宇宙が完全に
一様等方だったら…



アイディア

- もし宇宙が完全に
  一様等方だったら…



例: [→ 黒柳さんのトーク]

- 一次相転移(からのバブル衝突等)
  [→ 端野くんのトーク]
- 宇宙ひも・ドメインウォール
- インフレーション起源の重力波
  (のhorizon entry)
- インフレーション終了時の
  粒子生成に伴う重力波
  [→ 榎本さんのトーク]

アイディア

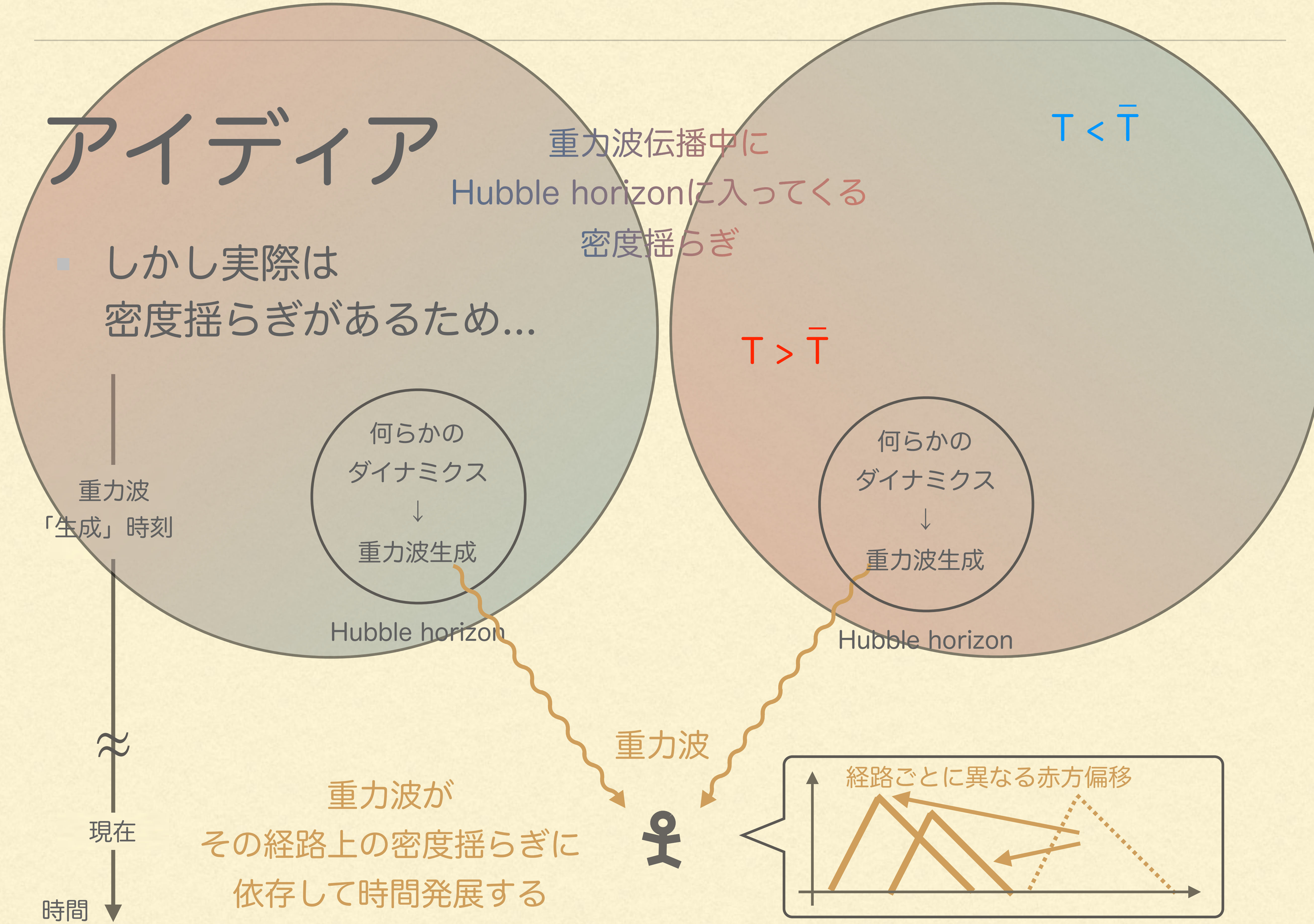
- もし宇宙が完全に
一様等方だったら…

アイディア

- しかし実際は
  密度揺らぎがあるため…

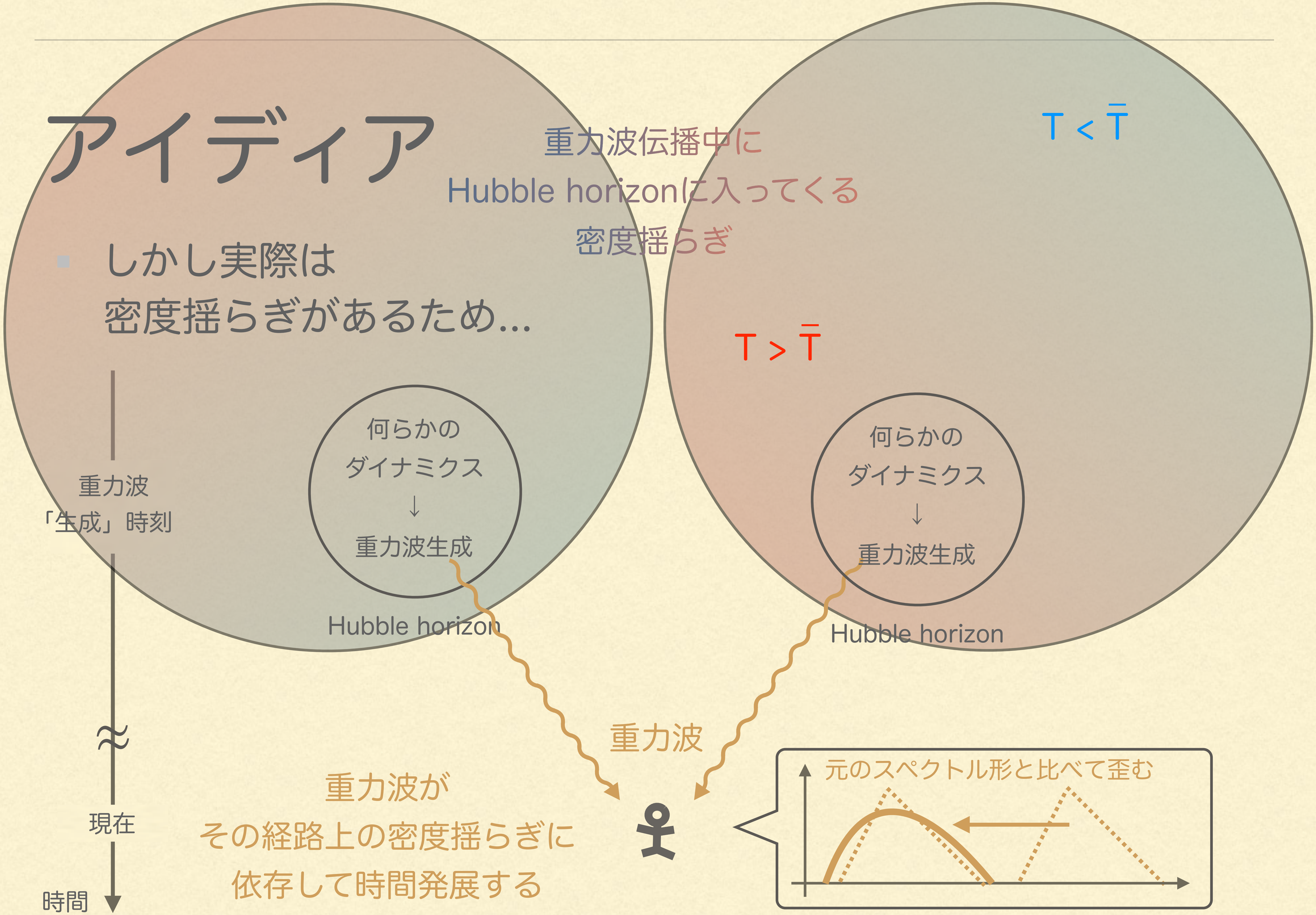
アイディア

- しかし実際は
  密度揺らぎがあるため…



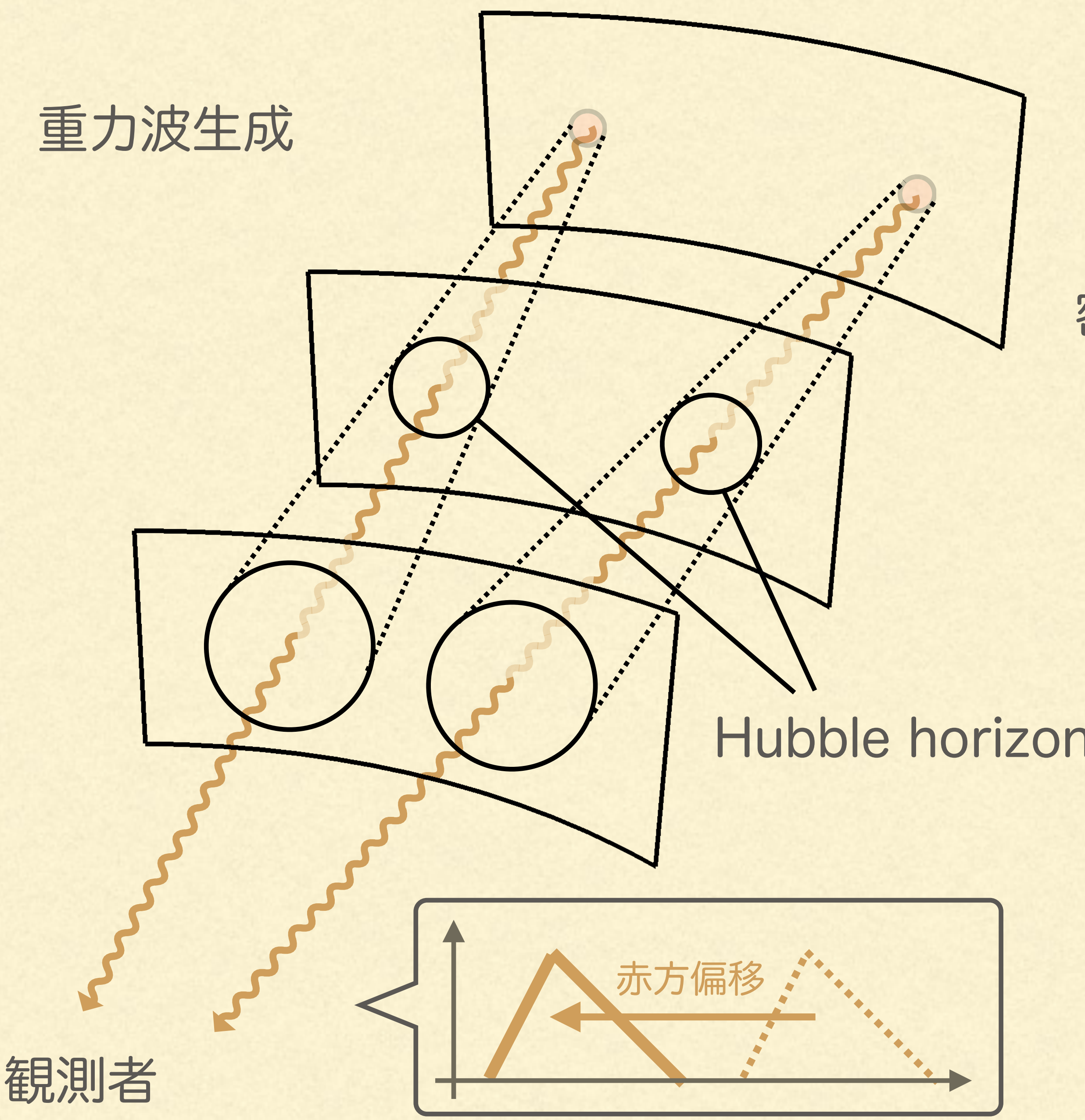
アイディア

- しかし実際は
  密度揺らぎがあるため...

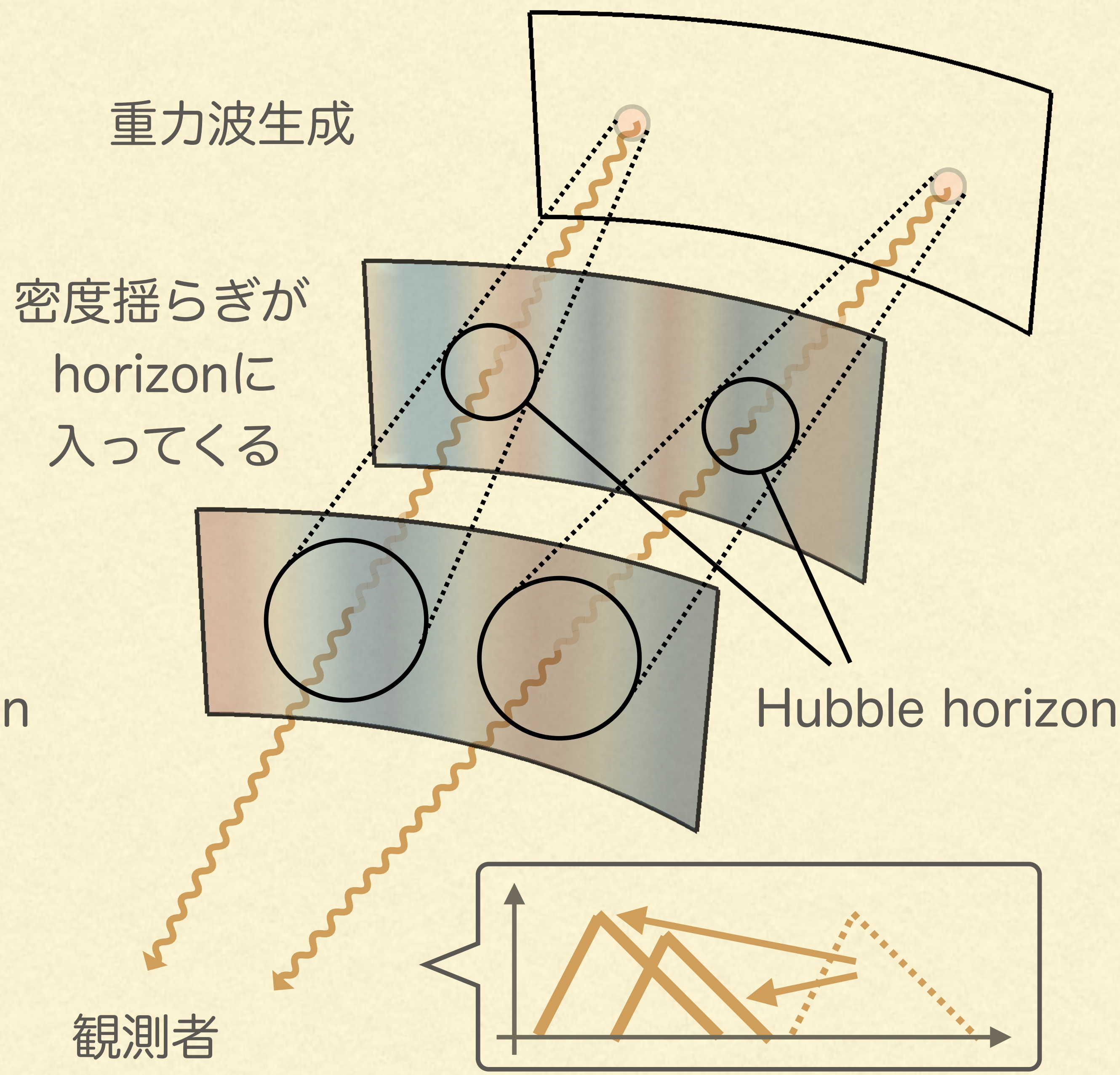


アイディア

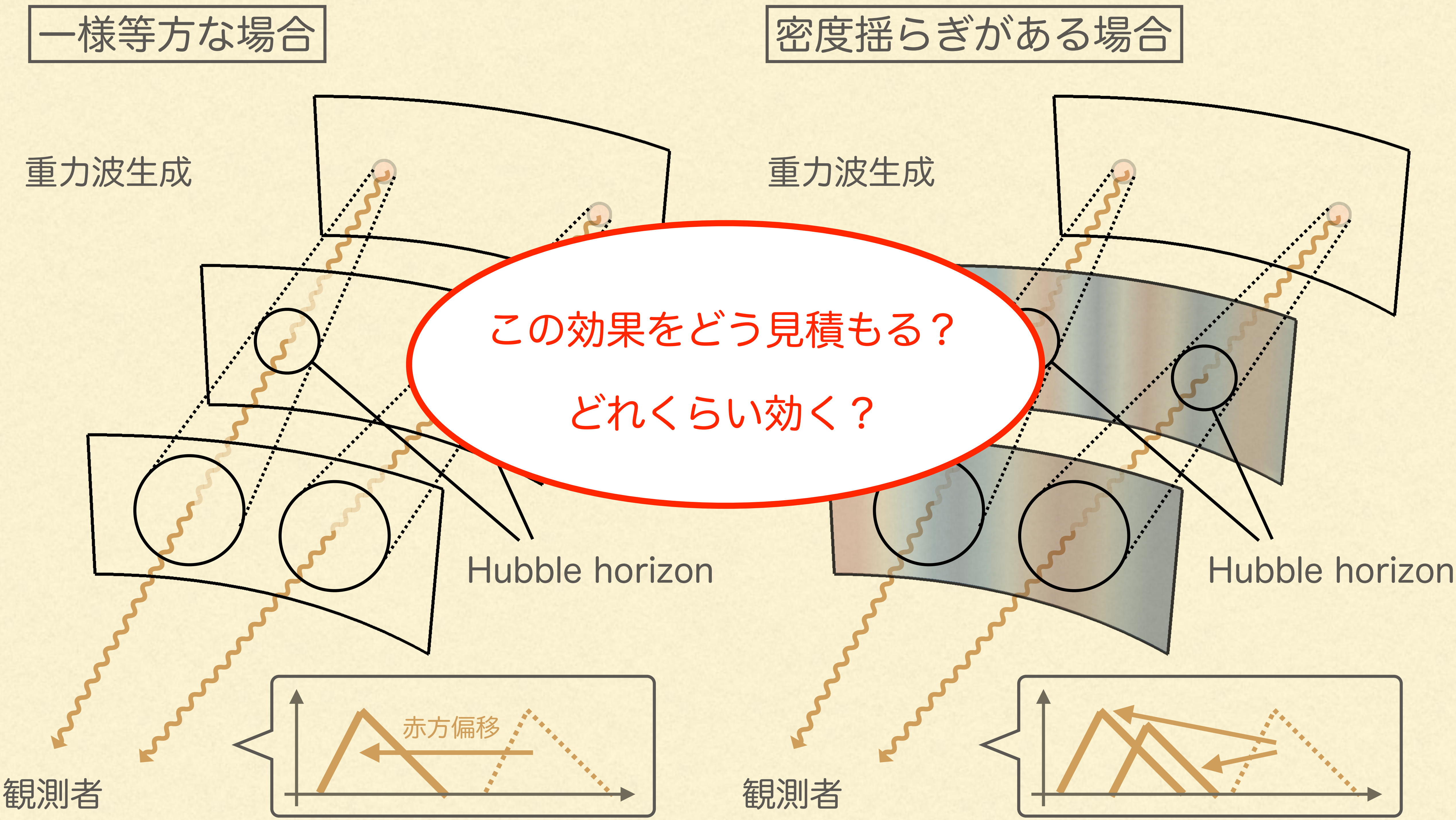
一様等方な場合



密度揺らぎがある場合



アイディア



一様等方な場合
密度揺らぎがある場合
重力波生成
重力波生成
Hubble horizon
Hubble horizon
観測者
観測者
赤方偏移
この効果をどう見積もる？
どれくらい効く？

なぜ密度揺らぎ？

- 宇宙最初期の加速膨張(インフレーション)を仮定すると、
  (大きな値をとるかは別にして)必ず存在する。

- LIGOによるblack hole binaryからの重力波検出以降、
  原始ブラックホール(primordial black hole, PBH)の研究が盛ん。
  このPBHは密度揺らぎから作られる。 [→ 寺田さんのトーク]

トークプラン

1. イントロ
2. アイディア
3. 密度揺らぎが重力波の伝播に与える効果
   - 問題の定義
   - Sachs-Wolfe, 積分Sachs-Wolfe, ドップラー効果, 重力レンズ
   - 解析的表式 & 数値結果
4. まとめ

問題を(もう少し丁寧に)定義

- 初期宇宙由来の重力波源(何でもよい)を仮定
- 密度揺らぎ自体は、重力波生成前にインフラトンが作る

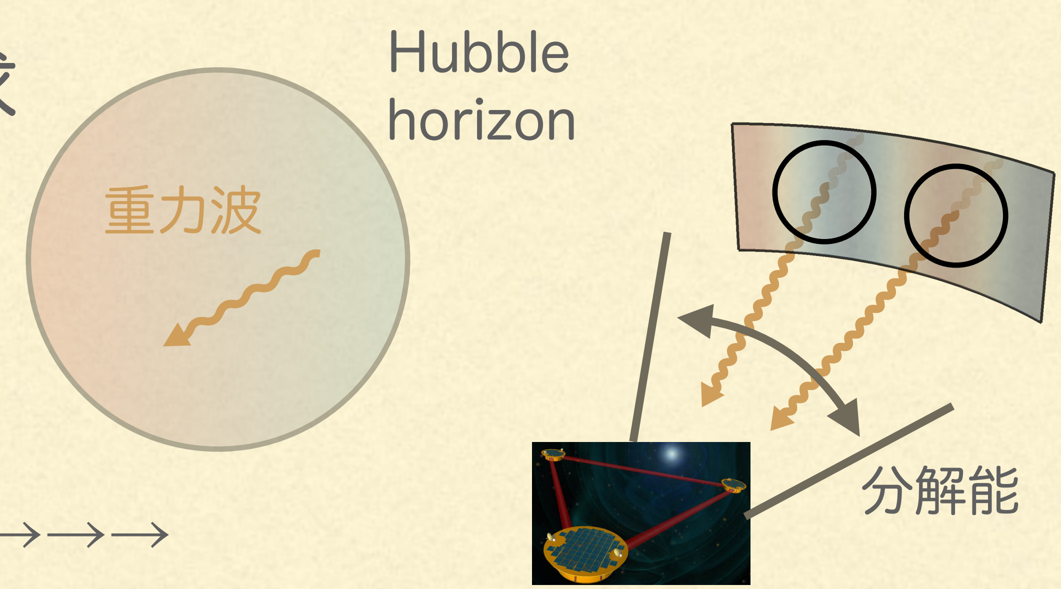
  - インフラトンによるsingle clockを仮定 → 各パッチはtime shiftのみの違い

- 簡単のため、スケール間に階層性を要求

  1. 重力波の波長 << 密度揺らぎの波長

     幾何光学近似を採用するため →→→

  2. 密度揺らぎの波長 << 重力波検出器の分解能 →→→



- このとき、重力波の「isotropic spectrum」はどう歪む？

CMBを参考にしよう

CMBの文脈で以下の効果が知られている

Sachs-Wolfe　/　積分Sachs-Wolfe　/　ドップラー効果　/　重力レンズ

伝播効果 IN A NUTSHELL

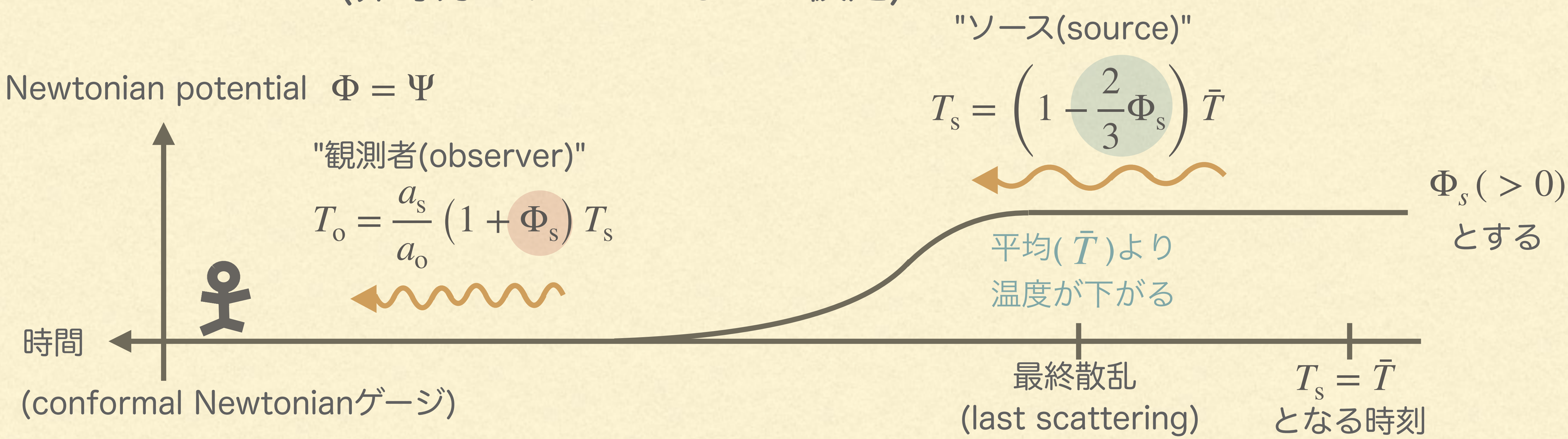
- Sachs-Wolfe効果 (CMBの文脈で)　[Sachs & Wolfe '67 / Hu & White '97]

$$\boxed{\frac{\Delta T}{T} = \Phi_\mathrm{s} - \frac{2}{3}\Phi_\mathrm{s}}$$

ここで

$ds^2 = -a^2(1+2\Phi)\,d\tau^2 + a^2\delta_{ij}(1-2\Psi)\,dx^i dx^j$ (conformal Newtonianゲージ)

$\Phi = \Psi$ (非等方ストレスがないと仮定)

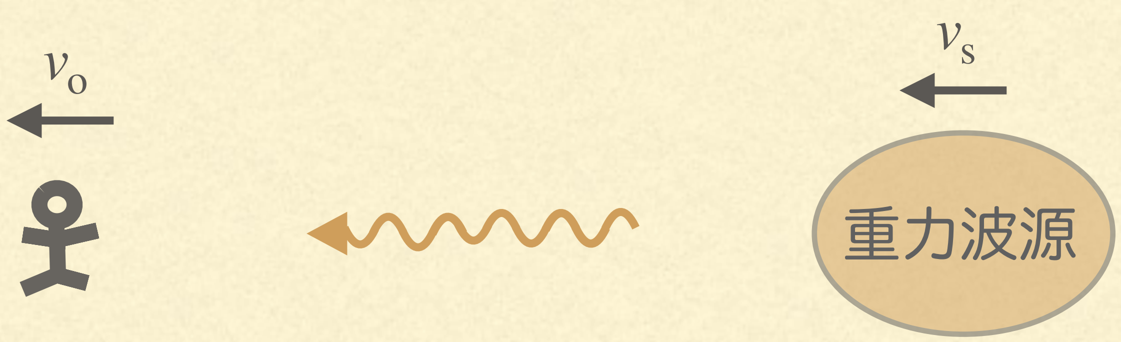


伝播効果
IN A NUTSHELL

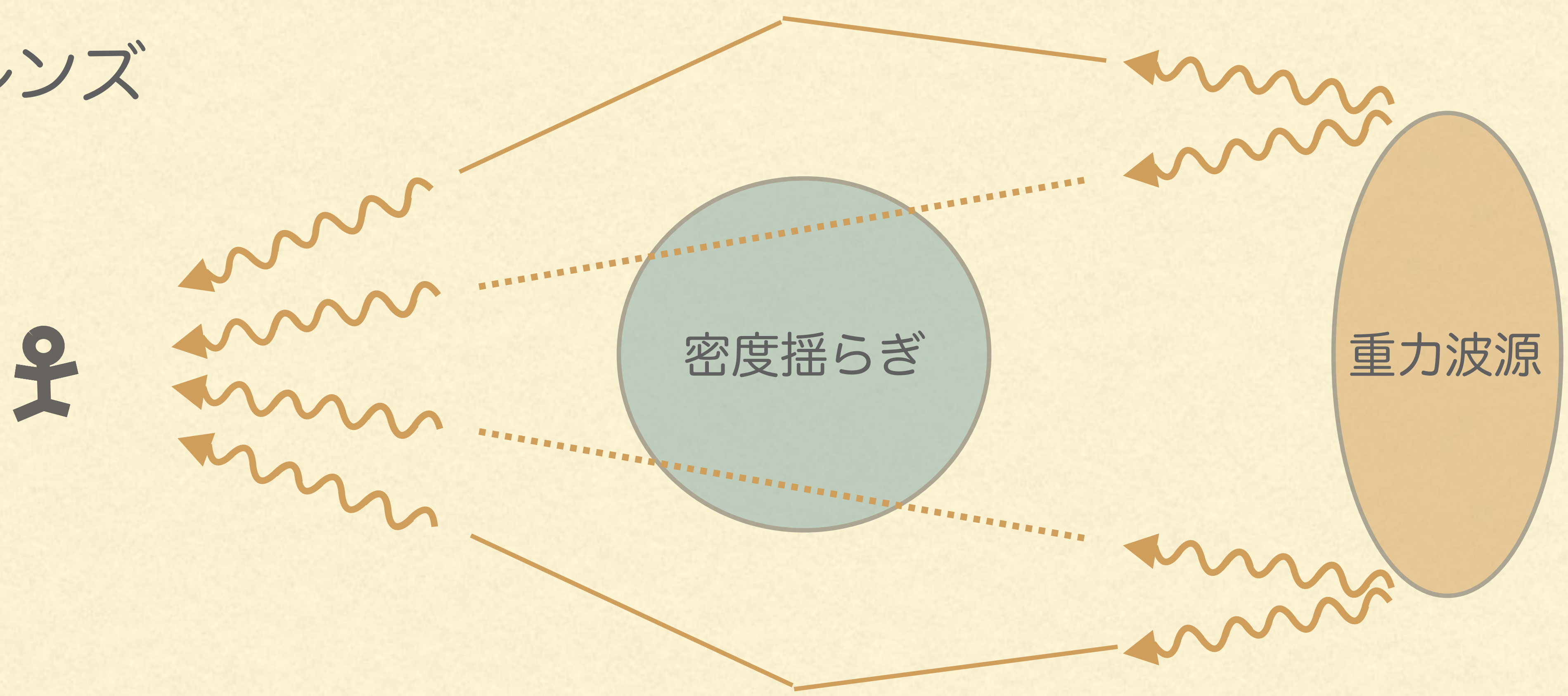
- 積分Sachs-Wolfe効果 (CMBの文脈で) [Rees & Ciama '67]

伝播効果
IN A NUTSHELL

- ドップラー効果

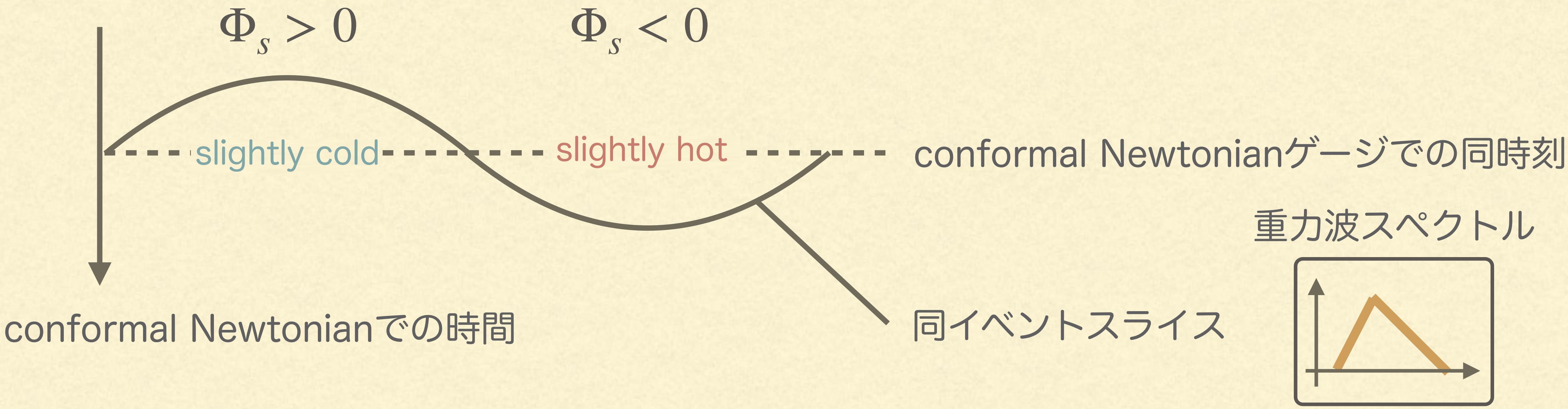


- 重力レンズ



「生成時の重力波スペクトル」の定義

- 以下、CMBを参考にして重力波スペクトルがどう歪むか考える
- まず「生成時の重力波スペクトル」を定義する必要がある



conformal Newtonianゲージでの同時刻スライスは同イベントスライスではない

(i.e. time sliceの取り方が悪いせいで、重力波スペクトルがばらついて見える)

ちゃんと重力波スペクトルが同じになるスライス上で「生成時の重力波スペクトル」を定義

重力波スペクトルの歪み: 解析的結果

- 重力波hのパワースペクトル Δ_h^2 は、hの2点関数で定義される

$$\boxed{\left\langle h^{(+,\times)}(f,\hat{n})\, h^{(+,\times)*}(f,\hat{n}')\right\rangle_{\text{tensor ens. ave.}} \propto \delta(f-f')\,\delta(\hat{n},\hat{n}')\,\Delta_h^{(+,\times)\,2}(f)}$$

振幅　　位相　　pol. tensor

ここで $h_{ij}(f,\hat{n}) = \underbrace{A(f,\hat{n}) \times e^{i\phi(f,\hat{n})}}_{h(f,\hat{n})} \times e_{ij}(\hat{n})$ (簡単のため+, xのラベルは省いた)

- このパワースペクトルに対し、以下のmaster formulaを適用する

"observed"　　"source"

$$\boxed{\Delta_h^{2,(\mathrm{o})}(\ln f) = \left\langle e^{2\Delta \ln A} \Delta_h^{2,(\mathrm{s})}(\ln f - \Delta \ln f)\right\rangle_{\text{scalar ens. ave.}}}$$

重力波スペクトルの歪み: 解析的結果

- Master formulaの直観的説明

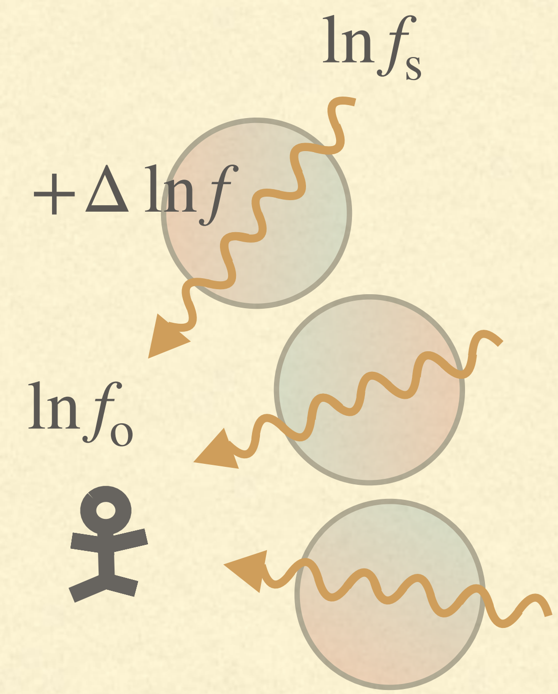
"observed" "source"

$$\Delta_h^{2,(\mathrm{o})}(\ln f) = \left\langle e^{2\Delta \ln A} \Delta_h^{2,(\mathrm{s})}(\ln f - \Delta \ln f) \right\rangle_{\text{scalar ens. ave.}}$$

密度揺らぎによる (log)振幅 と (log)周波数 の変化

$$\Delta \ln A \equiv \ln(A_\mathrm{o}/A_\mathrm{s}) = \text{func. of } \Phi_\mathrm{s} \text{ and } \Psi_\mathrm{s}$$

$$\Delta \ln f \equiv \ln(f_\mathrm{o}/f_\mathrm{s}) = \text{func. of } \Phi_\mathrm{s} \text{ and } \Psi_\mathrm{s}$$



observed spectrumの周波数ビン $\ln f$ での振幅を知りたい場合、

source spectrumで参照されるべきビンは $\ln f - \Delta \ln f$ となる。

ここで $\Delta \ln f$ は密度揺らぎに依存しており、

重力波の辿った経路ごとに異なる値が実現されているので、平均を取る。

重力波スペクトルの歪み: 解析的結果

- このmaster formulaをテーラー展開し、

$$\Delta_h^{2,(o)}(\ln f) \simeq \left\langle \left(1 + 2\underline{\Delta \ln A}\right) \Delta_h^{2,(s)}(\ln f - \underline{\Delta \ln f}) \right\rangle_{\text{scalar ens. ave.}}$$

それぞれに幾何光学近似下で計算されたlinear orderでの結果を適用

[Laguna, Larson, Spergel, Yunes '10]

振幅 $\Delta \ln A = -\Psi_s - \frac{1}{2}\Phi_s$ + 重力レンズ(無視)

周波数 $\Delta \ln f = \Phi_s - \frac{1}{2}\Phi_s + \int_{\lambda_s}^{\lambda_o} d\lambda\, \partial_\tau(\Phi + \Psi)$

Sachs-Wolfe　　積分Sachs-Wolfe

- すると、scalar ensemble averageが厳密に計算できる

$$\Delta_h^{2,(o)}(\ln f) \simeq \int d\ln f' \; \Delta_h^{2,(s)}(\ln f')\, \underbrace{K(f, f')}_{\text{kernel}} \qquad \underbrace{K(f, f') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}[1 + b(\ln f - \ln f')]e^{-\frac{(\ln f - \ln f')^2}{2\sigma^2}}}_{\text{linearly biased gaussian}}$$

解析的結果まとめ

$$\boxed{\Delta_h^{2,(\mathrm{o})}(\ln f) \simeq \int d\ln f' \; \Delta_h^{2,(\mathrm{s})}(\ln f')\, K(f,f')}$$

kernel $\quad K(f,f') = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}[1 + b(\ln f - \ln f')]e^{-\frac{(\ln f - \ln f')^2}{2\sigma^2}}$

variance $\quad \sigma^2 \simeq 0.91 \times \int d\ln k\, \Delta_{\mathscr{R}}^2 \quad \leftarrow$ inflationary curvature perturbation

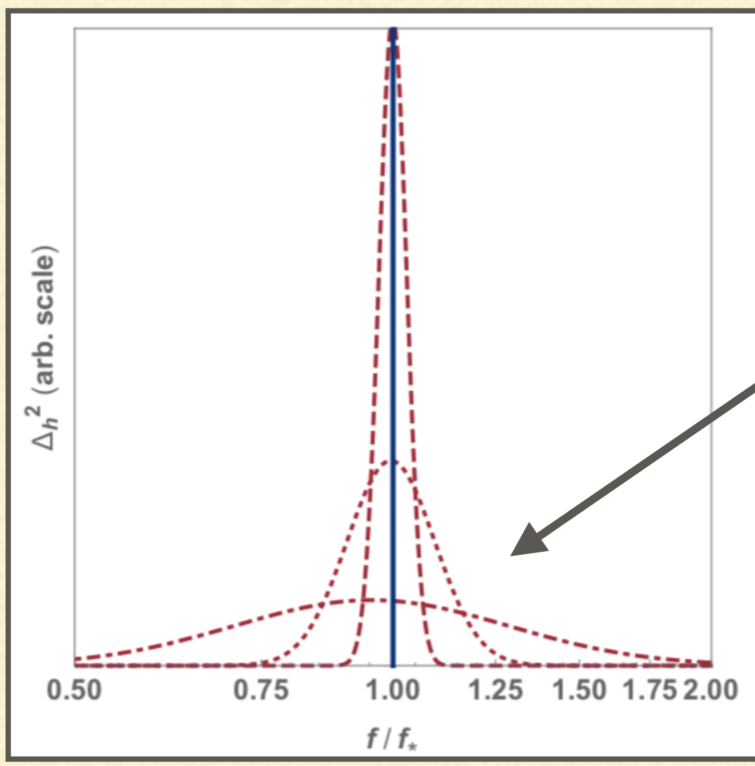
linear bias $\quad b \simeq -0.52$

数値結果

- 2つの例: 「生成時重力波スペクトル」が

δ 関数の場合

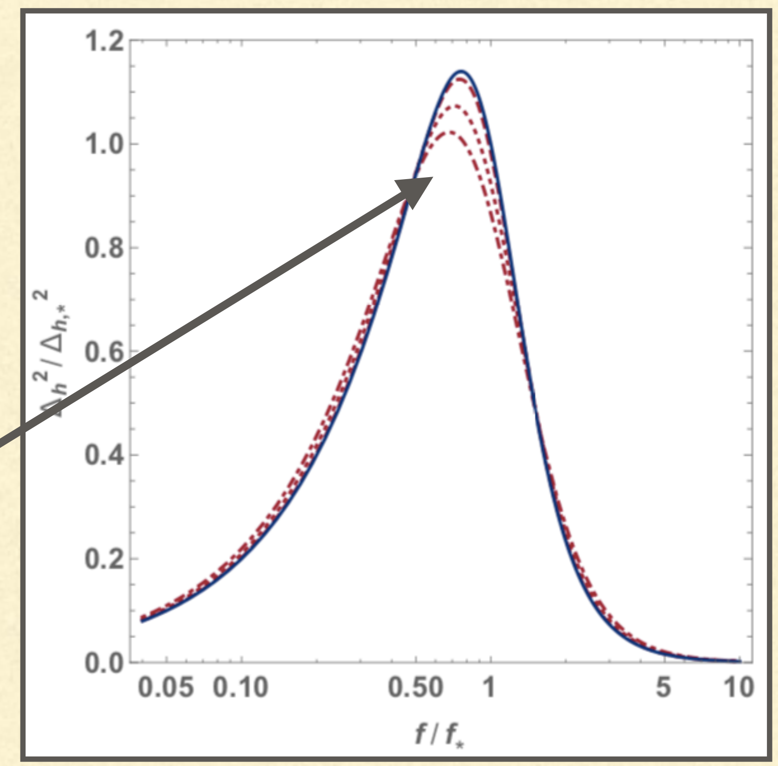
$\propto f^3$ (low freq.) & $\propto f^{-1}$ (high freq.) の場合



$\int d\ln k\,\Delta^2_{\mathcal{R}}$ の値

$10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$

$0.01, 0.05, 0.1$



青：生成時 / 赤：観測時

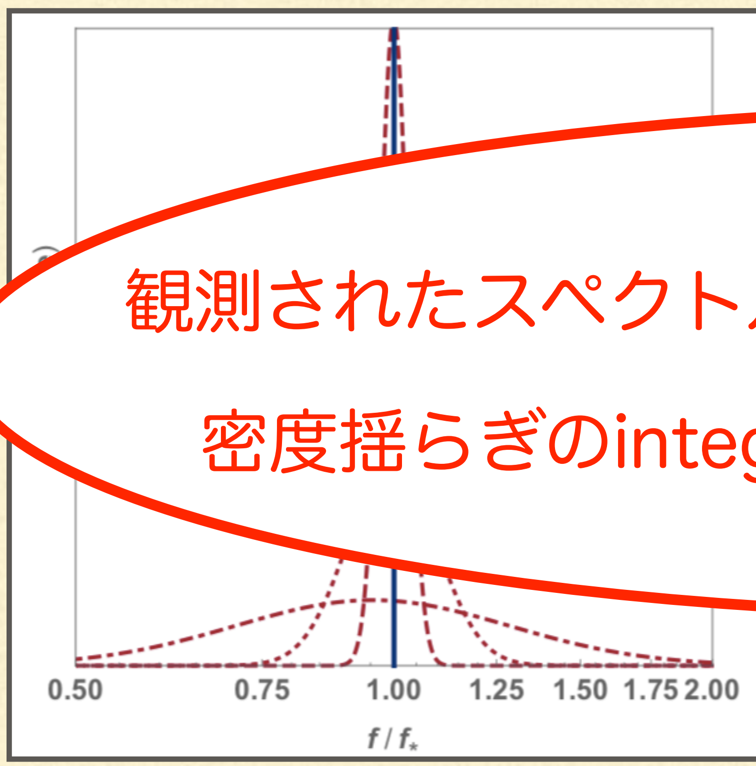
実は右の例は完全には正当化されないので、order-of-magnitude estimateとして受け取ってください。

時間があればページ23で説明します。

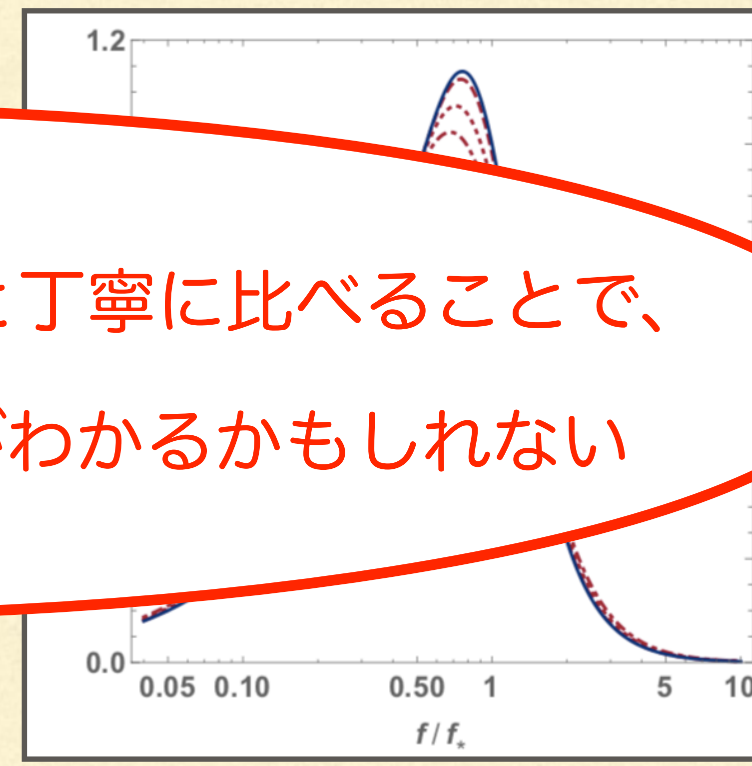
数値結果

- 2つの例: 「生成時重力波スペクトル」が

δ 関数の場合



$\propto f^3$ (low freq.) & $\propto f^{-1}$ (high freq.) の場合



観測されたスペクトルを理論的予言と丁寧に比べることで、

密度揺らぎのintegrated historyがわかるかもしれない

青：生成時 / 赤：観測時

実は右の例は完全には正当化されないので、order-of-magnitude estimateとして受け取ってください。

時間があればページ23で説明します。

トークプラン

1. イントロ
2. アイディア
3. 密度揺らぎが重力波の伝播に与える効果
   - 問題の定義
   - Sachs-Wolfe, 積分Sachs-Wolfe, ドップラー効果, 重力レンズ
   - 解析的表式 & 数値結果
4. まとめ

まとめ

- 初期宇宙由来の重力波は、生成後に密度揺らぎの影響を受けながら伝播する
- この効果で、元の重力波の(等方)スペクトルが歪む
  (もちろん、CMBでよく議論されるような非等方性も出る [Bartolo et al. '19])
- なので、重力波検出器の方向感度が悪くても、観測値と理論予言を
  丁寧に比べれば、伝播途中にある密度揺らぎの情報が得られるかもしれない
- (説明しませんでしたが)この効果を正確に計算するには2次の摂動論が必要

(時間があれば)
本当は説明すべきこと 1

- 非自明なステップが２つ：

1. テーラー展開 $\Delta_h^{2,(\mathrm{o})}(\ln f) = \left\langle e^{2\Delta \ln A} \Delta_h^{2,(\mathrm{s})}(\ln f - \Delta \ln f) \right\rangle_{\text{scalar ens. ave.}}$

$$\overset{!}{\simeq} \left\langle \left(1 + 2\Delta \ln A\right) \Delta_h^{2,(\mathrm{s})}(\ln f - \Delta \ln f) \right\rangle_{\text{scalar ens. ave.}}$$

2. linear orderの結果を適用 $\Delta \ln A \overset{!}{=} -\Psi_{\mathrm{s}} - \frac{1}{2}\Phi_{\mathrm{s}}$

$$\Delta \ln f \overset{!}{=} \Phi_{\mathrm{s}} - \frac{1}{2}\Phi_{\mathrm{s}} + \int_{\lambda_{\mathrm{s}}}^{\lambda_{\mathrm{o}}} d\lambda\, \partial_\tau(\Phi + \Psi)$$

- それぞれのステップで $\left\langle (\mathrm{scalar})^2 \right\rangle_{\text{scalar ens. ave.}}$ 項が無視されている

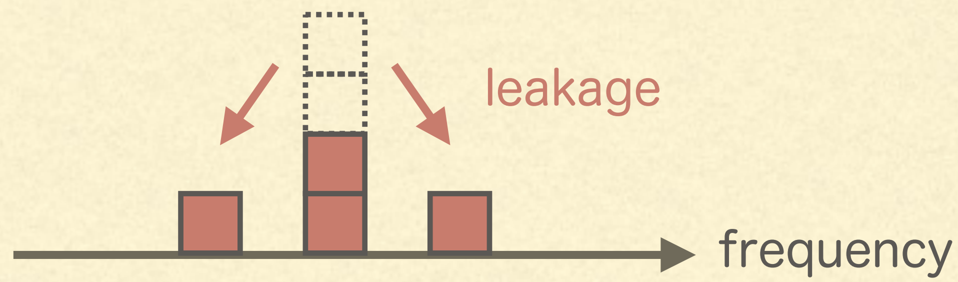
(時間があれば)
本当は説明すべきこと 1

- 実は次が示せる

δ 関数の場合、我々が取り入れた項が主要項

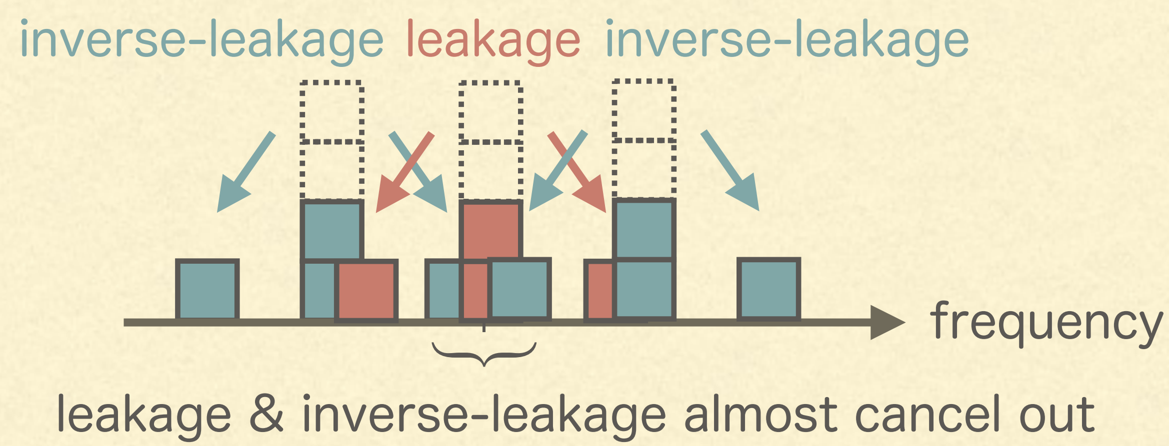
(厳密には「生成時重力波スペクトルのピーク幅

<< 密度揺らぎがもたらす分散 σ^2」の場合)



生成時重力波スペクトルがbroadな場合、

我々の計算は主要項の一部



- 正しく計算し切るには？ → 2次の摂動論

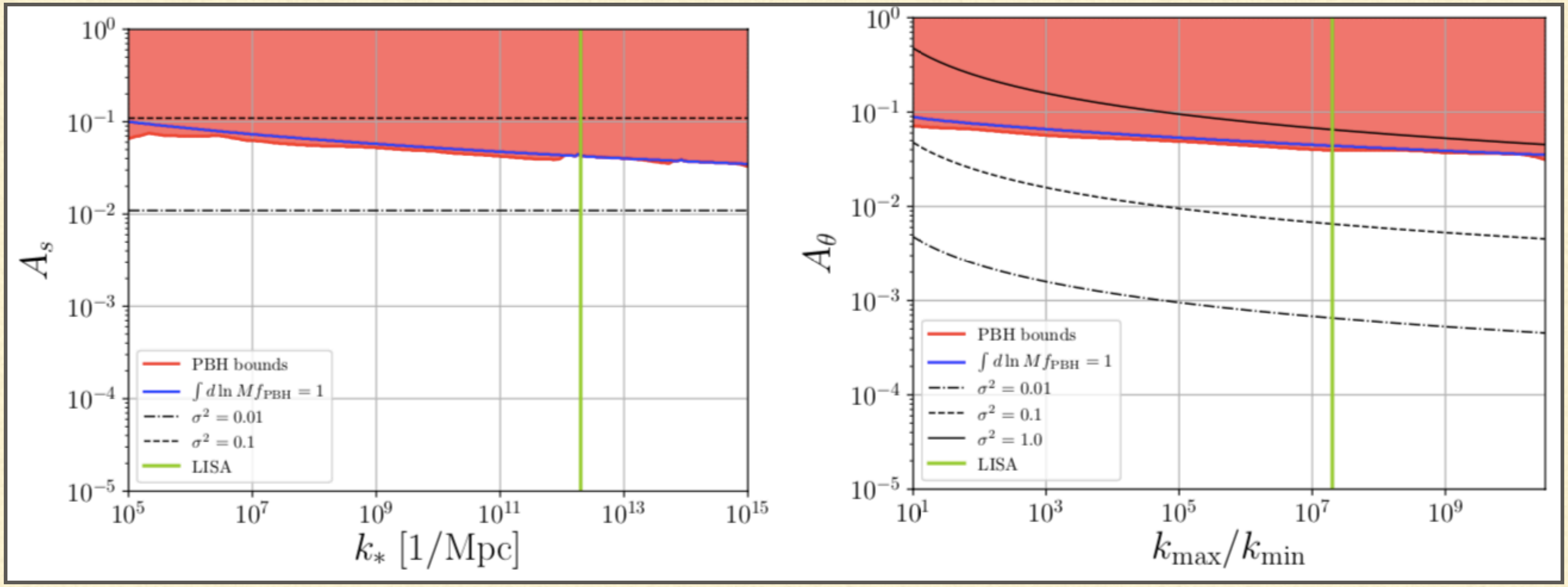
(時間があれば)
本当は説明すべきこと 2

- 密度揺らぎが大きいと、PBHの制限にかかってくる

$$\Delta^2_{\mathcal{R}}(k) = A_s\, k_*\, \delta(k - k_*)$$

$$\Delta^2_{\mathcal{R}}(k) = A_\theta\, \Theta(k - k_{\rm min})\, \Theta(k_{\rm max} - k)$$

$$k_{\rm min} = 10^5\,{\rm Mpc}^{-1}$$



Back up

カーネルの導出

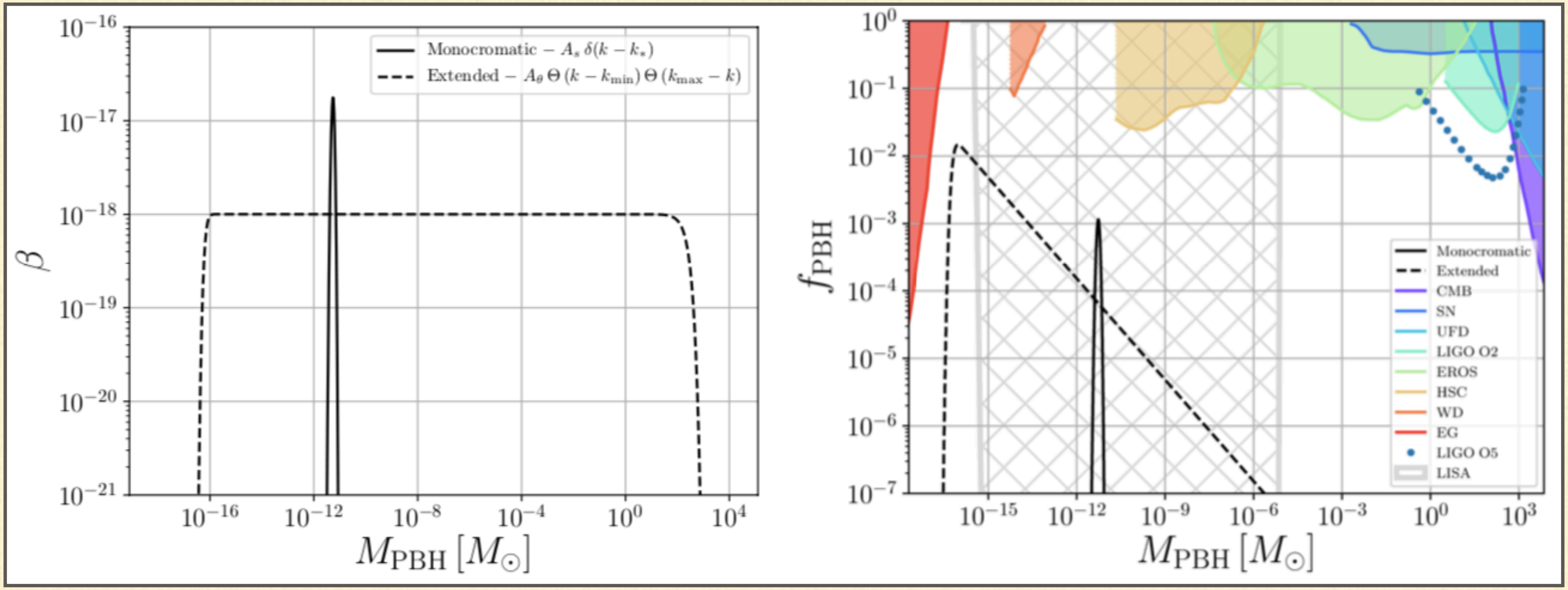
- 計算の概略
  - 変数 X がガウス分布 $P(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{X^2}{2\sigma^2}}$ に従うとする
  - 例えば、$\langle (1+2X) f(x-X) \rangle$ を計算したいとしよう
  - 変数変換で次を得る $\langle (1+2X) f(x-X) \rangle = \int dX \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{X^2}{2\sigma^2}} (1+2X) f(x-X)$

$$= \int dx' \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} [1 + 2(x - x')] e^{-\frac{(x-x')^2}{2\sigma^2}} f(x')$$

$$(x - X = x')$$

  - 実際には無限個のガウシアン変数 $X_1, X_2, \cdots$ がある(各波数kに対応)が、本質的には同じ

PBHからの制限

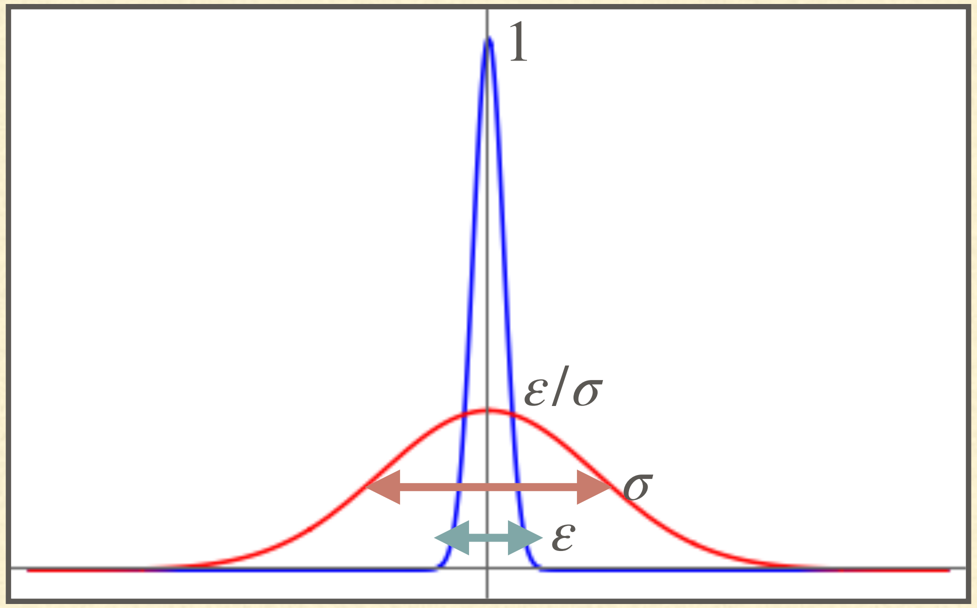


Monocromatic $-\ A_s\,\delta(k-k_s)$
Extended $-\ A_\theta\,\Theta(k-k_{\min})\,\Theta(k_{\max}-k)$
β
$M_{\rm PBH}\ [M_\odot]$
$f_{\rm PBH}$
Monocromatic
Extended
CMB
SN
UFD
LIGO O2
EROS
HSC
WD
EG
LIGO O5
LISA

無視した項からの寄与

- δ 関数型の生成次スペクトル $\Delta_h^{2(\mathrm{s})}(f) = \frac{\Delta_{h,*}^2}{\sqrt{2\pi\varepsilon^2}} \exp\left[-\frac{(\ln f - \ln f_*)^2}{2\varepsilon^2}\right]$ ($\varepsilon \to 0$ で δ 関数)
- カーネルとの畳み込み表式 $\Delta_h^{2(\mathrm{o})}(f) = \int d\ln f' \; \Delta_h^{2(\mathrm{s})}(f') \; K(f, f')$ で

  観測者スペクトル $\Delta_h^{2(\mathrm{o})}(f) = \frac{\Delta_{h,*}^2}{\sqrt{2\pi(\varepsilon^2+\sigma^2)}} \left[1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2+\sigma^2} b\,(\ln f - \ln f_*)\right] \exp\left[-\frac{(\ln f - \ln f_*)^2}{2(\varepsilon^2+\sigma^2)}\right]$ を得る



無視した項からの寄与

- テーラー展開を詳細に見る

$$
\begin{aligned}
\Delta_h^{2(\mathrm{o})}(\ln f) &= \left\langle e^{2\Delta \ln A} \Delta_h^{2(\mathrm{s})}\left(\ln f - \Delta \ln f\right) \right\rangle_{\mathrm{ens(s)}} \\
&= \left\langle \left(1 + 2\Delta \ln A^{(1)}\right) \Delta_h^{2(\mathrm{s})} \left(\ln f - \Delta \ln f^{(1)}\right) \right\rangle_{\mathrm{ens(s)}} \\
&\quad + \left\langle 2\left(\Delta \ln A^{(1)}\right)^2 + 2\Delta \ln A^{(2)} \right\rangle_{\mathrm{ens(s)}} \Delta_h^{2(\mathrm{s})}(\ln f) \\
&\quad + \left\langle \Delta_h^{2(\mathrm{s})} \left(\ln f - \Delta \ln f^{(2)}\right) \right\rangle_{\mathrm{ens(s)}} - \Delta_h^{2(\mathrm{s})}(\ln f) \\
&\quad + \mathcal{O}(\sigma^3)\,.
\end{aligned}
$$

: これを取り入れた

: 垂直方向シフト

: $\mathcal{O}(\sigma^2)$ の水平方向シフト