Quantum Corrections on Fuzzy Sphere [1]

総合研究大学院大学　高山 靖敏
E-mail: takaya@post.kek.jp

コンパクトかつ曲がった非可換時空である非可換球面 (Fuzzy sphere) は，取り扱いが容易な非可換空間の一つである．このような時空は IIB(IKKT) 行列模型に Myers 項を足す事により実現できる:

$$S = S_{IIB} + S_{Myers} \tag{1}$$

$$= \sum_{\mu,\nu,\rho=1}^{D} -\frac{1}{4}Tr[A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{1}{2}Tr\bar{\psi}\Gamma^\mu[A_\mu, \psi] + \frac{i}{3}f_{\mu\nu\rho}Tr[A_\mu, A_\nu]A_\rho \tag{2}$$

$$f_{\mu\nu\rho} = \begin{cases} f\epsilon_{\mu\nu\rho} & (\mu,\nu,\rho) \in (1,2,3) \\ 0 & (others) \end{cases} \tag{3}$$

特に我々は $D = 3$ の場合 (3D モデル)，と $D = 10$ の場合 (10D モデル) に注目した．

この作用の古典解は，非可換球面を与える:

$$\text{EOM:}[A_\mu, [A_\mu, A_\nu]] - if_{\mu\nu\rho}[A_\mu, A_\rho] = 0 \Rightarrow \text{Sol.} \begin{cases} A_\alpha = fj_\alpha \otimes 1_{n\times n} & (\alpha = 1,2,3) \\ A_i = 0. & (others) \end{cases} \tag{4}$$

我々はこの古典解を背景場とする有効作用を 2 ループまで求め，解析を行った．このモデルはちょうど非可換球面上の $U(n)$ ゲージ理論に対応している為に，平坦な空間上のゲージ理論と比較する事ができる．

我々の解析の結果，以下のような興味深い結論を得た:

- この行列模型には SUSY があるにも関わらず，有効作用の量子補正がフェルミオンとボソン間でキャンセルしない．これは SUSY が破れている事を表している．
- SUSY が破れているという事実は，“de Sitter 空間上で SUSY は実現しない” という Witten が行った議論と一致している[2]．
- 非可換球面上のゲージ理論ではゲージ群が $U(1)$ の時のみ量子補正がキャンセルする．このキャンセルは，以下の二点で，平坦な空間上でのゲージ理論の場合と異なる:
  - 平坦な空間上では SUSY によるキャンセルはゲージ群によらずに起きるにも関わらず，非可換球面上ではゲージ群が $U(1)$ の時以外には起こらない．
  - 平坦な非可換空間上の $U(1)$ ゲージ理論では SUSY によるキャンセルがプラナーとノンプラナーセクターでそれぞれ独立に起こるが，非可換球面上でのキャンセルはプラナーとノンプラナーセクターとを独立に考える限り起こらない．
- 10D モデルと 3D モデルの比較により，非可換球面上のゲージ理論と 2 次元超重力理論とが対応する事が期待される結果を得た．この事からこの両者は同じユニバーサリティクラスに属すると期待している．

---

[1] この研究は，今井孝明 (総研大), 北澤良久 (KEK)，富野弾 (KEK) 氏との共同研究に基づくものです．

[2] de Sitter 空間 dS_2 を Wick 回転すれば S^2 空間になる事に注意．