

False Gravitational Anomalies

京都大学数理解析研究所 中西 襄

E-mail: nbr-nak@trio.plala.or.jp

1984年 Alvarès-Gaumé-Witten(AG-W) は、 $4k+2$ 次元において Weyl場の1ループの Feynman 積分を計算し、エネルギー運動量テンソル $T^{\mu\nu}$ の保存則が満たされないことを示し、重力アノマリーが存在すると主張した。このアノマリーからフリーであるべしという要請が、よく知られた Green-Schwarz の超弦理論提起の基礎となっている。この講演では、AG-W の推論が誤りであることを指摘し、実際2次元の場合に重力アノマリーは存在しないことを明らかにする。

AG-W の推論の誤りの原因は、彼らが T 積と T*積を完全に混同していることである。T 積は Hamiltonian 形式で現れる概念で、時間差の θ 関数を含むため、時間で微分すると一般に共変性が破れる。Lagrangian 形式に書き改めると、T 積は T*積に置き換わる。T*積は、正準場についてのみ T 積と一致し、微分演算はすべて真空期待値をとった後から遂行される。従って共変性が保たれる。しかしながら、場の量にかかる微分演算子はすべて後からなされるため、T*積内においては場の方程式は一般に満たされなくなってしまう。経路積分や Feynman 積分はすべて T*積の真空期待値を与えるものなので、これらは必ずしも場の方程式を満足しないことになる。さらに Noether の定理も、場の方程式を用いているから破れてしまう。もちろん保存則のこの破れは、T*積を使ったために現れた見掛けのものであって、アノマリーとは何の関係もない。T*積による場の方程式の破れの項を計算すれば、きちんと説明できるものである。カイラルアノマリーのときこのことがあまり問題とならなかったのは、カレントの表式が微分を含んでいないからである。これに対し $T^{\mu\nu}$ の場合は、必ずその表式中に微分を含むので、T*積に起因する保存則の破れは無視できない寄与を持つ。

AG-W は、2次元時空の Weyl 場について、 $T_{++} (= T^{--})$ (添え字の +、- は光錐座標) の2点関数を Feynman 積分で計算し、それに保存則を満たさない寄与があり、有効作用を考えてもそれが消せないことから、重力アノマリーの存在を結論した。しかし彼らは、T*積の量を計算していることから生ずる寄与のことは全く考慮していない。実際、T*積による Noether の定理の破れの寄与と、場の方程式を使えばゼロになる T_{-+} からの寄与とを正しく考慮すると、保存則 $\partial_- T_{++} + \partial_+ T_{-+} = 0$ はきちんと満たされていることが、具体的な計算で確かめられる。つまり、AG-W の「重力アノマリー」は全くの誤認の産物に他ならないことが分かった。さらに

(1) AG-W の推論が正しいと仮定して、全く同じ推論を N 次元の質量のある自由スカラー場に適用するならば、そこでも重力アノマリーが存在するというおかしな結果が得られる。

(2) Weyl 場と結合する BRS 定式化された共形ゲージの量子重力理論の厳密解をオペレーター形式を用いて求めてみると、 $T^{\mu\nu}$ に関するアノマリーは存在しないことが確かめられる。

経路積分や Feynman 積分での計算を行い、同時に場の方程式や Noether の定理を使った場合、一般に T*積に起因する破れの寄与が存在するから、充分な注意が必要である。今までになされた多くのこのような計算は、アノマリーだけに限らず、すべて再検討されなければならない。

この講演の内容は、阿部光雄との共著論文 hep-th/0503172(PTP に投稿)に基づく。