

4 体相互作用をもつ量子力学における補助場の方法の有効性

九州大理, 愛媛大理^A 坂口 智彦, 柏太郎^A
E-mail: tomohiko@higgs.phys.kyushu-u.ac.jp,
kashiwa@phys.sci.ehime-u.ac.jp^A

補助場の方法を用いてループ展開の次数を上げると、展開パラメータ (\hbar や $1/N$ など) が大きい値をとるときでさえとても精度のよい近似値が得られる、ということがいくつかの文献 [1, 2, 3] で示されている。今回我々は 1 次元量子力学模型 (ハミルトニアン

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2} + \frac{\omega^2}{2} \mathbf{x}^2 + \frac{g^2}{8N} (\mathbf{x}^2)^2$$

をもつ) の真空期待値 $\langle \mathbf{x}^2 \rangle / N$ を補助場の方法を用いて計算しこの方法の有効性について調べた。この真空期待値は分配関数 Z に外場 J を導入し、 $\exp[-NW[J]] = Z[J]$ できる関数 $W[J]$ からもとめることができる:

$$\frac{\langle \mathbf{x}^2(t) \rangle}{N} = -\frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \frac{\delta}{\delta J_{\alpha}(t)} \frac{\delta}{\delta J_{\alpha}(t)} W[J] \Big|_{J=0}$$

我々が特に注目したのはこの模型のインスタントン効果が効く領域 (結合定数が $g^2/8 \sim 10^{-1}$ の領域) である。文献 [1] ではこの模型の基底エネルギーを計算し、この領域では近似の収束があまりよくないこと (2 ループまでの近似でさえ約 45% のずれが生じる) が示されている。今回計算した真空期待値ではこの領域でもよい結果が得られた (1 ループまでの近似でさえ約 16% のずれで収まる)。このように基底エネルギーの場合よりも近似の結果がよくなったのは外場 J により対称性をわずかに破った効果が効いているからだと考えられる。

また我々は 1 次元フェルミ型量子力学模型 (ハミルトニアン

$$H(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}^{\dagger}) = -\omega \hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{a}}^{\dagger} + \frac{\lambda^2}{2M} \sum_{i,j=1}^M \hat{a}_i \hat{a}_j \hat{a}_j^{\dagger} \hat{a}_i^{\dagger}$$

をもつ) の基底エネルギーと真空期待値 $\langle \xi_j^* \cdot \xi_j \rangle / M$ を補助場の方法を用いて計算した。その結果、 λ^2 が小さいところではよい近似を得るが、 λ^2 が大きくなると近似は悪くなることがわかった。

参考文献

- [1] T. Kashiwa, Phys. Rev. **D59**, 085002 (1999).
- [2] T. Kashiwa and T. Sakaguchi, Prog. Theor. Phys. Vol.110, No.3, 589 (2003).
- [3] T. Kashiwa and T. Sakaguchi, Phys. Rev. **D68**, 065002 (2003).