非可換ソリトンと無限個の保存量

名古屋大学大学院 多元数理科学研究科　浜中 真志
E-mail: hamanaka@math.nagoya-u.ac.jp

ソリトン理論, 可積分系の非可換空間への拡張が現在盛んに研究されつつある. (総合報告として例えば [1, 2] 等がある.) これまで, KP 方程式, KdV 方程式, Burgers 方程式といった個々の方程式の非可換化は, Lax 形式, 保存量, 線形化などの観点から詳しく調べられ, 何らかの非常に特別な性質が保たれていることが分かっている. しかし, その特別な性質はどこから生じているのか, 可積分性を与えるのに十分なのか, 等まだまだ調べるべきことが残っている. 今こそ, より一般的な枠組みを構築し, それらの起源や背景を探ることが必要とされている.

佐藤理論は, 可換空間において, ソリトン理論の最も包括的かつ壮大な理論として知られており, 多重ソリトンの厳密解の構成や無限個の保存量の導出だけでなく, 解空間の構造や, 背後にある無限次元の対称性などが全て明らかにされる. この理論の非可換空間への拡張が上記の問題解決につながることは十分に期待される.

私は, 佐藤理論の枠組みから, これらの非可換ソリトン (階層) 方程式が無限個の保存量を持つことを一般に示した [3]. 空間-空間 非可換性の場合だけでなく, 時間-空間 非可換性の場合にも, 具体的保存密度の表式を与えた. これは非可換ソリトン方程式が, 背後に無限次元の対称性を持つことを強く示唆している.

ただし, 時間方向に非可換性を導入した場合, 方程式は時間について無限階の微分方程式になるため, 可積分性の定義などを再検討する必要がある. これについては [2] で報告する予定である.

参考文献

[1] 浜中 真志, “Solitons on non-commutative spaces,” 京大数研講究録 (掲載予定).[1]

[2] M. Hamanaka, “Noncommutative Solitons and Integrable Systems,” to appear in Proceedings of the COE workshop on Noncommutative Geometry and Physics 2004, Keio, hep-th/041mnnn.

[3] M. Hamanaka, “Commuting flows and conservation laws for noncommutative Lax hierarchies,” hep-th/0311206.

[1]私のホームページ [http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~hamanaka] から入手可能.