Correlators of matrix models on fuzzy sphere

縄理論において時空の非可換性（非可換幾何学）は重要な役割を果たしていると期待される。例えば縄理論における時空の不確定性原理やDブレーン系にその非可換性が出現している。特に我々はブレーン・ダイナミクスを明らかにする事を通じて、非可換幾何学に対するより深い理解を目指している。

そしてブレーン・ダイナミクスを追うアプローチの一つとして行列模型がある。例えばBFSSやIIB(IKKT)型行列模型がその代表である。特に我々はReduced SYM模型にMyers項を付け加えた模型を考察した：

$$ S = S_{SYM}^{Red} + S_{Myers} $$

$$ S_{SYM}^{Red} = \sum_{\mu,\nu = -1}^{D} -\frac{Tr}{4} [A_{\mu}, A_{\nu}]^2 + \frac{Tr}{2} \bar{\psi} \Gamma^{\mu} [A_{\mu}, \psi] $$

$$ S_{Myers} = \alpha \times \frac{2i}{3} \sum_{\mu,\nu = -1}^{D} {\epsilon_{\mu\nu\rho}} A_{\mu} A_{\nu} A_{\rho} $$

この模型は非可換球面を古典解として実現している。そしてこの古典解まわりのbackground field methodを用いる事により場の理論的解析が可能となる。

我々は特に相関関数（$\langle Tr A_{\mu} A_{\nu} \rangle$）について評価を行った。なぜならこの物理量は空間の拡がりを与える秩序変数という重要な意味をもつからである。結果は、$N$ を行列のサイズとすると、

$$ \frac{1}{N} \langle Tr A_{\mu} A_{\nu} \rangle \approx \delta_{\mu\nu} \begin{pmatrix} \text{Tree + 1-Loop} & \sim O(N^{3/2}) & D = 3 \text{ bsonic case} \\ \text{Tree} & \sim O(N^2) \text{ or } O(N) & D = 10 \text{ SUSY case} \end{pmatrix} $$

$$ \text{with } \delta_{\mu\nu} = \begin{cases} \delta_{\mu\nu} & (\mu, \nu \in S^2 \text{が拡がる方向}) \\ 0 & (上記以外の方向) \end{cases} $$

この結果は、相関関数はツリー（&1 ループ）が支配的であり、従って古典的に実現された非可換球面が量子論的にもつぶれずに存在する事を意味している。またツリー（&1 ループ）が支配的であるという結果は、この非可換 $S^2$ 上の行列模型が本質的に 2 次元ゲージ理論（線込み可能）と同じ振舞いをすると考えると自然に説明がつく。

次に我々は非可換 $S^2 \times S^2$ 背景場上のIIB行列模型（$S_{IIB} = S_{SYM}^{Red}(D = 10)$）についても、相関関数の評価を行った。

結果は、2-Loop level までで、

$$ \frac{1}{N} \langle Tr A_{\mu} A_{\nu} \rangle \approx \sqrt{N}(0.48\delta_{\mu\nu} + 0.91\delta_{\mu\nu}) \sim O(\sqrt{N}). $$

この結果から、量子補正は背景場 $S^2 \times S^2$ をつぶしてしまう事が分かる。またオールオーダーの量子補正を考慮してもこの相関関数は $O(\sqrt{N})$ で振舞うと期待される。それは非可換 $S^2 \times S^2$ 上のIIB行列模型が本質的に 4 次元ゲージ理論（線込み可能）と同じ振舞いをすると期待するからである。

この結果から、$S^2$ の半径を $R$ とすれば $R^2 \sim \sqrt{N}$ という identification が期待できる。

---

1. この講演は高エネルギー物理学会総合講演会で行われた講演（0403214）に基づくものである。
2. 2 次元ゲージ理論の特徴は線込み可能、つまり高次の量子補正ほど強く取束する（低次の補正ほど効く）という事である。この事から理論はたかだかツリー（&1 ループ補正）で決定されると期待できる。実際にこの模型での振舞いはそうになっている。
3. 4 次元ゲージ理論の特徴は線込み可能、つまりどんな高次でも、同じオーダーの量子補正を与える事である。従って（どんな高次）量子補正も $N$ のスケーリングの振舞いを変化させないと期待できる。

1