

Gravitational Quantum Foam and Supersymmetric Gauge Theories

大阪大学理学部 野間 唯

E-mail: yuhii@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

我々は幾何学的量子化された局所 $SU(N)$ 幾何を考察した。そして局所 $SU(N)$ 幾何とランダムプレーンパーティション模型、五次元超対称ゲージ理論との対応を示した [1]。

局所 $SU(N)$ 幾何は \mathbb{CP}^1 上に A_{N-1} 型の ALE 空間がファイバーされた多様体である。幾何学的量子化により局所 $SU(N)$ 幾何は、弦の結合定数 g_{st} を単位とする無限個の重力量子に分けられる。局所 $SU(N)$ 幾何がトーリック多様体であることから、これらの重力量子はある開いた多面体 \mathcal{P} と格子 M の共通集合で表される。この多面体 \mathcal{P} は局所 $SU(N)$ 幾何を記述し、 $\mathcal{P} \cap M$ の点一つ一つは局所 $SU(N)$ 幾何上の複素線束の大域的切断を表す。

$\mathcal{P} \cap M$ の数を数えることは、この量子化の状態空間 \mathcal{H} の次元を数えることである。しかし局所 $SU(N)$ 幾何のノンコンパクト性により、この次元は無限大である。我々は $\dim \mathcal{H}$ をファイバーの 2-cycle が潰れる極限からの差として正則化し数え上げた。この正則化により $\dim \mathcal{H}$ は閉じた多面体 \mathcal{P}^c で特徴づけられる。 g_{st} が小さい極限 (古典極限) で $\dim \mathcal{H}$ は五次元 $\mathcal{N} = 1$ 超対称ゲージ理論の摂動的プレポテンシャルと一致する:

$$g_{st} \cdot \dim \mathcal{H}_\omega = -\frac{1}{\hbar^2} \left\{ \mathcal{F}_{5\text{dSYM}}^{\text{pert}}(a, \Lambda, R) + O(\hbar) \right\}.$$

これはゲージ/重力対応の一つの明確な実現である。

多面体 \mathcal{P}^c はランダムプレーンパーティション模型の基底状態とも対応する。ランダムプレーンパーティション模型は熱力学極限で、五次元 $\mathcal{N} = 1$ 超対称ゲージ理論の完全なプレポテンシャルを導く [2]。その際重要だった手法は、一つのパーティションに N 個のパーティションを埋め込むことであった。この操作によりプレーンパーティションのランダムな足しあわせの際、全てのプレーンパーティションに共通するプレーンパーティションがグラウンドプレーンパーティション π_{GPP} である。 π_{GPP} の Boltzmann ウェイトが摂動的プレポテンシャルを与える。

\mathcal{P}^c は座標変換により π_{GPP} に射影することができる。同じ変換により重力量子はプレーンパーティションの N 個の箱に対応する。この関係は、重力側からゲージ理論の非摂動項を考察する際のヒントを与えているように考えられる。

References

- [1] T. Maeda, T. Nakatsu, Y. Noma and T. Tamakoshi, arXiv:hep-th/0505083.
- [2] T. Maeda, T. Nakatsu, K. Takasaki and T. Tamakoshi, JHEP **0503**, 056 (2005) [arXiv:hep-th/0412327].