

# Towards mirror symmetry on noncompact Calabi-Yau manifolds

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 木村 哲士

E-mail: tetsuji@post.kek.jp

string 理論に於ける研究課題の一つとして gauge/gravity 対応がある。例えば conifold と呼ばれる非コンパクトな Calabi-Yau (CY) 多様体の一部に D-branes や RR flux を配置させた系の低エネルギー有効理論は、ある sector について厳密解が得られる様になった。そしてこれはその後の Dijkgraaf-Vafa 理論にも発展していく。そこでは large- $N$  dual や mirror dual が本質的な役割を果たしてきた。2001 年には、 $SU(N)$ ,  $G_2$  そして  $Spin(7)$  holonomy 群を持つ非コンパクト多様体の計量の再構築が盛んに研究された。同時期に我々も worldsheet theory の立場から非コンパクトな Kähler 多様体上の CY 計量を与えた [1]。

では、我々が構成した CY 計量の mirror dual とはどのような物であろうか。これを考えるにあたり、今回の研究では、[1] の土台となる  $\mathcal{O}(-N+k)$  bundle on  $\mathbb{C}\mathbb{P}^{N-1}[k]$  (これを  $M$  と呼ぶ) の mirror dual ( $\tilde{M}$  と呼ぼう) を構成する。この多様体に適当な整数  $N$  と  $k$  を決め、global symmetry を付加する事で、hermitian symmetric space 上の line bundle を再現する事ができる。なお構成には gauged linear sigma model (GLSM) とその T-dualized model [2] を用いた。

この研究で次の事が明らかになった。 $1 \leq k \leq N/2$  の場合は  $M$ ,  $\tilde{M}$  共に  $\mathcal{O}(-N)$  bundle on  $\mathbb{C}\mathbb{P}^{N-1}$  とその mirror dual の性質を強く持ち、 $N/2 \leq k \leq N-1$  では  $\mathbb{C}\mathbb{P}^{N-1}[N]$  とその mirror dual の性質を強く持つ。また  $k=2$  の場合、 $M$  には  $SO(N)$  対称性が余分に付加され得る可能性があり、このとき  $M$  は line bundle on quadric surface [1] となる事がわかるが、T-dualized model では  $SO(N)$  対称性がどのように反映されているのかを認識するのは、現在の枠組では困難であろうという事も再確認できる。T-dualized model を用いた現在の mirror symmetry の議論は、twisted chiral sector のみを見るからであるが、 $SO(N)$  対称性は chiral sector にあるためである。如何にして T-dualized model の twisted chiral sector 以外の情報も正しく読み取るのか、という問題が残る。しかしこの問題の解決の糸口になるであろう模型を、我々は既に得ている。それは sigma model on quadric surface である [3]。asymptotic free な sigma model on  $\mathbb{C}\mathbb{P}^{N-1}$  の mirror dual (T-duality) は、 $A_{N-1}$  型の affine Toda field theory であるという議論が存在する。これは  $\mathbb{C}\mathbb{P}^{N-1}$  の cohomology ring が  $A_N$  型である事などが反映された結果である。これと同様の議論を [3] に応用しよう。quadric surface の cohomology ring は  $D_N$  型であることから、sigma model on quadric surface [3] の mirror dual は  $D$ -type affine Toda field theory となるであろうことが予想できる。つまり twisted chiral sector 以上の情報を引き出す事が可能であろうと思われる。これを演繹する事で、最終的に、CY 多様体である line bundle on quadric surface (上の多様体  $M$  で  $k=2$ 、そして  $SO(N)$  対称性を持つ物) の mirror dual が理解できると思われる。

## 参考文献

- [1] K.Higashijima, T.Kimura and M.Nitta, “Gauge Theoretical Construction of Non-compact Calabi-Yau Manifolds,” Ann. Phys. 296 (2002) 347, hep-th/0110216.  
K.Higashijima, T.Kimura and M.Nitta, “Calabi-Yau Manifolds of Cohomogeneity One as Complex Line Bundles,” Nucl. Phys. B645 (2002) 438, hep-th/0202064.
- [2] K.Hori, et. al., “Mirror Symmetry,” Clay Mathematics Monographs vol. 1 (2003), AMS.
- [3] K.Higashijima, T.Kimura, M.Nitta and M.Tsuzuki, “Large- $N$  Limit of  $\mathcal{N} = 2$  Supersymmetric  $Q^N$  Model in Two Dimensions,” Prog. Theor. Phys. 105 (2001) 261, hep-th/0010272.