

Cardy states as idempotents of fusion ring in string field theory

東京大学大学院理学系研究科 岸本 功

E-mail: ikishimo@hep-th.phys.s.u-tokyo.ac.jp

近年、D-brane を弦の場の理論の枠組みで扱おうとする試みがなされているが、Witten 型の開弦の場の理論の古典解に関するものが多い。一方、従来から D-brane を境界状態を使って記述する手法が知られており、境界状態は閉弦の Hilbert 空間に属するので、閉弦の場の理論の枠組みで D-brane を扱う問題も考えられる。後者の観点に基づいて、我々は（平坦な自明な背景時空で）通常の D_p -brane をあらかず境界状態が一つの非線形な関係式： $\Phi_B(\alpha_1) * \Phi_B(\alpha_2) = C c_0^+ \Phi_B(\alpha_1 + \alpha_2)$ (1) を満たすことを示した。[2] ここで $*$ は HIKKO の閉弦の場の理論における light-cone 型の相互作用をあらかず閉弦の場の積である。特に右辺の係数 C は臨界次元 $d = 26$ のとき $\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 + \alpha_2) T^{-3}$ に比例し、普遍的なものになっている。（ただし、 T は 3 つの閉弦を貼り合わせる際の隙間を表す正則化パラメータ。）[3] そこで、今回我々は背景時空が非自明になった場合にもこの「冪等方程式」(1) が境界状態を特徴づけるものになっているかどうかということ議論した。[1]

境界状態は一般に線形方程式 $(L_n - \tilde{L}_{-n})|B\rangle = 0$ を満たす石橋状態の適当な線形結合として表される。境界状態 $|B\rangle$ が物理的に意味をもつためには、さらに Cardy 条件： $\langle B | \tilde{q}^{\frac{1}{2}(L_0 + \tilde{L}_0 - \frac{c}{12})} | B' \rangle = \sum_i N_{BB'}^i \chi_i(q)$ (2) を満たす必要がある。式 (2) は境界状態について 2 次の関係式なので、(式 (1) の matter sector の) 閉弦の場の理論の $*$ 積に関する冪等方程式 $|B\rangle_{\alpha_1} * |B'\rangle_{\alpha_2} = \delta_{B,B'} |B\rangle_{\alpha_1 + \alpha_2}$ (3) と関連づいていると予想される。実際、RCFT の場合、石橋状態の $*$ 積が fusion 代数 $e_i * e_j = N_{ij}^k e_k$ ($N_{ij}^k = \sum_l S_{il} S_{jl} S_{kl}^* / S_{1l}$) と同一視できれば、つまり、 $|i\rangle_{\alpha_1} * |j\rangle_{\alpha_2} \sim N_{ij}^k |k\rangle_{\alpha_1 + \alpha_2}$ が成り立つとすると、式 (3) を解くことは fusion 代数の冪等元を求める問題に帰着され、Cardy 状態： $|\alpha\rangle = \sum_i (S_{\alpha i} / \sqrt{S_{1i}}) |i\rangle$ は、冪等元 $P^{(\alpha)} = S_{1\alpha}^* \sum_i S_{i\alpha} e_i$ と対応していることがわかる。

これらのことを閉弦の場の理論の枠組みで具体的に示すために、我々は、振動子を用いてあらかず $*$ 積が構成されているトーラス T^d やオービフォールド T^d / Z_2 背景での HIKKO 型の弦の場の理論を使って、文献 [2] と同様な計算を遂行することにより、Cardy 状態がこの $*$ 積に関して冪等元になっていることを示した。この計算で特に非自明なのは、ghost sector も含めて式 (1) の規格化が普遍的になっているか、ということである。それをチェックするためには $*$ 積の計算で出てくる $\infty \times \infty$ の Neumann 行列の行列式を評価する必要がある。トーラスの場合は文献 [3] と同様の正則化で Cremmer-Gervais 恒等式を用いて評価できるが、オービフォールドの場合 twisted sector が入ってくると零モード依存性の違いにより同様のテクニックは使えないことがわかる。そこで我々は、貼り合わせの隙間 T を逆向きにとった正則化をすることで本質的に開弦の 1 ループの計算に帰着させ、そのモジュライ $\tilde{\tau}$ が $T \rightarrow +0$ で $e^{-\frac{\pi}{|\tilde{\tau}|}} \sim T / |(\alpha_1 + \alpha_2) \sin(\pi \alpha_1 / (\alpha_1 + \alpha_2))|$ のようにつぶれる場合の amplitude を評価し、fractional D-brane の境界状態が閉弦の場の理論における冪等元になっていることを確かめた。より一般の背景時空の場合に Cardy 状態と閉弦の場の理論の冪等元の対応を規格化も含めた議論をするには、LPP 的に構成した 3 弦バーテックスを用いて、後者の正則化を用いて CFT の 1 ループの相関関数の、モジュライ $\tilde{\tau}$ がつぶれる極限での振る舞いを解析すればよいと思われる。

参考文献

- [1] I. Kishimoto and Y. Matsuo, Phys. Lett. B **590**, 303 (2004) [arXiv:hep-th/0402107].
- [2] I. Kishimoto, Y. Matsuo and E. Watanabe, Phys. Rev. D **68**, 126006 (2003)
- [3] I. Kishimoto, Y. Matsuo and E. Watanabe, Prog. Theor. Phys. **111**, 433 (2004)