non BPS 系
の 物理

2000 7/7 @ 基研

杉本茂樹 (YITP)

★ Introduction

何故 non BPS が重要か？

① ~~SUSY~~ な現実への挑戦

② non SUSY な string theory や場の理論の解析手段

→ QCD などへの応用を期待

③ non BPS な系を考えることで初めて見える現象がある。

④ String theory の低エネルギーを記述するための新しい見方

→ SUGRA では不十分！

Plan

* Introduction
* 準備
* Descent Relation
* A Puzzle
* A Resolution
* Op-$\overline{Dp}$ system
* shifted quant. cond.
* より大胆に
* K理論
* Discussion

★ 準備

● Type II D-branes

・BPS なもの

$\rightarrow \left(\begin{matrix} A_\mu, \phi^i \\ \lambda \end{matrix} \right.$

$$|Dp\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|Bp\rangle_{NSNS} + |Bp\rangle_{RR} \right)$$

$$p = \begin{cases} \text{even} & (\text{IIA}) \\ \text{odd} & (\text{IIB}) \end{cases}$$

・non BPS なもの

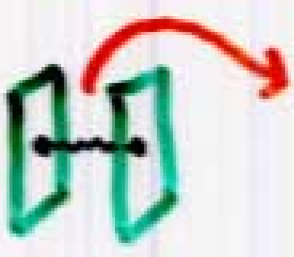
$\rightarrow \left(\begin{matrix} A_\mu, \phi^i, T \\ \lambda, \Psi \end{matrix} \right.$

RR charge なし

$$|Dp\rangle = |Bp\rangle_{NSNS}$$

$$p = \begin{cases} \text{odd} & (\text{IIA}) \\ \text{even} & (\text{IIB}) \end{cases}$$

・Dp-$\overline{Dp}$ 系



$Dp \quad \overline{Dp}$

$\left(\begin{matrix} T \\ \Psi \end{matrix} \right.$

$$|\overline{Dp}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|Bp\rangle_{NSNS} - |Bp\rangle_{RR} \right)$$

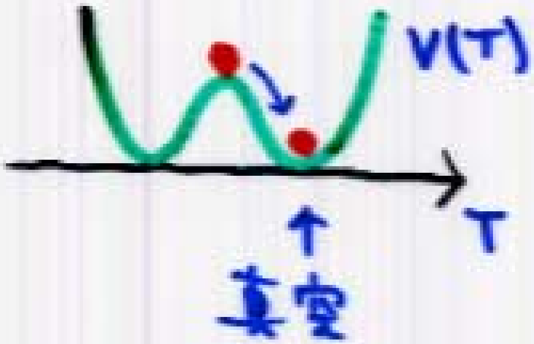
non BPS D-brane
Dp-$\overline{Dp}$ system の不安定性

$\Updownarrow$

tachyon の存在

- Key Observation (Sen '98)

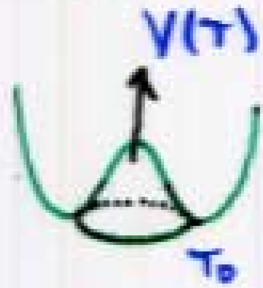
tachyon が condense → Susy な真空におちつく



(→ c.f. 高橋さん)

★ non BPS D-brane や Dp-$\overline{Dp}$ pair の生成、消滅を考慮に入れるべき！

★ Descent Relation (Sen '98)

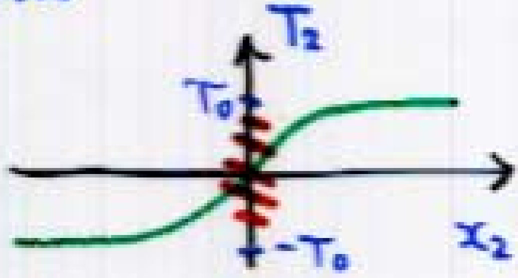


$\boxed{Dp\text{-}\overline{Dp}} \ni T = T_1 + i T_2$

cpx scalar

↓ ← (unstable) kink

$\underline{T_2 \sim x_2}$



$\boxed{\text{non BPS } D(p-1)} \ni T_1$

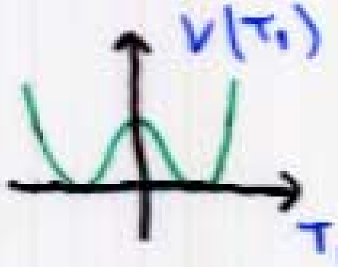
real scalar

vortex $\vec{}$

$\underline{T \sim x_1 + i x_2}$

↓ ← kink

$\underline{T_1 \sim x_1}$

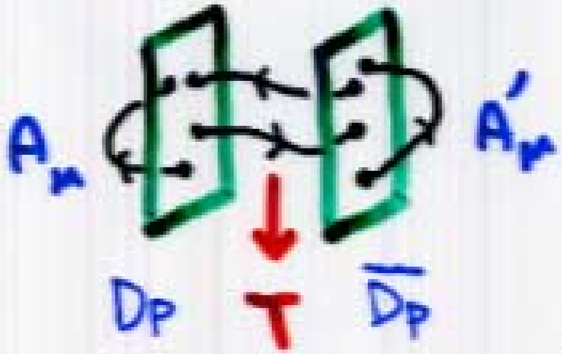


$\boxed{\text{BPS } D(p-2)}$

● これを一般化したのが K理論

★ A Puzzle

• Dp-$\overline{Dp}$ system



$U(1)\times U(1)$ theory

with cpx tachyon

T : $(+1,-1)$ of $U(1)\times U(1)$

$$\cancel{U(1)\times U(1)} \xrightarrow{\langle T\rangle \neq 0} U(1)_{diag.}$$

$\boxed{\text{この } U(1)_{diag.} \text{ はどうしてくれよう？}}$

• non BPS Dp も同様。

$U(1)$ theory with real tachyon

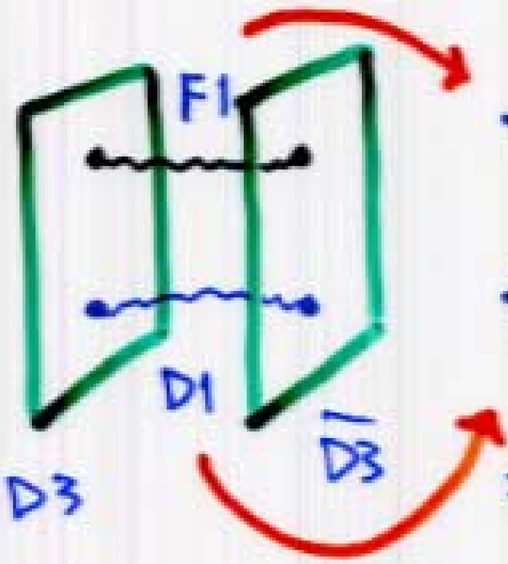
T : adjoint of $U(1)$
(neutral)

$\therefore$ $\boxed{U(1) \text{ は unbroken.}}$

★ A Resolution

(P. Yi (hep-th/9901159)
A. Sen (hep-th/9911116)
O. Bergman, K. Hori, P. Yi (hep-th/0002223)

$D3$-$\overline{D3}$ で考える。



T : $(+1, -1)$ of $U(1) \times U(1)$

$\tilde{T}$: $(+1, +1)$ of $U(1)^{mag} \times U(1)^{mag}$

これもきっと tachyonic

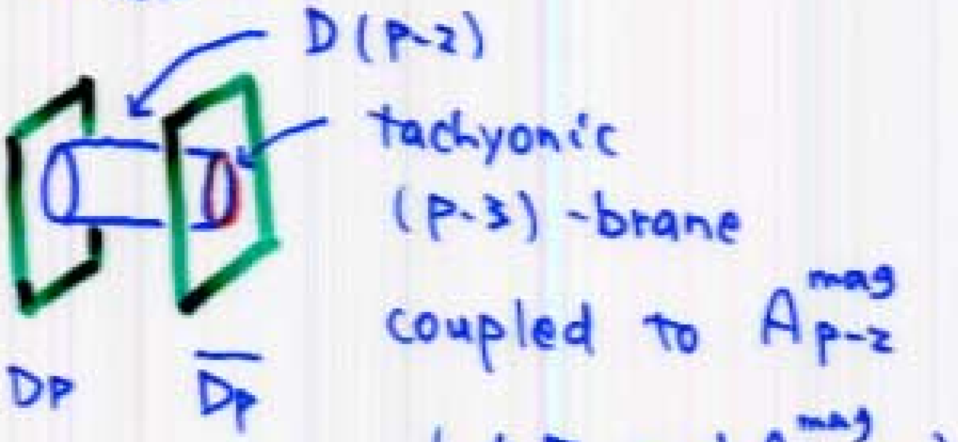
$\langle T \rangle \neq 0$ により $\cancel{U(1) \times U(1)} \to U(1)_{diag}$

→ $\langle \tilde{T} \rangle \neq 0$ により $\cancel{U(1)^{mag}_{diag}}$

→ dual Meissner effect より

$U(1)_{diag}$ は confined !

• 一般に



この tachyonic (p-3) brane が condense

→ unbroken gauge sym は confine

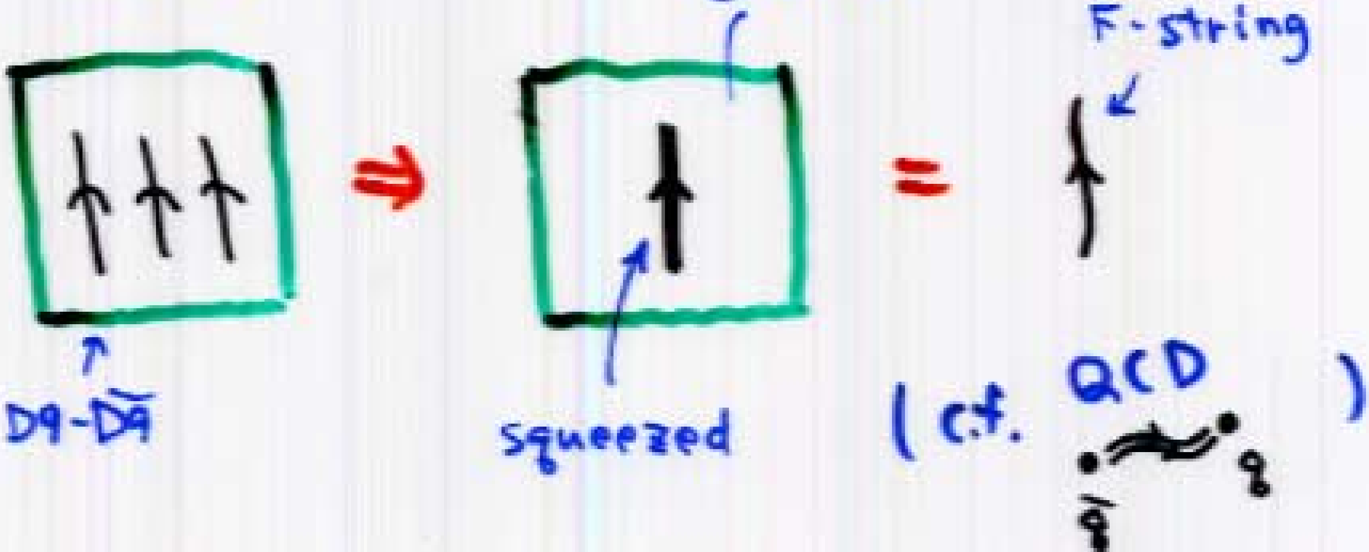
• p=2 case

$$A_\mu \overset{\text{dual}}{\longleftrightarrow} \sigma \ : \text{scalar}$$

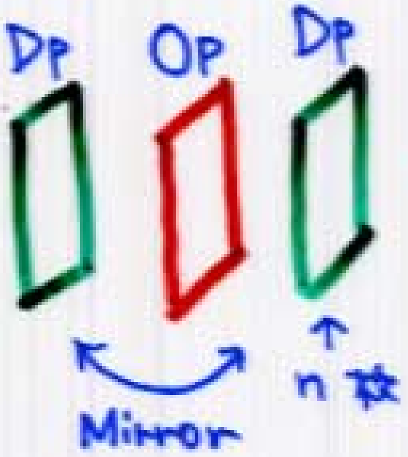
instanton effect で σ は massive

(cf. Polyakov '77)

• ele flux



★ O_p - $\overline{D_p}$ system



→ O(2n) … O_p^- - plane
USp(2n) … O_p^+ - plane

$O_p^\pm$ に $\overline{D_p}$ を重ねる → ~~SUSY~~
no tachyon

- $O9^+ + \overline{D9} \times 16$ (S.S. hep-th/9905159)

→ USp(32) string theory

A_μ … $\Box\!\Box$ (adjoint)

ψ … $\begin{smallmatrix}\Box\\\Box\end{smallmatrix}$ (anti sym)

これで Anomaly は cancel.

- brane susy breaking senario に使える。

Aldazabal et. al. hep-th/9909172
Angelantonj et. al hep-th/9911081 など

- $O3 + \overline{D3}$ (Uranga hep-th/9912145)

$O3^+ + n\,D3 \rightarrow \mathcal{N}=4$ USp(2n) SYM

$\downarrow$ S-dual

stucked

$\underbrace{O3^- + \tfrac{1}{2}D3}_{\widetilde{O3}^-\text{ と書く。}} + n\,D3 \leftarrow \mathcal{N}=4$ SO(2n+1) SYM

$\Rightarrow$ $\boxed{O3^+ \overset{S}{\longleftrightarrow} \widetilde{O3}^-}$ (Witten hep-th/9805112)

$O3^+ + n\,\overline{D3} \rightarrow$ non SUSY USp(2n) theory

$\updownarrow S$ $\quad\quad$ $\updownarrow$ S-dual !

$\widetilde{O3}^- + n\,\overline{D3}$ $\rightarrow$ non SUSY SO(2n-1) theory

$= O3^- + (n-\tfrac{1}{2})D3$

- 't Hooft anomaly matching cond. はちゃんと満たす。

★ shifted quant. cond.

← $D(p+2)$ wrapped on $S^2/\mathbb{Z}_2 = \mathbb{R}P^2$

Op^-

conjecture

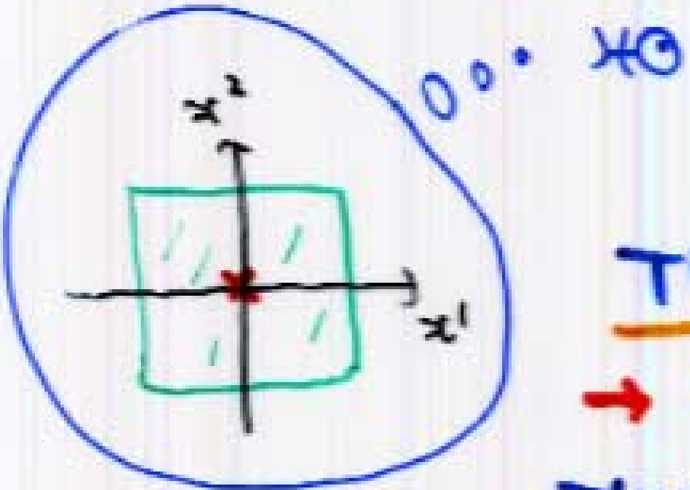
(Aharony, Rajaraman hep-th/0004151
cf. Freed-Witten hep-th/9907189)

$$\boxed{\int_{\mathbb{R}P^2} \frac{F}{2\pi} \in \frac{1}{2} + \mathbb{Z}}$$

ふつうの Dirac cond. からずれる。

(proof)

(Hyakutake, Imamura, S.S.
hep-th/0007012)



$x = (x^1, x^2)$

$T(x) = -T(-x)$ ☆

→ $T(0) = 0$

$T(x \neq 0) \neq 0$ とすると.

☆ より # vortex = odd $\therefore \int_{S^2} \frac{F}{2\pi} = \text{odd}$ //

☆ より大胆に

- 主張

Type I, II string の低エネルギー
のふるまいは、(少なくとも topological な
性質は)
次の 10 dim gauge theory で
記述される。 ↖ D9-$\overline{\text{D9}}$ system
or non BPS D9

I : $O(N+32) \times O(N)$ theory
with tachyon in (vec., vec.)

IIA : $U(N)$ theory
with tachyon in adjoint rep.

IIB : $U(N) \times U(N)$ theory
with tachyon in $(\square, \bar{\square})$

($N \to \infty$ をとる)

• <u>vacuum mfd</u> $\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}$

IIB である。

$$U(N)\times U(N) \xrightarrow{\langle T\rangle \neq 0} U(N)$$

$$\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}} = \frac{U(N)\times U(N)}{U(N)} = U(N)$$

これは topological に non trivial

$$\pi_{8-p}(\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}) = \begin{cases} \mathbb{Z} & (p: \text{odd}) \\ 0 & (p: \text{even}) \end{cases}$$

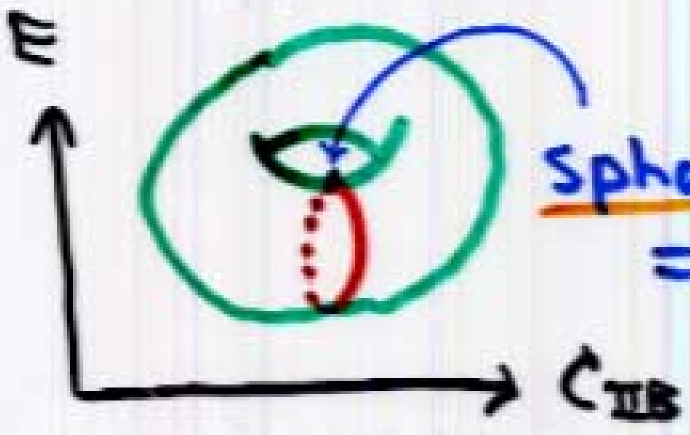
$\Big(\underset{\text{Dp-brane charge}}{\updownarrow} \Big)$

• <u>config. space</u> C_{IIB}

$\pi_1(C_{\mathrm{IIB}}) \neq 0$

$T_\theta : \underset{\theta}{S^1}\times S^8 \to \mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}$

$\pi_9(\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}) = \mathbb{Z}$



<u>sphaleron</u>

= non BPS D0

(Harvey Hořava Kraus hep-th/0001143)

★ K 理論 (Witten '98)

IIB でやる。

$$\left(\begin{array}{l} D9 \times N \rightarrow U(N) \text{ b'dle } E \\ \overline{D9} \times N \rightarrow U(N) \text{ b'dle } \tilde{E} \end{array}\right.$$

topological な分類

$$K(X) = \{(E, \tilde{E})\} / \sim$$

↑
時空

$$(E, \tilde{E}) \sim (E', \tilde{E}')$$

$\overset{\text{def}}{\Leftrightarrow}$ $\exists H, H'$: cpx vec. b'dle

s.t. $(\underset{\substack{\uparrow \\ D9}}{E \oplus H}, \underset{\substack{\uparrow \\ \overline{D9}}}{\tilde{E} \oplus H}) \cong (E' \oplus H', \tilde{E}' \oplus H')$

- $D9$-$\overline{D9}$ の対生成, 対消滅 で つながるものは 同一視。

主張 (Witten '98)

$K(X) \overset{1:1}{\longleftrightarrow}$ IIB D-brane charge

- $K(X)$ と RR charge (Minasian Moore '97)

$$\varphi : K(X)\otimes \mathbb{Q} \xrightarrow{\sim} H^{even}(X;\mathbb{Q})$$
$$\begin{array}{ccc} \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\ x & \longmapsto & \sqrt{\hat{A}(X)}\,\mathrm{ch}(x) \end{array}$$

$x = (E, \tilde{E})$ $\quad \mathrm{ch}(x) = \mathrm{tr}\, e^{\frac{F}{2\pi}} - \mathrm{tr}\, e^{\frac{\tilde{F}}{2\pi}}$

$\downarrow \ \downarrow$
$F \ \tilde{F}$: ゲージ場

は pairing $\left| \begin{array}{l} (x, x')_K = \mathrm{ind}\, \not{D}_{x\otimes x'} \\ (\varphi(x), \varphi(x'))_{DR} = \int \varphi(x) \wedge \varphi(x') \end{array} \right.$

を保つ同型.

$$S^{CS} = \int C \wedge \sqrt{\hat{A}(X)}\,\mathrm{ch}(x)$$

$C = C_0 + C_2 + C_4 + \cdots$ RR charge

- Type IIA → $\underline{K^1(X)} = \{(E, e^{iT})\}/\sim$ ← Tachyon

non BPS D9 上のゲージ場のなす cpx vec. b'dle

(Hořava '98)

- Type I → $\underline{KO(X)} = \{(E, \tilde{E})\}/\sim$

D9 $\overline{\text{D9}}$

real vec. b'dle

(O(N) b'dle)

$$KO(X) \cong \mathbb{Z} \oplus \underline{\widetilde{KO}(X)}$$

← これを

D9-brane charge (= 32 に fix)

p	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\widetilde{KO}(S^{9-p})$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	·	·	·	$\mathbb{Z}$	·	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$

$\| $

$\pi_{8-p}(O(N))$

stable non BPS D-branes

(RR charge をもたない)

- USp(32) theory → $\underline{KSp(X)}$

• K理論が cohomology よりも偉いわけ.

$$K(X) \otimes \mathbb{Q} \cong H^{even}(X;\mathbb{Q})$$

ただし

$$K(X) \not\cong H^{even}(X;\mathbb{Z})$$

★ RR charge に対応しない D-brane charge がある。

例 Type I stable non BPS branes

★ non-trivial な cycle に巻きついていても、D-$\bar{D}$ の対生成を介して decay する場合がある。

例 $\pi_6(U(3)) = \mathbb{Z}_6$, $\pi_6(U(4)) = 0$

(see Diaconescu Moore Witten hep-th/0005090)

- One more step

RR field strength $G = dC$

IIA : $G^A = G_0 + G_2 + \cdots \in H^{even}(X)$

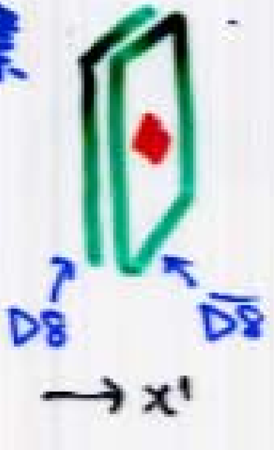
IIB : $G^B = G_1 + G_3 + \cdots \in H^{odd}(X)$

$$\left(\begin{array}{l} K(X) \otimes \mathbb{Q} \cong H^{even}(X;\mathbb{Q}) \\ K^1(X) \otimes \mathbb{Q} \cong H^{odd}(X;\mathbb{Q}) \end{array} \right.$$

より $G^A \leftrightarrow K(X)$

$G^B \leftrightarrow K^1(X)$ が示唆される。

実際



$$dG^A = \delta(x^1) \sqrt{\hat{A}}\, \mathrm{ch}(\underbrace{x}_{K(X)}) \quad \leftarrow D8\,\overline{D8}$$

$$\rightarrow \boxed{G^A = \sqrt{\hat{A}}\, \mathrm{ch}(x)}$$

(Moore Witten hep-th/9912279)

- RR partition func.
- shifted quant. cond.

(Witten -th/9912086
Moore Witten
Diaconescu MW.

★ Discussion

- non BPS 系 を 考えることで SUGRA では 見えない 所まで 踏みこめた。
- しかし、うまく行ったのは topological な 話ばかり。
- いかに dynamics を 取り入れるか？ が 今後の 課題