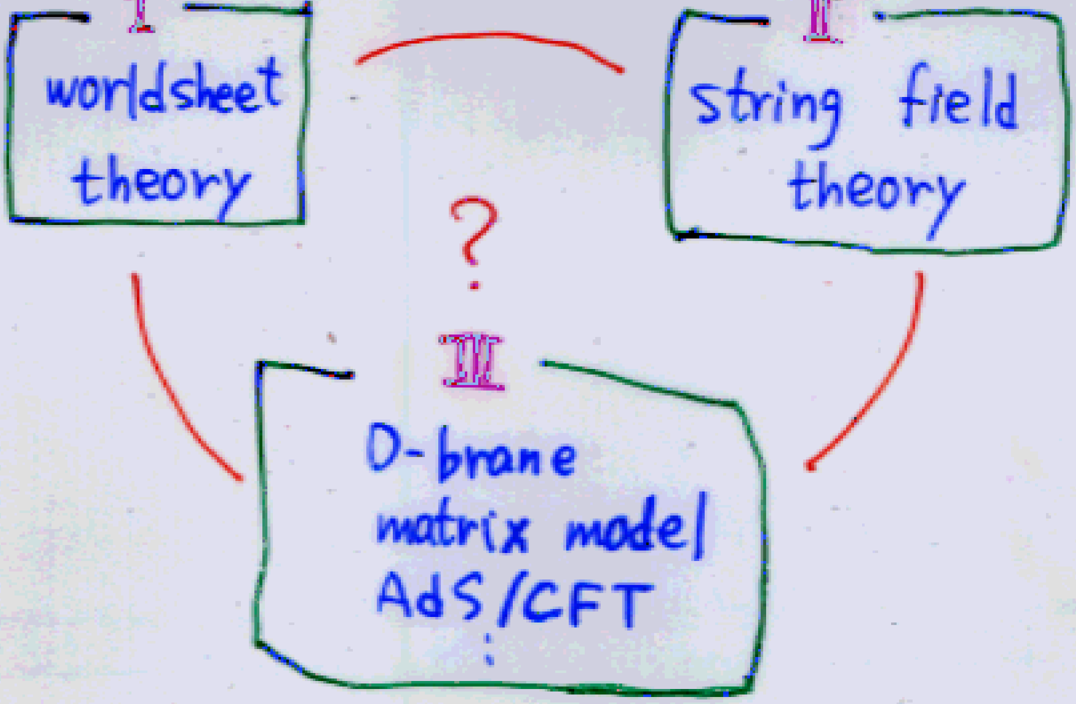
非臨界弦の
非摂動効果

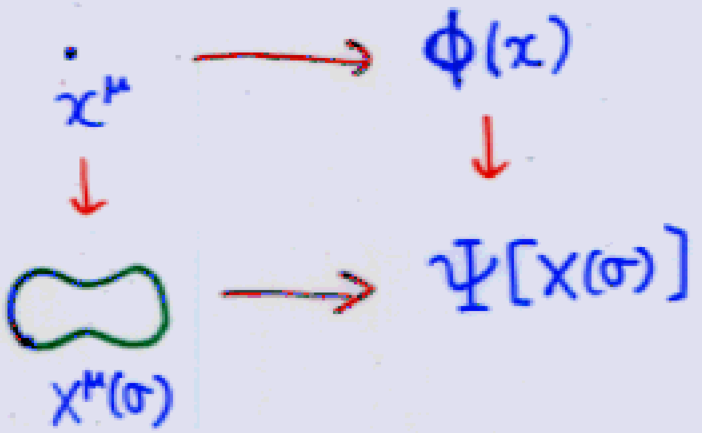
石橋 延幸
(筑波大)

§1 Introduction

String 理論の研究



string field theory (Kaku&Kikkawa, HIKKO, …)



$$S_{cl}[\Psi] = \frac{1}{g_s^2}\Big(\Psi K \Psi + \underbrace{\Psi^3 + \Psi^4 + \cdots}_{\infty\text{コの相互作用}}\Big)$$

(closed covariant)

・∞コの相互作用をまとめる原理？

(∞コの対称性?)

c.f. $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \sim \Psi$

$\int d^{8}x \sqrt{g} R = \int d^{8}x \, (h \Box h + \cdots)$

・点、粒子とは質的にちがうのではないか？

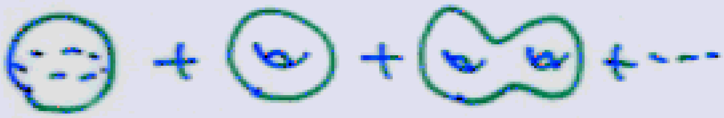
String理論の非摂動効果 $\sim e^{-\frac{C}{g_s}}$

① 非臨界弦 (1次元以下のstring理論)
(Shenker) bosonic

厳密に解けるおもちゃの模型

$$F(g_s^2) = \sum C_n g_s^{2n}$$

$\updownarrow$



C_nが全て求まる

$n \to$ 大

$(2n)! \, C^{-2n} \to$ 非摂動効果 $e^{-\frac{C}{g_s}}$

② この効果を出すインスタントン (Polchinski)
= D instanton 時空の一点

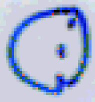
$\to e^{-\frac{C}{g_s}}$

- closed string field theory

$$S_{cl}[\Psi] = \frac{1}{g_s^2}\left(\Psi K \Psi + \Psi^3 + \Psi^4 + \cdots\right)$$

インスタントン = 古典運動方程式の解
ならば
インスタントン効果 $\sim e^{-\frac{S_{cl}}{g_s^2}}$

- D instanton

$e^{-\frac{C}{g_s}}$ =  open string
(結合定数 $\sqrt{g_s}$)

⇓

① D-brane は closed string の場の理論から出てくるとはとても思えないので

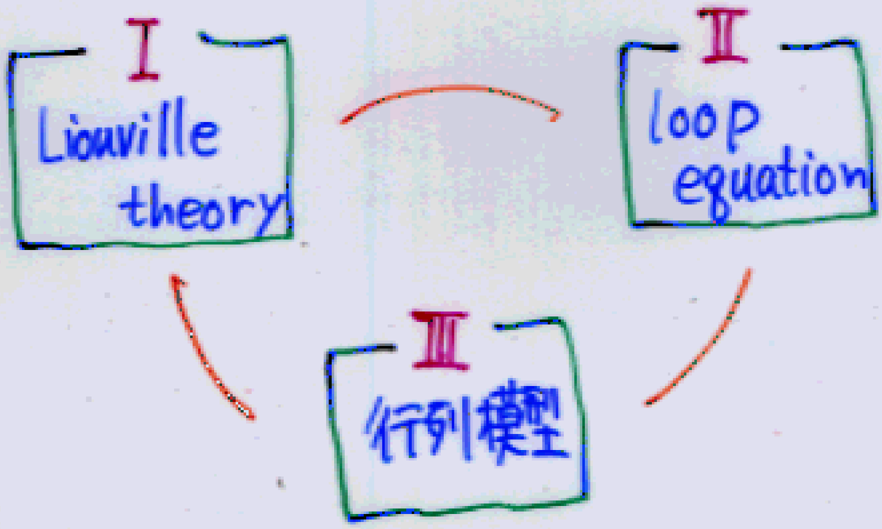
- open string が基本
- 行列模型

⋮

② D-brane は closed string の場の理論から出てくる

2つの立場が可能

このことを非臨界弦で考えてみよう



どこまでちがう見方が可能か？

§2 非臨界弦

§3 非臨界弦の非摂動効果

花田，早川，川合，黒木
松尾，多田，N.I.

§4 まとめ

§2 非臨界弦

§2-1 Liouville theory

worldsheet

$$\int [dX^\mu d\phi\, db\, dc]\, e^{-I_X - I_\phi - I_{bc}}$$

$g_{ab} = e^{\phi} \hat{g}_{ab}$

$$\begin{cases} I_X = \dfrac{1}{4\pi\alpha'} \displaystyle\int d^2\sigma \sqrt{\hat{g}}\, \hat{g}^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X_\mu \\ \qquad \mu = 1 \sim D \\ \qquad \text{あるいは} c = D \text{の CFT} \\ I_\phi = \dfrac{1}{4\pi} \displaystyle\int d^2\sigma \sqrt{\hat{g}} \left(\hat{g}^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi + Q \hat{R} \phi + 4\pi\mu e^{2b\phi} \right) \end{cases}$$

cosmological const.

Liouville action

$$\begin{cases} Q = b + \dfrac{1}{b} \\ b = \dfrac{\sqrt{25-c} - \sqrt{1-c}}{\sqrt{24}} \end{cases}$$

(KPZ-DDK)

$\to c \leq 1$

- 相関関数

Goulian & Li, - - - -

Dorn & Otto, (Zamolodchikov)^2, Teschner, - - - -

仮定：相関関数は $\begin{cases} b \leftrightarrow \dfrac{1}{b} \\ \mu \leftrightarrow \tilde{\mu} \end{cases}$ で不変

$$\left(\pi\mu\gamma(b^2)\right)^{\frac{1}{b^2}} = \pi\tilde{\mu}\gamma\left(\frac{1}{b^2}\right)$$

$$\gamma(x) = \frac{\Gamma(x)}{\Gamma(1-x)}$$

$+\,\alpha$

から様々な相関関数が計算できる。

○ D-brane


$\rightarrow$ (X,ϕ) 空間の中の D-brane

○ FZZT-brane $\left\{\begin{array}{l}\text{Fateev \& (Zamolodchikov)}^2\\ \text{Teschner}\end{array}\right.$

open string → ϕ方向に"Neumann" b.c.

$$I_\phi = \frac{1}{4\pi}\int_\Sigma d^2\sigma\,(\partial_a\phi\,\partial^a\phi + 4\pi\mu e^{2b\phi}) + \int_{\partial\Sigma} d\sigma\,\mu_B e^{b\phi}$$

μ_B ↳ boundary cosm. const.

b.c.

$$\frac{1}{2\pi}\partial_n\phi - \mu_B b e^{b\phi} = 0 \quad \text{on } \partial\Sigma$$


$\leftarrow |B_s\rangle_{FZZT}$ $\left(\mu_B = \sqrt{\frac{\mu}{\sin\pi b^2}}\cosh\pi b s\right)$

を作ることができる.

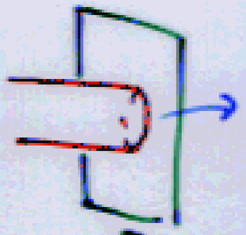

$\leftarrow |B_s\rangle_{FZZT}$ $\left(= \int \frac{d\ell}{\ell} e^{-\mu_B \ell}\right.$  $\left.\ell\right)$

以下これが main

$c=0$

$$\sim (\mu_B + \sqrt{\mu})^{\frac{3}{2}}\left(\mu_B - \frac{3}{2}\sqrt{\mu}\right)$$

- ZZ-brane　(Zamolodchikov)^2



$\phi \simeq \infty$

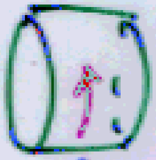
$\rightarrow |B_{(m,n)}\rangle_{ZZ}$

m, n: positive integers

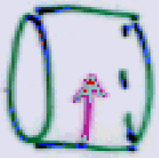
ϕ方向に"Dirichlet"

～ Liouville on AdS_2

- open-closed duality

$\langle B|$  $|B\rangle$

正の整数個飛ぶ

- ${}_{ZZ}\langle B_{(1,1)}|$  $|B_{(1,1)}\rangle_{ZZ}$

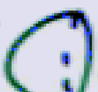
identity operator

(他の(m,n)ではとばない)

以下 $|B_{(1,1)}\rangle_{ZZ}$ のみを考える.

- $$|B_{(m,n)}\rangle_{ZZ} = |B_{s=i(\frac{m}{b}+nb)}\rangle_{FZZT} - |B_{s=i(\frac{m}{b}-nb)}\rangle_{FZZT}$$

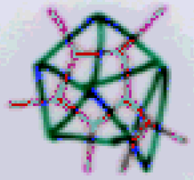
Rem. Kutasov, Okuyama, Park
Seiberg & Shih

 $|B\rangle_{FZZT} = -\int \frac{d\ell}{\ell} e^{-\mu_B \ell}$  $_\ell$

ちがう convention

§2-2 行列模型

離散化



$\sum_{\text{三角形分割}} \longleftrightarrow \sum_{\phi^3\text{-graph}}$

・ $c=0$ → 以下これを主に考える.

$$e^F = \int dM\, e^{-N\,\mathrm{Tr}V(M)}$$

$\left(\begin{array}{l} V(M)=\frac{1}{2}M^2-\frac{g}{3}M^3 \\ M : N\times N \text{ hermitian 行列} \end{array} \right.$

$F =$  $+\cdots$

$N^2 \qquad N^0 \qquad N^{-2}$

double scaling limit

$\left\{ \begin{array}{l} g = g_c(1-\text{const.}\,\mu a^2) \\ N = \dfrac{a^{-\frac{5}{2}}}{g_s} \end{array} \right.$

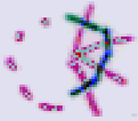
μ: cosmological const.

(BK, DS, GM)

$F_{\text{cont.}} =$  $+\cdots$

$g_s^{-2} \qquad g_s^0 \qquad g_s^2$

Liouville と比較

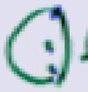


長さ n の辺

FZZT

$\int \frac{d\ell}{\ell} e^{-\mu_B \ell}$  $\ell \longleftrightarrow -\langle \mathrm{Tr}\ln(z-M)\rangle$

$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} z^{-n} \langle \mathrm{Tr}M^n\rangle$

$\xrightarrow{z=z_c(1+\mu_B a)} \frac{1}{g_s}\int \frac{d\ell}{\ell} e^{-\mu_B \ell}$  ℓ

$$-\langle \mathrm{Tr}\ln(z-M)\rangle = -N\int^{z} dz' \underbrace{\frac{1}{N}\left\langle \mathrm{Tr}\frac{1}{z'-M}\right\rangle}_{\equiv\, R(z')}$$

- $R(z) = \frac{1}{N}\left\langle \mathrm{Tr}\frac{1}{z-M}\right\rangle$

$$= \frac{1}{N}\left\langle \sum_i \frac{1}{z-\lambda_i}\right\rangle \qquad M = U^\dagger\begin{pmatrix}\lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_N\end{pmatrix}U$$

$$= \int d\lambda\, \frac{\rho(\lambda)}{z-\lambda}$$

$\rho(\lambda)$：固有値分布関数

$$\int dM e^{-N\mathrm{Tr}V(M)} = \int \prod_i d\lambda_i\, \Delta(\lambda)^2 e^{-N\sum_i V(\lambda_i)}$$

$$\Delta(\lambda) = \prod_{i>j}(\lambda_i - \lambda_j)$$

$$= \int \prod_i d\lambda_i\, e^{\underbrace{-N\sum V(\lambda_i)}_{\text{ポテンシャル}} + \underbrace{2\sum_{i>j}\mathrm{Re}\ln(\lambda_i-\lambda_j)}_{\text{反発力}}}$$

ここらへんに分布

- $R(z)$ を求める.

S-D eq. $\int dM \frac{\partial}{\partial M_{ij}}\left(\left(\frac{1}{z-M}\right)_{ij} e^{-N\mathrm{Tr}V(M)}\right) = 0$

$$\downarrow$$

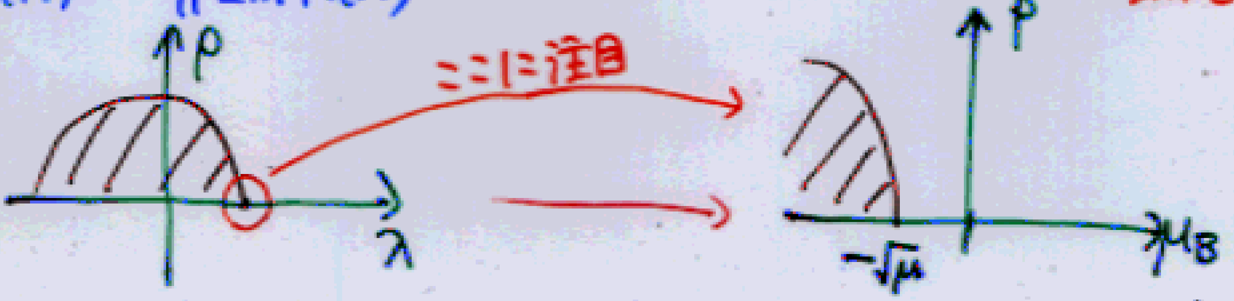
$$(R(z))^2 - V'(z)R(z) = \frac{1}{4}f(z)$$

$f(z)$：多項式
いろいろな条件から決まる.

$$R(z) = \frac{1}{2}\left(V'(z) + \sqrt{(V'(z))^2 + f(z)}\right)$$

- $\rho(\lambda) = -\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,R(\lambda)$

$\mu_B \sim$ 行列の固有値



$$R(z) \xrightarrow{z = z_c(1+\mu_B a)} \left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B + \sqrt{\mu}}$$

$$\int \frac{d\ell}{\ell} e^{-\mu_B \ell} \, (\,\cdot\,)_\ell \sim -\int d\mu_B \left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B + \sqrt{\mu}}$$

$$= -\frac{2}{5}\left(\mu_B - \frac{3}{2}\sqrt{\mu}\right)\left(\mu_B + \sqrt{\mu}\right)^{\frac{3}{2}}$$

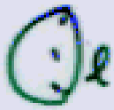
Liouville と一致

行列の固有値分布 $\leftrightarrow$ disk amplitude
(FZZT brane)

§2-3 loop equation

一般の相関関数

$$\langle w(l_1)\cdots w(l_n)\rangle = \sum$$ 

 $= \langle w(l)\rangle$

$$R(z)^2 - V'(z)R(z) = \frac{1}{4}f(z)$$

$$\downarrow$$

$$l\int_0^l dl'\langle w(l')\rangle\langle w(l-l')\rangle + 3\delta''(l) - \frac{3}{4}\mu\delta(l) = 0$$

$$\int_0^\infty dl\,\langle w(l)\rangle e^{-\mu_B l} = \langle\tilde{w}(\mu_B)\rangle$$

$$\downarrow$$

$$\partial_{\mu_B}\left(\langle\tilde{w}(\mu_B)\rangle\right)^2 = 3\mu_B^2 - \frac{3}{4}\mu$$

$$\hookrightarrow\ \tilde{w}(\mu_B) = \left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B + \sqrt{\mu}}$$

同様にして一般の相関関数に関する loop eq. を導出できる。

福間, 川合 & 中山, Dijkgraaf & (Verlinde)

$$l\int_0^l dl'\langle w(l')w(l-l')w(l_1)\cdots w(l_n)\rangle$$

$$+ g_s^2\, l\sum_{k=1}^{n} l_k\langle w(l_1)\cdots w(l_{k-1})w(l_k+l)w(l_{k+1})\cdots w(l_n)\rangle$$

$$+\left(3\delta''(l) - \frac{3}{4}\mu\delta(l)\right)\langle w(l_1)\cdots w(l_n)\rangle = 0$$

string field theory に似ている

- $\psi^\dagger(\ell)$, $\psi(\ell)$: 長さ ℓ の string の 生成消滅 演算子

$$\left(\begin{array}{l} \psi(\ell)|0\rangle = 0 \\ [\psi(\ell), \psi^\dagger(\ell')] = \delta(\ell-\ell') \end{array}\right.$$

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_0^\infty d\ell_1 \psi^\dagger(\ell_1) \cdots \int d\ell_n \psi^\dagger(\ell_n) |0\rangle \times \langle w(\ell_1) \cdots w(\ell_n) \rangle$$

loop eq. ①

$$\left(\ell T(\ell) + 3\delta''(\ell) - \frac{3}{4}\mu\delta(\ell)\right)|\Psi\rangle = 0$$

$$T(\ell) = \int_0^\ell d\ell' \psi(\ell')\psi(\ell-\ell') + g_s^2 \int_0^\infty d\ell' \ell' \psi^\dagger(\ell')\psi(\ell+\ell')$$

確率過程量子化での時間発展

川合 & N.I.
Jevicki & Rodrigues

- $$\langle 0| e^{\int d\ell J(\ell)\psi(\ell)} |\Psi\rangle = e^{W[J]}$$

$W[J]$: Connected Green 関数の母関数

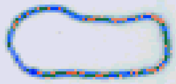
loop. eq. ②

$$\ell \int_0^\ell d\ell' \left[\frac{\delta^2 W}{\delta J(\ell')\delta J(\ell-\ell')} + \frac{\delta W}{\delta J(\ell')} \frac{\delta W}{\delta J(\ell-\ell')} \right] + g_s^2 \ell \int_0^\infty d\ell' \ell' J(\ell') \frac{\delta W}{\delta J(\ell+\ell')} + 3\delta''(\ell) - \frac{3}{4}\mu\delta(\ell) = 0$$

通常の string field theory に近い形

Moore Seiberg

c=0

 $\longrightarrow \psi(\ell)$

ℓ

tree の Green 関数 $\longrightarrow$ 古典作用

$$S_{cl}[\psi] = \int d\ell\, \psi(\ell) J(\ell) - W[J]_{tree}$$

$$\psi(\ell) = \frac{\delta W_{tree}}{\delta J(\ell)}$$

- nonpolynomial だろう.
- 古典解

$$\frac{\delta S_{cl}}{\delta \psi(\ell)} = 0$$

逆はいえない $\downarrow$

$J(\ell)=0,\ \frac{\delta W}{\delta J(\ell)}=\psi(\ell)$ を②に代入

$$\ell\int_0^\ell d\ell'\, \psi(\ell')\psi(\ell-\ell') + 3\delta''(\ell) - \frac{3}{4}\mu\delta(\ell) = 0$$

 $\ell \sim \psi(\ell)$

$$\tilde{\psi}(\mu_B) = \int_0^\infty d\ell\, e^{-\mu_B \ell}\psi(\ell) = \sqrt{\left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)^2\left(\mu_B + \sqrt{\mu}\right) + C}$$

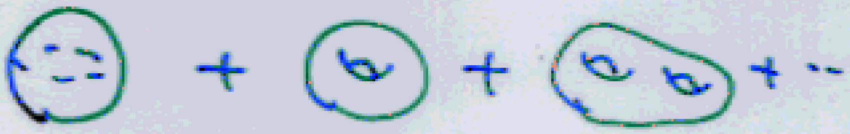
通常の"真空"では $C=0$

行列の固有値分布 $\leftrightarrow$ disk amplitude $\leftrightarrow$ string field theory の古典解

FZZT

§3 非臨界弦の非摂動効果

§3-1 行列模型

$F_{\text{cont.}} =$ 

$= \sum C_h \, g_s^{-2+2h}$ 漸近級数

- C_h の $h \to \infty$ での漸近形
- F の満たす方程式 Painlevé

$\rightarrow \; F_{\text{nonpert.}} = \underbrace{C}_{\text{不定}} \dfrac{g_s^{\frac{1}{2}}}{\mu^{\frac{5}{8}}} e^{-\frac{3\sqrt{6}}{5}\frac{\mu^{\frac{5}{4}}}{g_s}}$

(Shenker, …)

◦行列模型の固有値分布でいうとこれは次のようなことに対応する. (David)

$$\int \prod d\lambda_i \; e^{-N\sum V(\lambda_i) + 2\sum_{i>j} \mathrm{Re}\ln(\lambda_i - \lambda_j)}$$

1つの固有値の感じる effective potential

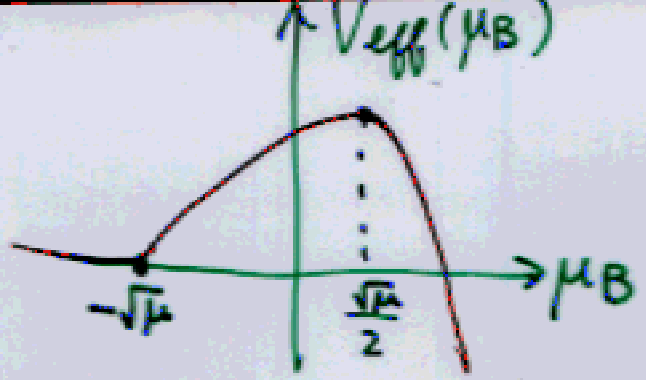
$$\Gamma(\lambda) = N V(\lambda) - 2\underbrace{\sum \mathrm{Re}\ln(\lambda - \lambda_i)}_{N\,\mathrm{Re}\,R(\lambda)}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$V_{\text{eff}}(\mu_B) = -\frac{4}{5g_s}\mathrm{Re}\left(\mu_B - \frac{3}{2}\sqrt{\mu}\right)\left(\mu_B + \sqrt{\mu}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$\parallel$

$2\,\mathrm{Re}$  $\langle B \rangle_{FZZT}$



通常の真空では 固有値は $\mu_B < -\sqrt{\mu}$ に分布

↓

1コの固有値が不安定点 $\mu_B = \frac{\sqrt{\mu}}{2}$ にいくと.

$$\Delta V_{eff} = \frac{3\sqrt{6}}{5}\frac{\mu^{\frac{5}{4}}}{g_s}$$

$$\xrightarrow[\text{gas}]{\text{dilute}} \quad F_{nonpert.} \sim e^{-\frac{3\sqrt{6}}{5}\frac{\mu^{\frac{5}{4}}}{g_s}}$$

- この非摂動効果を D-instanton の寄与と identify できる.

D-instanton → 中空間の D-brane
ZZ-brane

$$F_{nonpert.} \sim e^{\odot\, |B\rangle_{ZZ}}$$

$$|B_{(1,1)}\rangle_{ZZ} = |B_{\underbrace{s=i(\frac{1}{b}+b)}_{\mu_B=\frac{\sqrt{\mu}}{2}\text{ on 2nd sheet}}}\rangle_{FZZT} - |B_{\underbrace{s=i(\frac{1}{b}-b)}_{\mu_B=\frac{\sqrt{\mu}}{2}\text{ on 1st sheet}}}\rangle_{FZZT}$$

$$\therefore \odot\, |B\rangle_{ZZ} = -2\,\mathrm{Re}\ \odot\, |B\rangle_{FZZT}\Big|_{\mu_B=\frac{\sqrt{\mu}}{2}} = -\frac{3\sqrt{6}}{5}\frac{\mu^{\frac{5}{4}}}{g_s}$$

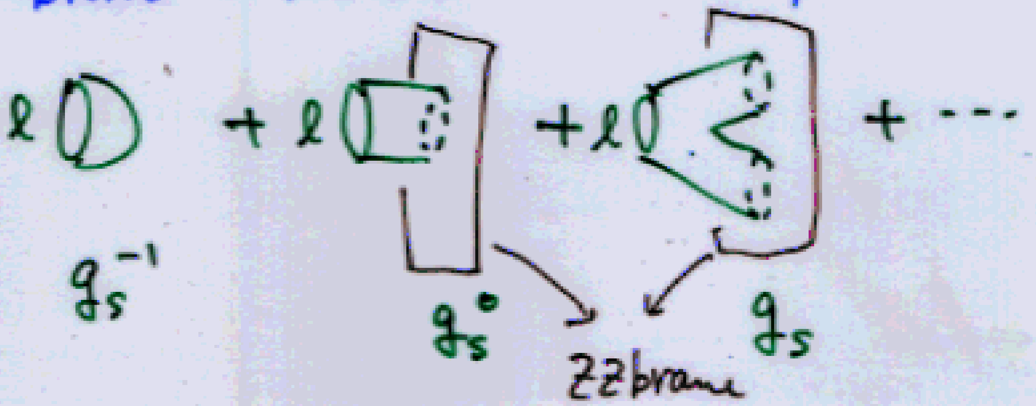
$C = 1 - \frac{6(p-q)^2}{pq}$ で確かめられている

(Alexandrov, Kazakov & Kutasov)

・もっと直接的証拠

disk amplitude $\longleftrightarrow$ 行列の固有値分布

ZZ-brane があるときの disk amplitude

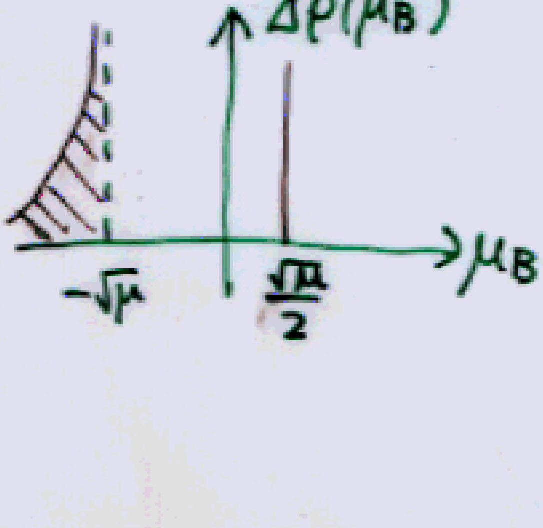


$$\int_0^\infty d\ell\, e^{-\mu_B \ell}\, \ell \quad \leftarrow \text{ZZ}$$

$$= \int d\ell\, e^{-\mu_B \ell} \int \frac{d\ell'}{\ell'}\, e^{-\mu_B' \ell'}\, \ell \quad \ell' \Bigg|^{\mu_B' = \frac{\sqrt{\mu}}{2} \text{ on 2nd}}_{\mu_B' = \frac{\sqrt{\mu}}{2} \text{ on 1st}}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{6}\, \mu^{\frac{1}{4}}}{\left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B + \sqrt{\mu}}}$$

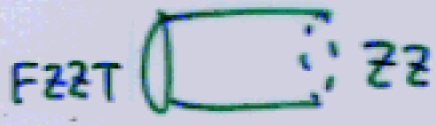
$$= \int d\lambda\, \frac{\Delta\rho(\lambda)}{\mu_B - \lambda}$$



Rem.

ZZ-brane $\longleftrightarrow$ 行列の固有値

$\uparrow$



$c=1$ 行列模型 $=$ Nコの D0 brane の理論

McGreavy & Verlinde
Klebanov, Maldacena & Seiberg

∘ 行列模型で instanton の chemical pot. が計算でき universal な量である.

花田 et.al.

$$F_{nonpert.} = \frac{i}{2^{\frac{7}{4}}\cdot 3^{\frac{3}{4}}\sqrt{\pi}} \frac{g_s^{\frac{1}{2}}}{\mu^{\frac{5}{8}}} e^{-\frac{3\sqrt{6}}{5}\frac{\mu^{\frac{5}{4}}}{g_s} + O(g_s)}$$

$$= e^{\frac{\bigcirc}{g_s} + g_s^0 + g_s + \cdots}$$

難しい

$$\int \prod_i d\lambda_i \, \Delta(\lambda)^2 e^{-N\sum V(\lambda_i)}$$

$$= \int \prod_{i=1}^{N-1} d\lambda_i \, \Delta_{N-1}(\lambda)^2 e^{-N\sum_{i=1}^{N-1} V(\lambda_i)} \int dz \prod_{i=1}^{N-1} (z-\lambda_i)^2 e^{-NV(z)}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dz \int dM' \, e^{-N\sum \mathrm{Tr}\, V(M') - V(z) + 2\mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}\ln(z-M')}$$

M' : (N-1)×(N-1) 行列

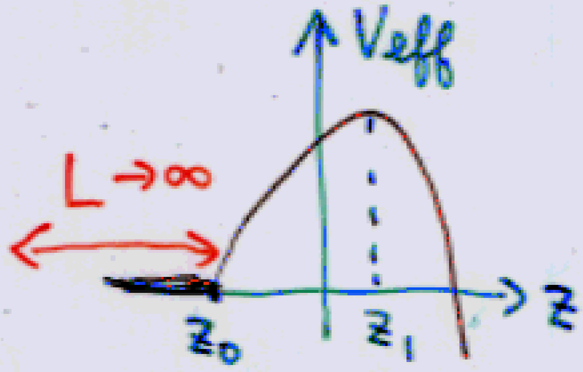
$$\propto \int_{-\infty}^{\infty} dz \, e^{-NV(z) + 2\mathrm{Re}\langle \mathrm{Tr}\ln(z-M')\rangle_c + 2\langle(\mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}\ln(z-M'))^2\rangle_c + \cdots}$$

$\downarrow$

$V_{eff}(z)$

combinatorial factor

$$\text{chemical pot.} \sim \frac{N}{L} e^{2\langle(\mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}(z-M'))^2\rangle_c \Big|_{z_0}^{z_1}}$$



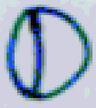
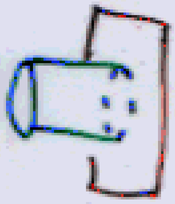
→ 有限

連続理論で出るのか？

§3-2 String field theory

D instanton を closed string の場の理論の古典解と解釈できないか？

固有値分布 ↔ disk amplitude ↔ closed string field theory の古典解

ℓ  $+\,\ell$  $+\ \mathcal{O}(g_s)$

$$\Psi(\mu_B)=\sqrt{\left(\mu_B-\frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)^2\left(\mu_B+\sqrt{\mu}\right)}+C$$

$$\frac{1}{g_s}\left(\mu_B-\frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B+\sqrt{\mu}}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}\,\mu^{\frac{1}{4}}}{\left(\mu_B-\frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B+\sqrt{\mu}}}$$

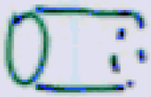
$$C=\sqrt{6}\,g_s\,\mu^{\frac{1}{4}}+\mathcal{O}(g_s^2)$$

古典解 $\left(\dfrac{\delta S_{cl}}{\delta\Psi(\ell)}=0\right)$ だが g_s によっている.

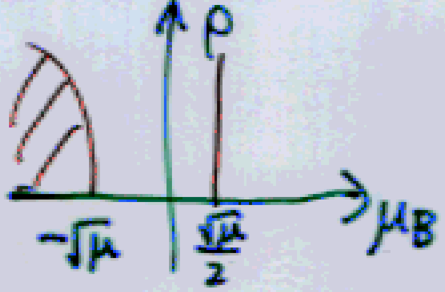
g_s によらない.

Cはどう決まったか？

- Liouville

 ← open-closed duality

- 行列模型



$$\int dl\, e^{-\mu_B l}\, l \quad \overset{\mu_B \sim \frac{\sqrt{\mu}}{2}}{\sim} \quad \frac{1}{\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}}$$

固有値が1コである。

- loop eq.

インスタントン解 → loop eq. の"真空"とはちがう解

①

$$(l \underbrace{T(l)}_{-\frac{1}{2}\partial\varphi^2} + 3\delta''(l) - \frac{3}{4}\mu\delta(l))|\Psi_0\rangle = 0$$

$$|\Psi_{inst}\rangle = \int dz\, \underbrace{e^{-\frac{2}{g_s}\int\frac{dl}{l}e^{-zl}\psi(l)}\, e^{g_s\int dl\, e^{zl}\psi^\dagger(l)}}_{:e^{\sqrt{2}i\varphi}:} |\Psi_0\rangle$$

福間&矢彦沢

weight 1

これはloop方程式の解 (all order)

$$\tilde{\Psi}(\mu_B) = \int dl\, e^{-\mu_B l}\langle 0|\psi(l)|\Psi_{inst}\rangle$$

$$= \frac{1}{g_s}\left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B+\sqrt{\mu}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}\,\mu^{\frac{1}{4}}}{\left(\mu_B - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\right)\sqrt{\mu_B+\sqrt{\mu}}} + \cdots$$

§4 まとめ

$$F_{\text{nonpert.}} = e^{\frac{C_{-1}}{g_s} + C_0 g_s^0 + \cdots}$$

- 非摂動効果 ← D-instanton

  C_{-1} についてはこの描像は consistent

$$C_{-1} = \quad$$  ZZ (Liouville)

$$= -V_{\text{eff}}\left(\frac{\sqrt{\mu}}{2}\right) \quad (行列模型)$$

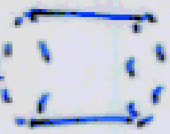
$$\leftarrow \psi_{\text{inst.}}(\ell) \quad (\text{string field theory})$$

↑ g_s に依存

(g_s について all order の効果を考えると)

?

- C_0 ?

  - 行列模型では有限に決まる.
  - ZZ  ZZ → 発散 (Liouville)
  - $|\Psi_{\text{inst.}}\rangle = ?\int dz\, e^{-\frac{2}{g_s}\int\frac{d\ell}{\ell}e^{-z\ell}\psi(\ell)}\, e^{g_s\int d\ell\, e^{z\ell}\psi^\dagger(\ell)}|\Psi_0\rangle$

$$\updownarrow$$

$$\int dz \int dM'\, e^{-N\Sigma \mathrm{Tr} V(M') - V(z) + 2\mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}\ln(z-M')}$$