Gravitational leptogenesis and renormalization in a model with pseudo-scalar-tensor coupling

based on arXiv:2007.08029 [hep-ph] (accepted by JCAP)

条 潤哉 (RESCEU, 東大理)

Collaborators: 鎌田 耕平, 山田 悠介 (RESCEU)

PPP2020 (Aug. 31, 2020)

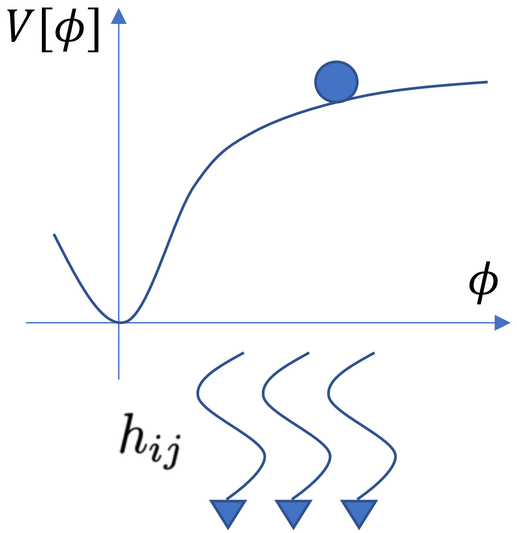
Contents

- Introduction: Gravitational leptogenesis (GL)
- Review: GL in $\phi R\tilde{R}$ model
- Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$
- Summary

Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- 原始重力波

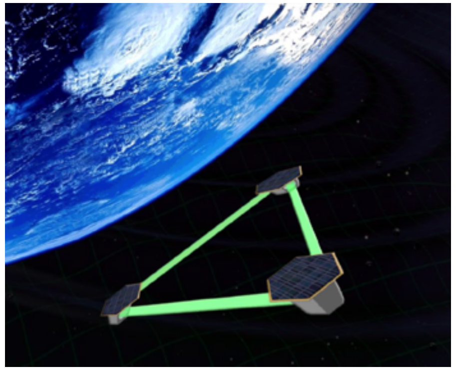
inflation = 宇宙の指数関数的膨張により,
時空の量子tensor揺らぎが引き伸ばされたもの.
(Grishchuk 1975, Starobinsky 1979)

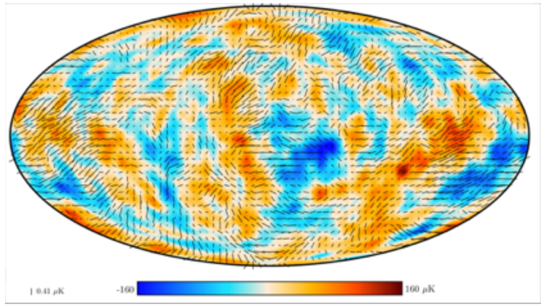


→今後の重力波観測のメインターゲット

干渉計による直接観測 : DECIGO, BBO...

間接的観測(CMBのBモード偏光): Planck, LiteBIRD,...





Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- 原始重力波

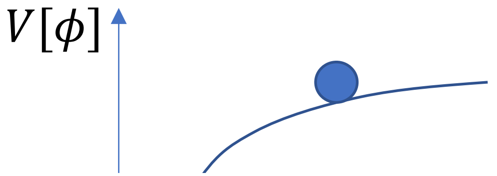
inflation = 宇宙の指数関数的膨張により,
時空の量子tensor揺らぎが引き伸ばされたもの.
(Grishchuk 1975, Starobinsky 1979)

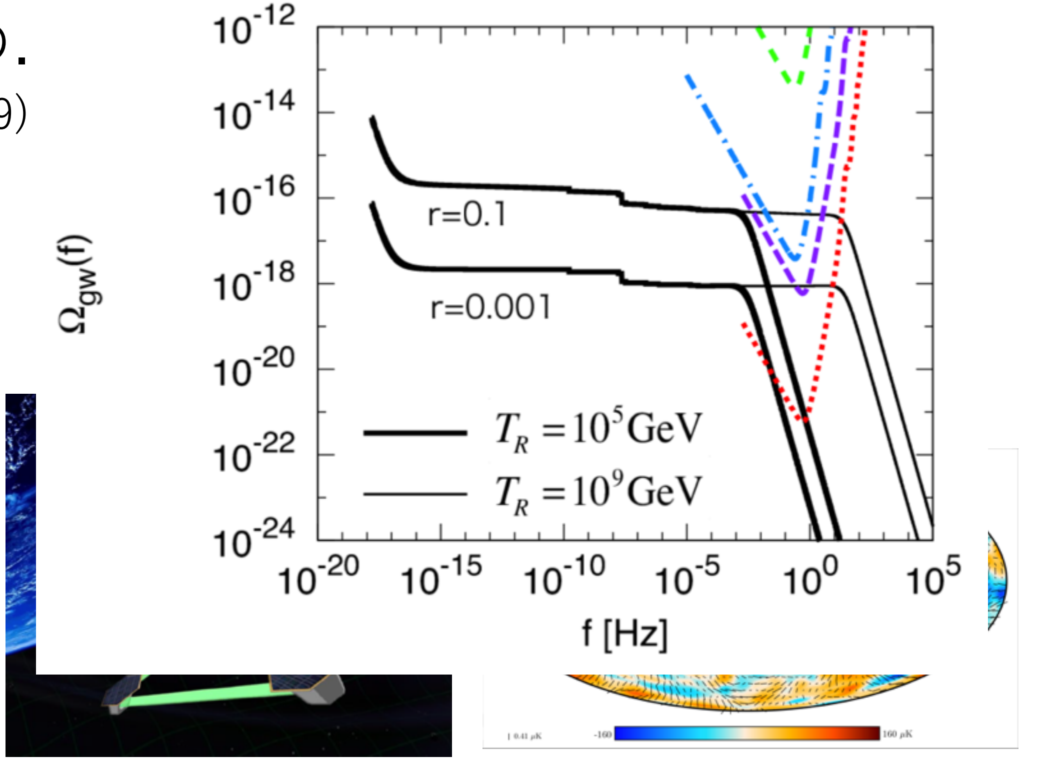
→今後の重力波観測のメインターゲット

干渉計による直接観測 : DECIGO, BBO…

間接的観測(CMBのBモード偏光): Planck, LiteBIRD,…

<u>inflationのエネルギースケール</u>や<u>再加熱温度</u>
に関する情報を持つ. (K. Nakayama et al. 2008)





Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- カイラルな原始重力波の生成

ex.) $f(\phi)R\tilde{R}$ 模型 (A. Lue et al. 1999, K. Choi et al. 2000)

$$\mathcal{L}[\phi, A_\mu, \ldots] \supset f(\phi)\frac{1}{2}\frac{\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}}{\sqrt{-g}}R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta}R_{\mu\nu\gamma\delta} \equiv f(\phi)R\tilde{R}$$

pseudo-scalar inflaton

右巻き偏光 ($h_k^R \equiv (h_k^+ - ih_k^\times)/\sqrt{2}$) と左巻き偏光 ($h_k^L \equiv (h_k^+ + ih_k^\times)/\sqrt{2}$) の伝播に**非対称性**が生成!! (→ 偏光測定のtarget)

Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- カイラルな原始重力波の生成

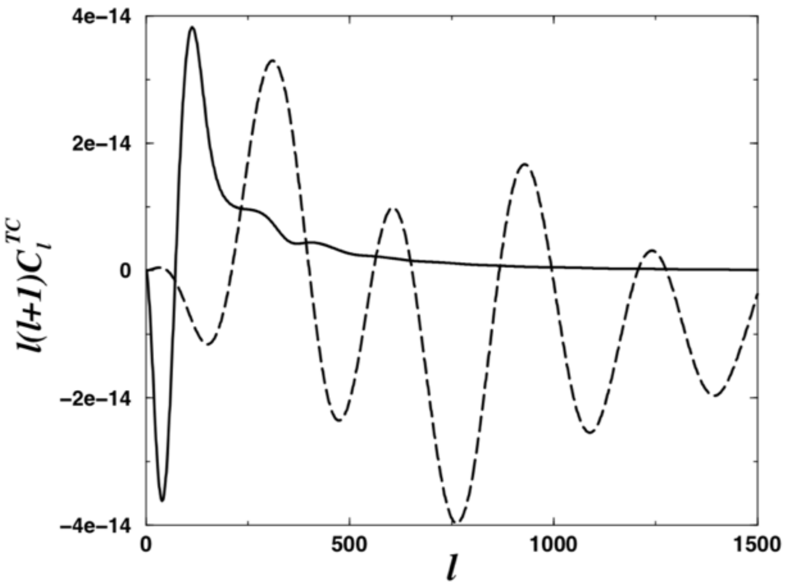
ex.) $f(\phi)R\tilde{R}$模型 (A. Lue et al. 1999, K. Choi et al. 2000)

$$\mathcal{L}[\phi, A_\mu, ...] \supset f(\phi)\frac{1}{2}\frac{\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}}{\sqrt{-g}}R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta}R_{\mu\nu\gamma\delta} \equiv f(\phi)R\tilde{R}$$

pseudo-sc

右巻き偏光($h_k^R \equiv (h_k^+ - ih_k^\times)/\sqrt{2}$)と左巻き偏光($h_k^L$:

の伝播に**非対称性**が生成!! (→ 偏光測定のtarget)



Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- カイラルな原始重力波の生成

ex.)$f(\phi)R\tilde{R}$模型 (A. Lue et al. 1999, K. Choi et al. 2000)

$$\mathcal{L}[\phi, A_\mu, \ldots] \supset f(\phi)\frac{1}{2}\frac{\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}}{\sqrt{-g}}R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta}R_{\mu\nu\gamma\delta} \equiv f(\phi)R\tilde{R}$$

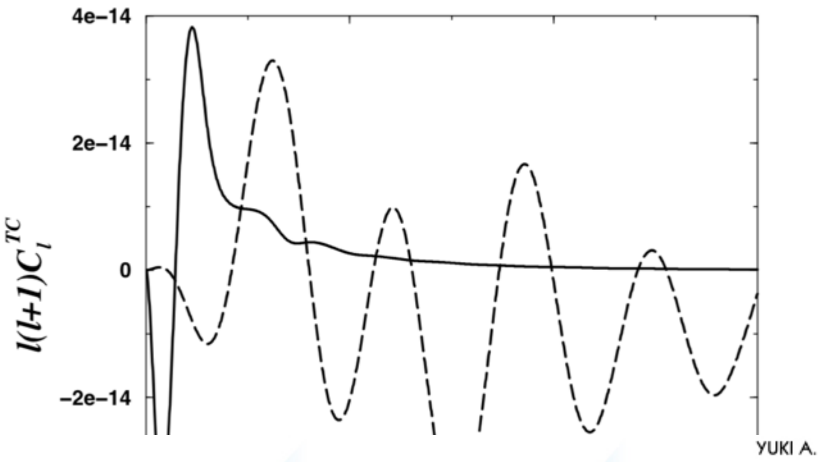
pseudo-sc

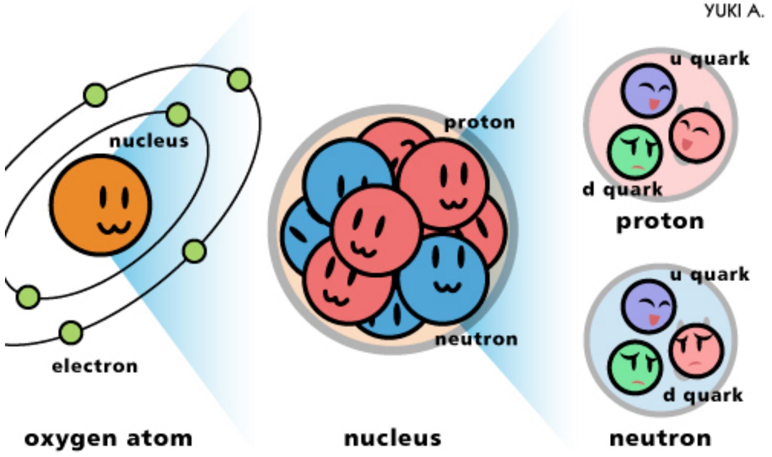
右巻き偏光($h_k^R \equiv (h_k^+ - ih_k^\times)/\sqrt{2}$)と左巻き偏光($h_k^L$ ≡

の伝播に**非対称性**が生成!! (→ <u>偏光測定のtarget</u>)

この非対称性を起源として物質数を生成する機構

→**<u>Gravitational leptogenesis</u>**





Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- GR+SM+inflatonで実現する物質数生成

SM: neutrino sectorの右巻き/左巻き非対称性

→レプトン数カレントの**Gravitational anomaly** (L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)

$$\nabla_\mu J^\mu_L = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} R\tilde{R}$$

(右巻きレプトン種の数) – (左巻きレプトン種の数)
→ -3 in SM

カイラルな重力波の生成により $\langle R\tilde{R}\rangle \neq 0 \rightarrow \dot{n}_L \neq 0$

⇩

$\phi R\tilde{R}/\phi F\tilde{F}$ 結合を有するaxion inflation等で実現！

Gravitational leptogenesis -原始重力波による物質数生成-

- GR+SM+inflatonで実現する物質数生成

SM: neutrino sectorの右巻き/左巻き非対称性

→レプトン数カレントの**Gravitational anomaly** (L. Alvarez-Gaume & E. Witten 1984)

$$\nabla_\mu J^\mu_L = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} R\tilde{R}$$

(右巻きレプトン種の数) – (左巻きレプトン種の数)

→ -3 in SM

カイラルな重力波の生成により $\langle R\tilde{R}\rangle \neq 0 \rightarrow \dot{n}_L \neq 0$

$\phi R\tilde{R}/\phi F\tilde{F}$ 結合を有するaxion inflation等で実現！

Contents

- Introduction: Gravitational leptogenesis (GL)
- Review: GL in $\phi R\tilde{R}$ model
- Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$
- Summary

GL in $\phi R\tilde{R}$ model

(S. H. S. Alexander et al. 2006)

- カイラルな原始重力波の生成

$$\mathcal{L} = \frac{M_{\rm Pl}}{2}R + \frac{M_{\rm Pl}^2}{4}\underline{\underline{f(\phi)R\tilde{R}}} + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{\rm matter} \qquad f(\phi) = \frac{\mathcal{N}}{16\pi^2 M_{\rm Pl}^2}\frac{\phi}{M_{\rm Pl}}$$

Background fields

・pseudo-scalar inflaton: ϕ

・matter: SM + 3世代の右巻き**<u>Majorana Neutrino</u>** (質量: $\mu \lesssim 10^{16}$GeV)

de-Sitter時空に対するtensor摂動を考える. (※scalar, vector成分は$R\tilde{R}$に寄与しない)

$$ds^2 = a(\eta)^2\left[-d\eta^2 + (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j\right] \qquad a(\eta) \simeq -1/H\eta$$

GL in $\phi R\tilde{R}$ model

(S. H. S. Alexander et al. 2006)

h_{ij}の2次までを考えると,

$$S^{(2)}_{\rm GW} = \frac{M_{\rm Pl}^2}{4}\int d\eta d^3k \sum_{A=L,R} a^2(\eta)\left[1-\lambda^A k\frac{\Theta}{8}\eta\right]\left(|(h^A_{\mathbf{k}})'|^2 - k^2|h^A_{\mathbf{k}}|^2\right)$$

ただし, $\lambda^R = +1$, $\lambda^L = -1$, $\Theta \equiv -8H\dot{f}(\phi) \simeq const.$

→ ϕが転がっている間, **カイラルな原始重力波**が生成! → $\langle R\tilde{R}\rangle \neq 0$

Quantization

$$\hat{\mu}^A_k(\eta) \equiv z_A(k,\eta)\hat{h}^A_k(\eta)$$

$$\hat{\mu}^R_{\mathbf{k}} = u^R_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}} + (u^L_{-\mathbf{k}})^*\hat{b}^\dagger_{-\mathbf{k}}$$

$$\hat{\mu}^L_{\mathbf{k}} = u^L_{\mathbf{k}}\hat{b}_{\mathbf{k}} + (u^R_{-\mathbf{k}})^*\hat{a}^\dagger_{-\mathbf{k}}$$

真空: Bunch-Davies-like vacuum

$$u^A_{\rm k}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{k}}e^{ik\eta_{\rm i}}\exp\left[-\frac{\lambda^A\pi\Theta}{32}\right]W_{\kappa,3/2}\left(i\sqrt{4-\frac{3\Theta^2}{64}}k\eta\right), \quad \kappa \equiv \frac{i\lambda^A}{\sqrt{256/\Theta^2-3}} \simeq i\lambda^A\frac{\Theta}{16}$$

※strong couplingとghost modeが現れないためには, $\Theta \lesssim 10^{-5}$

GL in $\phi R\tilde{R}$ model

(S. H. S. Alexander et al. 2006)

- レプトン数の生成

$$\nabla_\mu J^\mu_L = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} R\tilde{R} \longrightarrow \langle n_L(\eta_f)\rangle = \int_{k_{\rm phys}\leq\Lambda} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{N_{R-L}}{24(4\pi^2)a_f^3 V} \left(F[u^R_{\mathbf{k}}(\eta_f)] - F[u^L_{\mathbf{k}}(\eta_f)]\right)$$

インフレーション期間で積分

$$u^A_{\mathbf{k}}(\eta) \simeq \frac{1}{\sqrt{k}} e^{ik\eta_i} \exp\left[-\frac{\lambda^A \pi\Theta}{32}\right] \exp\left[-ik\left(\eta-\eta_i\right)\right]$$

GL in $\phi R\tilde{R}$ model (S. H. S. Alexander et al. 2006)

- レプトン数の生成

$$\nabla_\mu J^\mu_L = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} R\tilde{R} \longrightarrow \langle n_L(\eta_f)\rangle = \int_{k_{\rm phys}\le\Lambda} \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{N_{R-L}}{24(4\pi^2)a_f^3 V}\left(F[u^R_{\mathbf{k}}(\eta_f)] - F[u^L_{\mathbf{k}}(\eta_f)]\right)$$

インフレーション期間で積分

$$u^A_{\mathbf{k}}(\eta) \simeq \frac{1}{\sqrt{k}} e^{ik\eta_i} \exp\left[-\frac{\lambda^A \pi\Theta}{32}\right] \exp\left[-ik(\eta-\eta_i)\right]$$

UV cutoff Λ を導入(cutoff正則化)し, leading divergenceをpick upすると,

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle = \# \int_{k_{\rm phys}\le\Lambda} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} k \propto \Lambda^4$$

GL in $\phi R\tilde{R}$ model

(S. H. S. Alexander et al. 2006)

- レプトン数の生成

$$\nabla_\mu J^\mu_L = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} R\tilde{R} \longrightarrow \langle n_L(\eta_f)\rangle = \int_{k_{\mathrm{phys}}\le\Lambda} \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{N_{R-L}}{24(4\pi^2)a_f^3 V}\left(F[u^R_{\mathbf{k}}(\eta_f)] - F[u^L_{\mathbf{k}}(\eta_f)]\right)$$

インフレーション期間で積分

$$u^A_{\mathbf{k}}(\eta) \simeq \frac{1}{\sqrt{k}} e^{ik\eta_i} \exp\left[-\frac{\lambda^A \pi\Theta}{32}\right] \exp\left[-ik\left(\eta-\eta_i\right)\right]$$

<u>**UV cutoff**</u> Λ を導入(cutoff正則化)し, leading divergenceをpick upすると,

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle = \# \int_{k_{\mathrm{phys}}\le\Lambda} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} k \propto \Lambda^4$$

この結果は物理的に意味を成すのだろうか?

GL in $\phi R\tilde{R}$ model

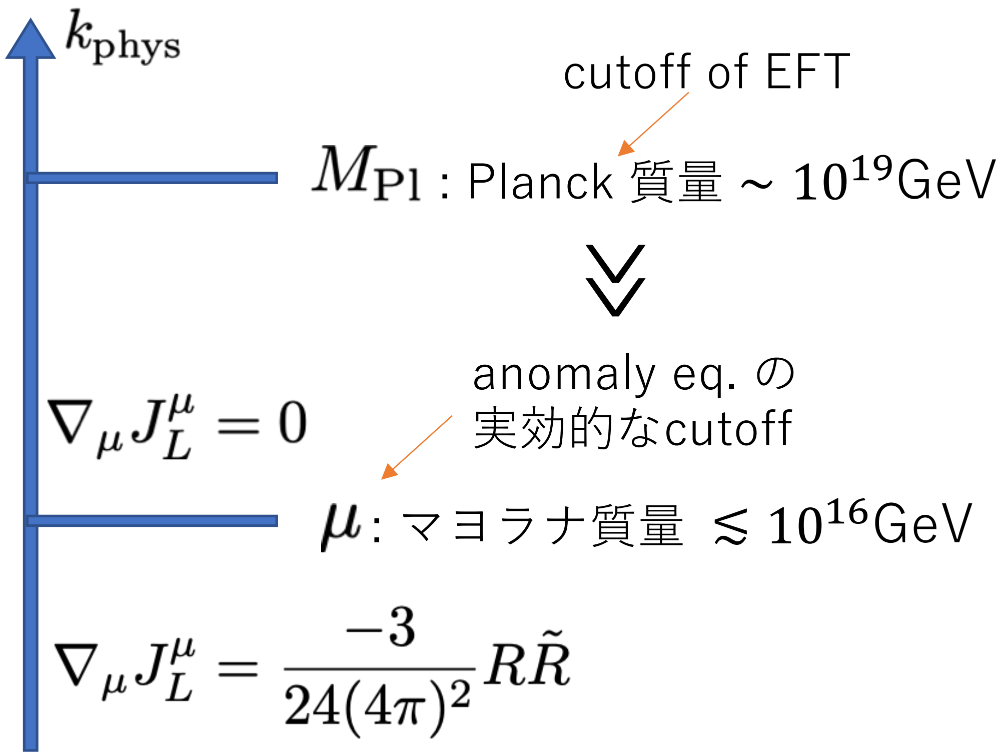
(S. H. S. Alexander et al. 2006)

μ 以上のscaleでは**右巻きneutrinoが active**になり, anomalyがcancelする.

↓

“物理的なscale” μ を Λとして取れる.

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle = -\frac{1}{2048\pi^2}\left(\frac{H}{M_{\rm Pl}}\right)^2 \Theta H^3 \left(\frac{\mu}{H}\right)^4$$



GL in $\phi R\tilde{R}$ model

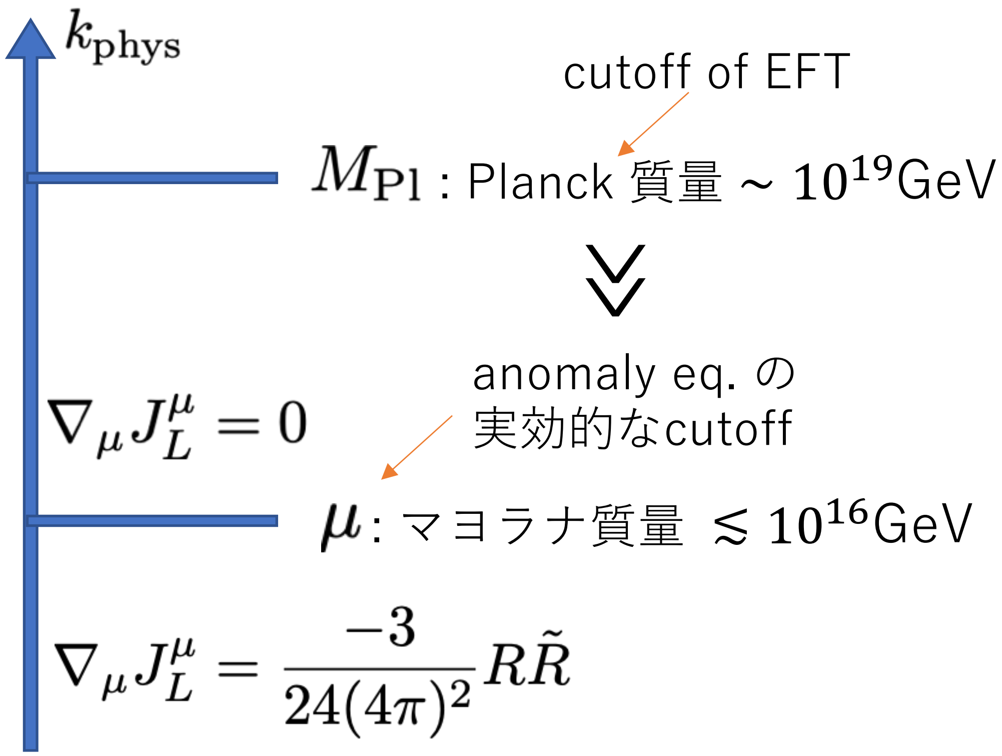
(S. H. S. Alexander et al. 2006)

μ 以上のscaleでは**右巻きneutrinoが active**になり, anomalyがcancelする.

“物理的なscale” μ を Λとして取れる.

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle = -\frac{1}{2048\pi^2}\left(\frac{H}{M_{\rm Pl}}\right)^2 \Theta H^3 \underline{\left(\frac{\mu}{H}\right)^4}$$

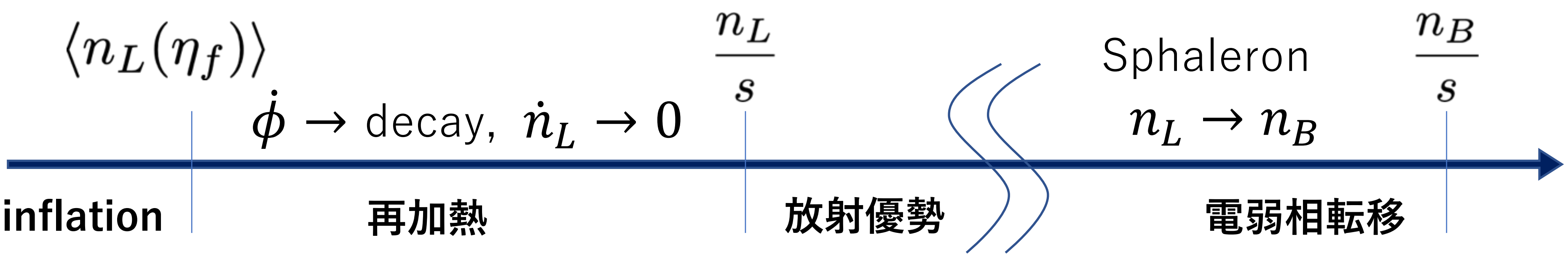
→ μ 依存性は正当化される!



GL in $\phi R\tilde{R}$ model (K. Kamada, **JK**, Y. Yamada and J. Yokoyama 2020)

- バリオン数の生成

history of the universe



再加熱中の状態方程式: $p = w\rho$

$$\frac{n_B}{s} = -\frac{28}{79}\frac{n_L}{s} = \frac{315}{80896\pi^6}\left(\frac{\pi^2}{90}\right)^{\frac{1}{1+w}} g_*^{-\frac{w}{1+w}} \left(\frac{T_{\rm reh}}{M_{\rm Pl}}\right)^{\frac{1-3w}{1+w}} \left(\frac{H_{\rm f}}{M_{\rm Pl}}\right)^{-\frac{1-w}{1+w}} \left(\frac{\mu}{M_{\rm Pl}}\right)^4 \Theta$$

GL in $\phi R\tilde{R}$ model (K. Kamada, **JK**, Y. Yamada and J. Yokoyama 2020)

- バリオン数の生成

history of the universe

$\langle n_L(\eta_f)\rangle$ | $\dot{\phi}\to$ decay, $\dot{n}_L \to 0$ | $\frac{n_L}{s}$ | | Sphaleron $n_L \to n_B$ | $\frac{n_B}{s}$

inflation | **再加熱** | **放射優勢** | | **電弱相転移**

再加熱中の状態方程式: $p = w\rho$

$$\frac{n_B}{s} = -\frac{28}{79}\frac{n_L}{s} = \frac{315}{80896\pi^6}\left(\frac{\pi^2}{90}\right)^{\frac{1}{1+w}} g_*^{-\frac{w}{1+w}} \left(\frac{T_{\rm reh}}{M_{\rm Pl}}\right)^{\frac{1-3w}{1+w}} \left(\frac{H_{\rm f}}{M_{\rm Pl}}\right)^{-\frac{1-w}{1+w}} \left(\frac{\mu}{M_{\rm Pl}}\right)^4 \Theta$$

GL in $\phi R\tilde{R}$ model (K. Kamada, **JK**, Y. Yamada and J. Yokoyama 2020)

- $w \leq 1/3$ (標準的な再加熱シナリオの場合)

$$\frac{n_B}{s} \propto \left(\frac{T_{\rm reh}}{M_{\rm Pl}}\right)^{\frac{1-3w}{1+w}}$$

➡ **瞬間的再加熱** がバリオン数生成の**上限**を与える.

$$\frac{n_B}{s} \simeq 1.5\times 10^{-19}\left(\frac{g_*}{100}\right)^{-\frac{1}{4}}\left(\frac{H_{\rm f}}{10^{13}{\rm GeV}}\right)^{1/2}\left(\frac{\mu}{10^{16}{\rm GeV}}\right)^{4}\left(\frac{\Theta}{10^{-5}}\right)$$

$$\ll\ 8.7\times 10^{-11}$$ →**小さすぎて観測値を説明不可能...**

GL in $\phi R\tilde{R}$ model (K. Kamada, **JK**, Y. Yamada and J. Yokoyama 2020)

- $w \leq 1/3$ (標準的な再加熱シナリオの場合)

$$\frac{n_B}{s} \propto \left(\frac{T_{\rm reh}}{M_{\rm Pl}}\right)^{\frac{1-3w}{1+w}}$$

→ **瞬間的再加熱** がバリオン数生成の**上限**を与える.

$$\frac{n_B}{s} \simeq 1.5\times 10^{-19}\left(\frac{g_*}{100}\right)^{-\frac{1}{4}}\left(\frac{H_{\rm f}}{10^{13}{\rm GeV}}\right)^{1/2}\left(\frac{\mu}{10^{16}{\rm GeV}}\right)^4\left(\frac{\Theta}{10^{-5}}\right)$$

$$\ll\ 8.7\times 10^{-11}$$ →**小さすぎて観測値を説明不可能...**

- $w > 1/3$ → **再加熱温度を下げる**ことでn_B/sが**増加**する!

$w = 1$の場合, 十分低い再加熱温度をconsistentに実現可能!!

GL in $\phi R\tilde{R}$ model (K. Kamada, **JK**, Y. Yamada and J. Yokoyama 2020)

- kination + 重力的再加熱

運動項駆動型inflationの終了後→ $\underline{w=1}$

しかし, inflatonが転がり続けてdecayできない…

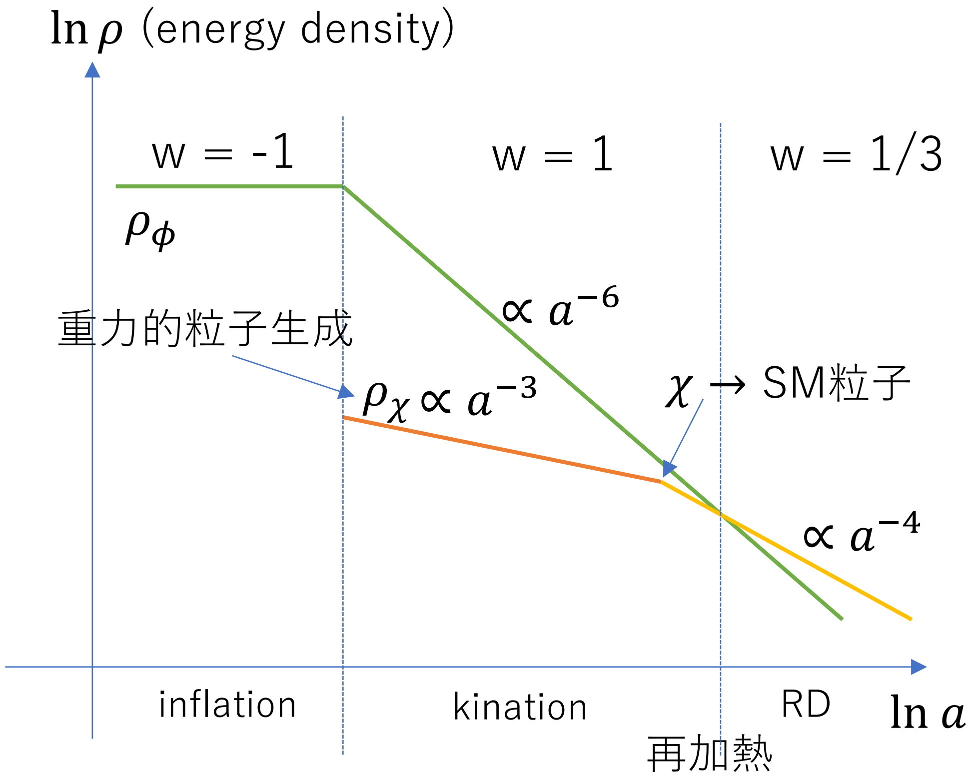
→**重力的粒子生成**による再加熱

ex.)共形結合した超重量scalar→SM粒子へ崩壊

$m \sim H_f \sim 10^{13}$GeV で T_{reh}~10^7が実現可能！

$$\frac{n_B}{s} = 9.7 \times 10^{-11} \left(\frac{\mu}{10^{16}\mathrm{GeV}}\right)^4 \left(\frac{\Theta}{10^{-5}}\right) \left(\frac{T_{\mathrm{reh}}}{10^7\mathrm{GeV}}\right)^{-1} .$$

→バリオン非対称性を説明できる！！



(S.Hashiba & J.Yokoyama 2019)

GL in $\phi R\tilde{R}$ model (K. Kamada, **JK**, Y. Yamada and J. Yokoyama 2020)

- kination + 重力的再加熱

運動項駆動型inflationの終了後→ $w = 1$

しかし,

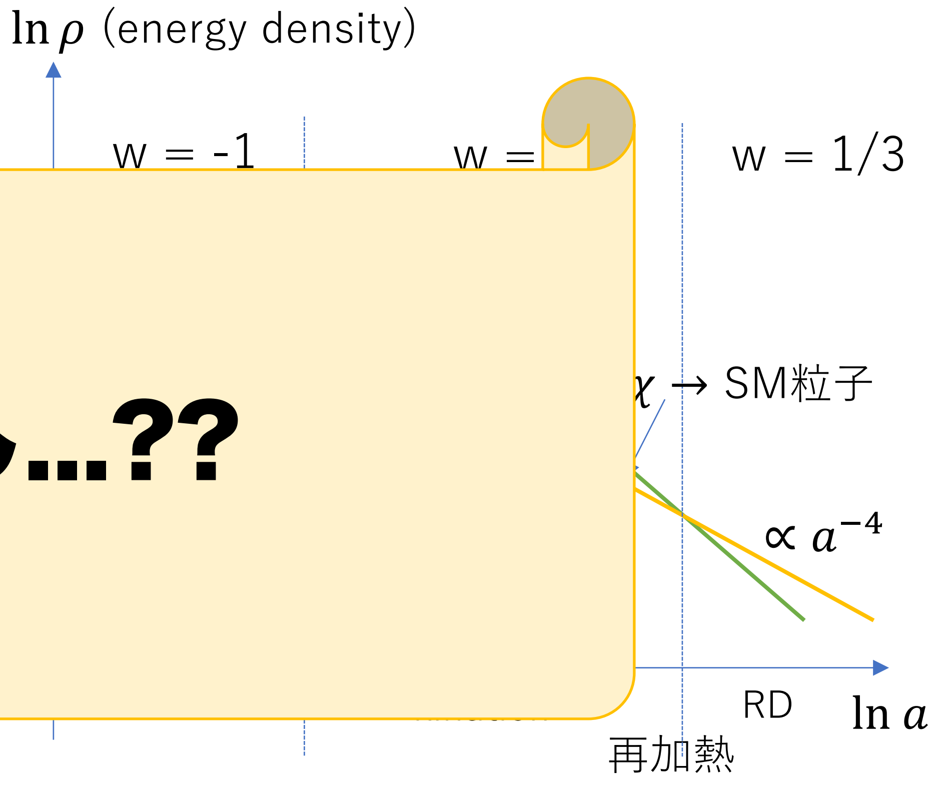
→**重力**

ex.)共形

$m \sim H_f$

めでたしめでたし…??

$\frac{n_B}{s} = 9.$ 10 $\left(\overline{10^{16}\mathrm{GeV}}\right)$ $\left(\overline{10^{-5}}\right)$ $\left(\overline{10^{7}\mathrm{GeV}}\right)$.



(S.Hashiba & J.Yokoyama 2019)

→バリオン非対称性を説明できる！！

Contents

- Introduction: Gravitational leptogenesis (GL)
- Review: GL in $\phi R\tilde{R}$ model
- Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$
- Summary

Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

μ 以上のscaleでは**右巻きneutrinoが**
activeになり, anomalyがcancelする.

↓

“物理的なscale” μ を Λとして取れる.

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle = -\frac{1}{2048\pi^2}\left(\frac{H}{M_{\rm Pl}}\right)^2 \Theta H^3 \left(\frac{\mu}{H}\right)^4$$

→ μ 依存性は正当化される! 🙆

本当にそれで良いのか??

🤔 🤔 🤔

KK JK YY

Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

- レプトン数評価におけるambiguity

確かにμはEFTの範囲内の物理的scaleだが,
依然として$\langle R\tilde{R}\rangle$は運動量積分のcutoffを含んだまま.
→この評価は**正則化の手法に強く依存**している.

例えば次元正則化を考えた場合, $\langle n_L\rangle$ は以下のように $\epsilon \equiv d-4$ に依存するはず.

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle \propto \frac{1}{\epsilon} \quad \longleftrightarrow \text{Correspondence??} \quad \langle n_L(\eta_f)\rangle \propto \mu^4$$

この不定性を取り除くための処方箋: **繰り込み**

(See also, W. Fischler and S. Paban 2007)

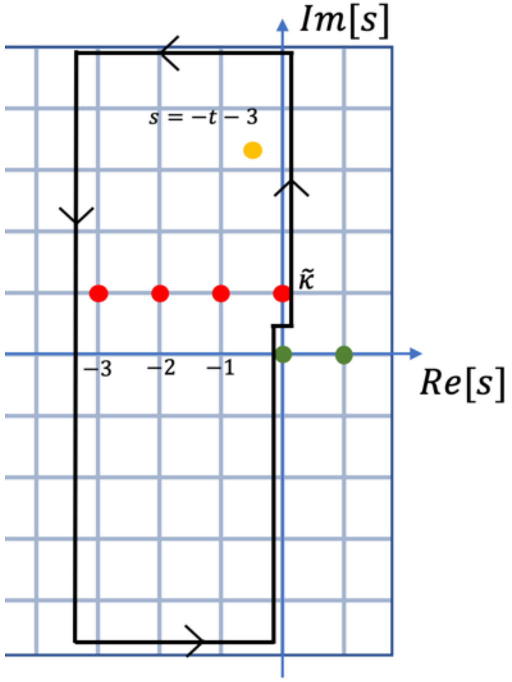
Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

- UV発散の構造

mode関数に含まれるWhittaker関数を

Mellin-Barnes表現によって書き換えることで,

$\langle R\tilde{R}\rangle$の発散をcontour integralの極と見なすことができる.



$$\langle R\tilde{R}\rangle = 3H^4\frac{\sinh^2(\pi\tilde{\kappa})}{\pi^4}\frac{H^2}{M_{\mathrm{Pl}}^2}\int_{\mathcal{C}_s}\int_{\mathcal{C}_t}\frac{ds}{(2\pi i)}\frac{dt}{(2\pi i)}f(s,t,\tilde{\kappa})\alpha^{s+t}\times$$

$$\Bigg\{\left(e^{-\pi\tilde{\kappa}-i\frac{\pi}{2}(s-t)}-e^{\pi\tilde{\kappa}+i\frac{\pi}{2}(s-t)}\right)\left[\frac{(s+1)(t+1)}{s+t+3}x^{s+t+3}+\frac{\Theta}{8}i\frac{s-t}{s+t+5}x^{s+t+5}\right]_{\frac{c}{H}}^{\frac{\Lambda}{H}}$$

$$-\left(e^{-\pi\tilde{\kappa}-i\frac{\pi}{2}(s-t)}+e^{\pi\tilde{\kappa}+i\frac{\pi}{2}(s-t)}\right)\left[i\frac{s-t}{s+t+4}x^{s+t+4}+\frac{\Theta}{16}\frac{2(s+1)(t+1)+s+t+2}{s+t+4}x^{s+t+4}\right]_{\frac{c}{H}}^{\frac{\Lambda}{H}}\Bigg\}$$

Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

- UV発散の構造

解析的に積分を実行し,

$\langle R\tilde{R}\rangle$ の**UV発散に対する依存性**を特定した.

$$\langle R\tilde{R}\rangle = 3H^4\frac{H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2}\tilde{\kappa}\left\{\underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^4 + 3\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^2 - 10\log\left(\frac{2\Lambda}{H}\right)} \underline{- 10\gamma + \frac{39}{2}}\right\}$$

$$\tilde{\kappa} \equiv \Theta/16$$

※断熱正則化も同様のUV発散を再現することを確認した.

また, 繰り込み条件として**minimal subtraction** を仮定した場合,

レプトン数の評価に密接に関係する**有限項**も特定した.

Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

- Counter term

$$\langle R\tilde{R}\rangle = 3H^4\frac{H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2}\tilde{\kappa}\left\{\underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^4} + 3\underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^2} - 10\log\underline{\left(\frac{2\Lambda}{H}\right)} \underline{- 10\gamma + \frac{39}{2}}\right\}$$

ϕの運動方程式に現れる$\langle R\tilde{R}\rangle$を繰り込む.

$$\Box\phi - V_{,\phi} = \frac{\mathcal{N}}{64\pi^2 M_{\rm Pl}}\langle R\tilde{R}\rangle - \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{\rm ct})}{\delta\phi}$$
$$= \frac{\mathcal{N}}{64\pi^2 M_{\rm Pl}}\langle R\tilde{R}\rangle_{\rm ren}$$

Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

- Counter term

$$\langle R\tilde{R}\rangle = 3H^4\frac{H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2}\tilde{\kappa}\left\{\underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^4} + 3\underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^2} - 10\log\underline{\left(\frac{2\Lambda}{H}\right)} \underline{- 10\gamma + \frac{39}{2}}\right\}$$

ϕの運動方程式に現れる$\langle R\tilde{R}\rangle$を繰り込む.

$$\Box\phi - V_{,\phi} = \frac{\mathcal{N}}{64\pi^2 M_{\rm Pl}}\langle R\tilde{R}\rangle - \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{\rm ct})}{\delta\phi}$$

$$= \underline{\frac{\mathcal{N}}{64\pi^2 M_{\rm Pl}}\langle R\tilde{R}\rangle_{\rm ren} \simeq \frac{\mathcal{N}}{64\pi^2 M_{\rm Pl}}3H^4\frac{H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2}\tilde{\kappa}\left(-10\gamma + \frac{39}{2}\right)}$$

$$\mathcal{L}_{\rm ct} = \underline{\left(a_1 R g^{\mu\nu} + a_2 R^{\mu\nu}\right) M_{\rm Pl}^4 \left(\partial_\mu f \partial_\nu f\right)}$$
$$+ \underline{\left(a_3 R^2 g^{\mu\nu} + a_4 R R^{\mu\nu} + a_5 R^{\rho\sigma}R_{\rho\sigma}g^{\mu\nu}\right) M_{\rm Pl}^2 \left(\partial_\mu f \partial_\nu f\right)}$$
$$+ \underline{\left(a_6 R^3 g^{\mu\nu} + a_7 R(R^{\rho\sigma}R_{\rho\sigma})g^{\mu\nu} + a_8 (R^{\rho\sigma}R_{\rho\sigma})R^{\mu\nu}\right)\left(\partial_\mu f \partial_\nu f\right)}$$

Renormalization of $\langle R\tilde{R}\rangle$ (K. Kamada, **JK** and Y. Yamada 2020)

- 繰り込まれたレプトン数密度

anomaly eq.の右辺も同様に繰り込めると仮定すると,

$$\langle \partial_\mu J^\mu_L \rangle_{\rm ren} = \frac{N_{R-L}}{24(4\pi)^2} \underline{\langle R\tilde{R}\rangle_{\rm ren}}$$

$$\langle n_L(\eta_f)\rangle_{\rm ren} = -\frac{1}{2048\pi^4}\frac{H^2}{M_{\rm Pl}^2}\Theta H^3 \underline{\left(\frac{39}{2} - 10\gamma\right)} \longleftrightarrow \langle n_L(\eta_f)\rangle = -\frac{1}{2048\pi^2}\left(\frac{H}{M_{\rm Pl}}\right)^2 \Theta H^3 \underline{\left(\frac{\mu}{H}\right)^4}$$

繰り込んだ場合, 少量のエントロピー生成が実現したとしても($w = 1$),

n_B/sの**観測値を説明することは不可能**.

$$\frac{n_B}{s} = 1.3\times 10^{-16}\left(\frac{g_*}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{H}{10^{13}{\rm GeV}}\right)^4\left(\frac{\Theta}{10^{-5}}\right)\left(\frac{T_{\rm reh}}{10^2{\rm GeV}}\right)^{-1}$$

$$\ll\ 8.7\times 10^{-11}$$

Summary

- 重力的レプトン数生成 = カイラルな原始重力波による物質数生成.
pseudo-scalar-tensorモデルではレプトン数がUV発散.

- $\langle R\tilde{R}\rangle$のUV依存性を解析的に明らかにし, counter termを特定した.

- アノマリー方程式においてminimal subtractionを仮定した場合,
生成されるレプトン数が小さすぎてバリオン数の観測値を説明できない.
→このモデルにおけるGLの実現可能性に疑問を投げかける結果となった.

補足資料

Gravitational (chiral) anomaly

- **曲がった時空におけるフェルミオンの作用**

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\bar{\psi}ie^{\mu}_{a}\gamma^{a}\left(\partial_\mu - \underline{\underline{\frac{i}{2}\sigma^{bc}A_{\mu bc}}} - iA_\mu\right)\psi\right]$$

$A_{\mu ab}$：スピン接続係数
→局所ローレンツ変換に関連したゲージ場

Gravitational anomaly: $A_{\mu ab}$に対するchiral anomaly

$$\nabla_\mu j_5^\mu = -\frac{1}{384\pi^2}\frac{\epsilon^{\alpha\beta\lambda\rho}}{\sqrt{-g}}R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta}R_{\mu\nu\lambda\rho} = -\frac{1}{12(16\pi^2)}R\tilde{R}$$

Consistency of $f(\phi)R\tilde{R}$ model

- **Strong coupling & ghost problem** (S. Alexander & J. Martin 2005)

$\Theta > 0$の場合, left-handed modeを考えると…

$$S^{(2)}_{\rm GW} = \frac{M_{\rm Pl}^2}{4}\int d\eta d^3k \left[a^2(\eta)\underline{\left\{1 - k\frac{\Theta}{8}(-\eta)\right\}}\left(|(h^L_{\mathbf{k}})'|^2 - k^2|h^L_{\mathbf{k}}|^2\right) + \cdots\right]$$

$\rightarrow\ k_{\rm phys} \equiv \dfrac{k}{a} \geq \dfrac{8H}{\Theta}$ のとき、**運動項の係数 ≤ 0**

<u>**要請**</u>：EFTの範囲内($k_{\rm phys} \leq \Lambda \sim M_{\rm Pl}$)に、強結合&ゴーストが現れない

$\Lambda \leq 8H/\Theta \implies \Theta \leq 8H/\Lambda \simeq 8H/M_{\rm Pl} \sim 10^{-5}$

<u>**この制限はinflationのモデルや$f(\phi)$の関数形の詳細に依らない.**</u>

GL in $\phi F\tilde{F}$ model (R. R. Caldwell & C. Devulder 2017)

- **ヘリカルなゲージ場にsourceされた重力波**

Axion gauge field Inflation

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{E-H} - \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 - V(\chi) - \frac{1}{4}F_{a\mu\nu}F^{a\mu\nu} + \underline{\underline{\frac{\chi}{M}F_{a\mu\nu}\tilde{F}^{a\mu\nu}}}$$

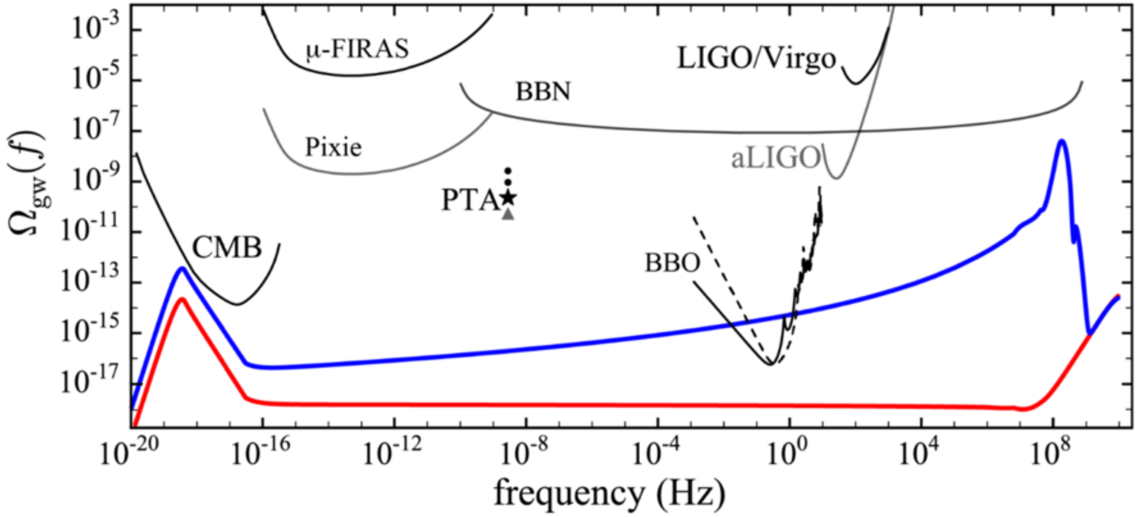
$V(\chi) = m^4(\chi/m)^n/n$
$M \sim 1.7 \times 10^{-4} M_{Pl}$
$g \sim 1.4\times10^{-3}$
$m \sim 1.7 \times 10^{-3} M_{Pl}$

tachyonic instabilityにより, ゲージ場の**L mode**が増幅

→**<u>重力波のL modeもamplified</u>**

数値計算による重力波のスペクトル評価
→ n_B/sの観測値が再現可能.

しかし$R\tilde{R}$の発散に関する議論がない…?



Adiabatic regularization

- 断熱真空: well definedなUV modeのgeneric featureを再現.

$$u^A_{\rm ad}(k,\eta) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_A(k,\eta)}} \exp\left\{ i\int^\eta d\eta' \Omega_A(k,\eta') \right\}$$

時間微分に対して断熱パラメータεをassignし, εの8次まで展開.

$$(\Omega^{(0)}_A)^2 = k^2 - \epsilon^2 \frac{z''_A}{z_A},$$

$$(\Omega^{(2n)}_A)^2 = (\Omega^{(0)}_A)^2 + \frac{3}{4}\epsilon^2 \left(\frac{\Omega^{(2n-2)\prime}_A}{\Omega^{(2n-2)}_A} \right)^2 - \frac{1}{2}\epsilon^2 \frac{\Omega^{(2n-2)\prime\prime}_A}{\Omega^{(2n-2)\prime}_A} \quad (n \geq 1) \qquad z_A^2 = \frac{a^2 M_{\rm Pl}^2}{2}\left(1 - \lambda^A k\epsilon \frac{f'(\phi)}{a^2} \right)$$

断熱真空解に対する$R\tilde{R}$の期待値　　same UV div.　　※IR div. also appears

$$\langle R\tilde{R}\rangle_{\rm ad} = 3H^4 \frac{H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2}\tilde{\kappa} \left\{ \underbrace{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^4 \epsilon^4 + 3\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^2 \epsilon^6 - 10\log\left(\frac{2\Lambda}{H}\right)}_{\text{same UV div.}} \epsilon^8 - \underbrace{10\log\left(\frac{2c}{H}\right)}_{\text{※IR div. also appears}} \epsilon^8 \right\}$$

Counter terms

$$\mathcal{L}_{\rm ct} = \underline{(a_1 R g^{\mu\nu} + a_2 R^{\mu\nu})\, M_{\rm Pl}^4\, (\partial_\mu f \partial_\nu f)}$$
$$+ \underline{\left(a_3 R^2 g^{\mu\nu} + a_4 R R^{\mu\nu} + a_5 R^{\rho\sigma} R_{\rho\sigma} g^{\mu\nu}\right) M_{\rm Pl}^2\, (\partial_\mu f \partial_\nu f)}$$
$$+ \underline{\left(a_6 R^3 g^{\mu\nu} + a_7 R (R^{\rho\sigma} R_{\rho\sigma}) g^{\mu\nu} + a_8 (R^{\rho\sigma} R_{\rho\sigma}) R^{\mu\nu}\right) (\partial_\mu f \partial_\nu f)}$$

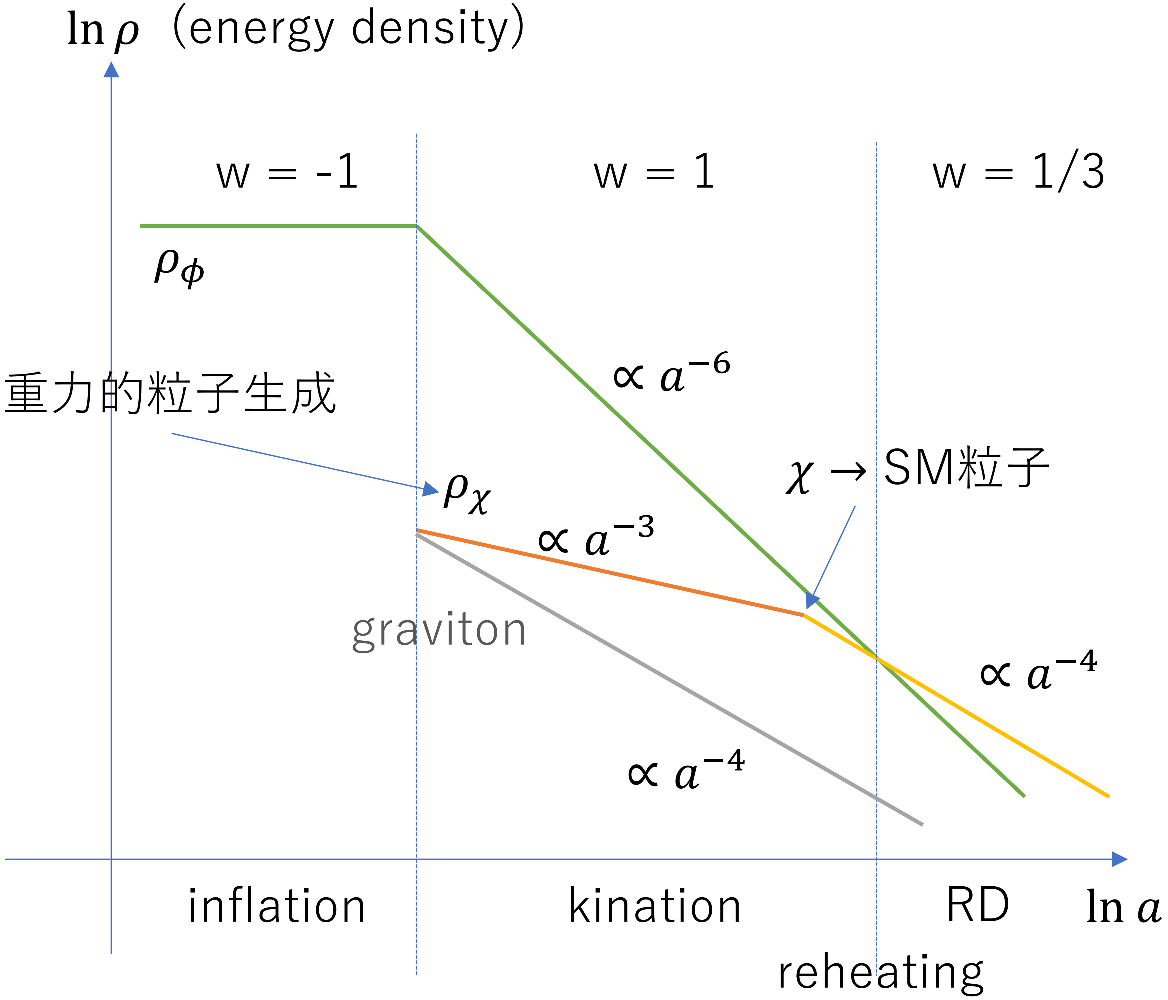
$$a_1 + \frac{a_2}{4} \sim \left(\frac{\Lambda}{M_{\rm Pl}}\right)^4 \alpha_1, \quad a_3 + \frac{a_4}{4} + \frac{a_5}{4} \sim \left(\frac{\Lambda}{M_{\rm Pl}}\right)^2 \alpha_2, \quad a_6 + \frac{a_7}{4} + \frac{a_8}{16} \sim \log\left(\frac{2\Lambda}{M_{\rm Pl}}\right) \alpha_3$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{\rm ct})}{\delta\phi} = \frac{\mathcal{N} H^2 \tilde{\kappa}}{64\pi^2 M_{\rm Pl}^3} \left(\underline{\alpha_1 \Lambda^4} + \underline{\alpha_2 \Lambda^2} H^2 + \alpha_3 \underline{\log\left(\frac{2\Lambda}{M_{\rm Pl}}\right)} H^4\right)$$

$$\langle R\tilde{R} \rangle = 3H^4 \frac{H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2} \tilde{\kappa} \left\{ \underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^4} + 3 \underline{\left(\frac{\Lambda}{H}\right)^2} - 10 \underline{\log\left(\frac{2\Lambda}{H}\right)} - 10\gamma + \frac{39}{2} \right\}$$

Conformally coupled scalar model

S.Hashiba & J.Yokoyama (2019)



inflation→kinationへの遷移に伴い,
massive scalar χ が重力的に生成 (質量m).

χとSM粒子間のcouplingが十分小さいとすると,
χのエネルギーが支配的になる直前にdecay.
$\to w = 1$ から$w = 1/3$への遷移が実現!!

この時の再加熱温度は,

$T_{\mathrm{reh}} \sim 1.6e^{-2m\Delta t}\times 10^8 \sim O(10^7)$GeV

with $m \sim H_f \sim 10^{13}$GeV