有限質量の Spin 2 の場の量子論の定式化と Fierz-Pauli 極限

東京理科大学基礎工学部教養　佐藤喜一郎
E-mail: kisato@rs.kagu.tus.ac.jp

スピン 2 の有限質量対称テンソル場の理論である Fierz-Pauli 理論には，零質量極限が重力場の理論に一致しないという vDVZ 不連続性問題がある。この問題は，$a \in [1/4, 1]$ というパラメータを含む質量項を $\mathcal{L}_m = -\frac{m^2}{2}(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - ah^2)$ 導入すると解消できるが，スカラーゴーストが出てユニタリティを壊す。筆者は，以前，この理論に潜む Deser-Nepomechie-Waldron 型対称性により，スラカーゴーストが非物理的状態になり，自由度 5 の理論としてユニタリな定式化を提唱した。その際に，中性ベクトル場のときの Nakanishi 形式を BRS 版にしたような定式化を取ったが，Fierz-Pauli 極限 $(a \to 1)$ をも意識して，Stueckelberg 形式を採用した。ただし，従来の簡便な導入ではなく，Izawa による場の変数変換に関する BRS 処方を使って，対称テンソル場に対するベクトルの Stuckelberg 場を導入するので，FP ゴーストを含む全体理論は従来の簡便な Stuckelberg 形式とは異なる形式となった。ラグランジアンは,

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \;=\;& \frac{1}{2}\Big[\partial_\lambda h^{\mu\nu}\partial^\lambda h_{\mu\nu} - (1-\frac{2a^2}{\alpha})\partial_\lambda h\partial^\lambda h - 2(1-\frac{1}{\alpha})\partial_\mu h^{\mu\lambda}\partial^\nu h_{\nu\lambda} + 2(1-\frac{2a}{\alpha})\partial^\mu h_{\mu\nu}\partial^\nu h\Big] \\
& -\frac{m^2}{2}(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - ah^2) + 2m\partial^\mu\Big[h_{\mu\nu}\theta^\nu - ah\theta_\mu\Big] \\
& -\frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\theta_\nu - \partial_\nu\theta_\mu)^2 - 4(a-1)(\partial^\mu\theta_\mu)^2\right] + \alpha m^2\theta_\mu\theta^\mu \\
& -\alpha[B_\mu - \frac{1}{\alpha}(\partial^\mu h_{\mu\nu} - a\partial_\mu h + \alpha m\theta_\mu)]^2 + i\bar{C}^\nu[(\Box + \alpha m^2)C_\nu + (1-2a)\partial_\nu\partial^\mu C_\mu]
\end{aligned}
$$

となる。ここで，$a = 1/2$ かつ $\alpha = 1$ とするとすべての場が単一質量 m をもつ場になり，$S_\mu, B^\mu, C^\mu, \bar{C}^\mu$ がカルテットとして非物理的になり，$h = \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu}$ のみがゴーストである。(物理的な演算子は，$H_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{m}(\partial_\mu\theta_\nu + \partial_\nu\theta_\mu)$) である。ここでも，Deser-Nepomechie-Waldron 型の gauge 対称性 $\delta h_{\mu\nu} = \partial_\mu\partial_\nu\rho(x) + c_1\eta_{\mu\nu}\Box\rho(x) + c_2 m^2\eta_{\mu\nu}\rho(x)$, が残っており，結果として h は，$H = 0$, のようなゲージ条件を課し，vector 型に加え，slacar 型の BRS 不変性に基づき，Kugo-Ojima 型の補助条件を設定することにより，物理的状態ではなくでき，5 自由度のユニタリな理論を作ることができる。

ここで，Fierz-Pauli 極限 $(a \to 1)$ を取り，さらに，零質量極限をとると

$$
\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(2)}_{EH} + 2(\partial^\mu h_{\mu\nu} - \partial_\nu h)B^\nu - \alpha B^\mu B^\nu - \frac{1}{2}(\partial_\mu\theta_\nu - \partial_\nu\theta_\mu)^2 + i\bar{C}^\nu(\Box C_\nu - \partial_\nu\partial^\mu C_\mu),
$$

となる。Stueckelberg 場 θ_μ がゲージ固定されないことは，スカラーの Stueckelberg 場を導入すると解消されるが，C_μ や $\bar{C}^\mu$ も Fermionic なゲージ対称性をもち，4 成分独立ではなくなる。これでは，graviton の自由度を正しく表すことができない。これが vDVZ 不連続問題の別の表現と思われる。このため，$a \to 1$ の Fierz-Pauli 極限でのユニタリティ回復には massless scalar ないし massless vector が必要と思われる[1]。(現在調査中)

[1] R.Yoshida の 5d から S^1 コンパクト化による 4d massive spin2 の理論が正しいのであれば，その massless limit は，spin 0, 1, 2 で合計 5 自由度になる。massless spin 2 の 2 自由度だけを得たいとすれば，最初の massive theory には，spin 0 と spin 1 のゴーストが必要なはずである。