

非反可換超空間上の変形ドメイン壁解

東工大理工 小林 慶重

E-mail: yosh@th.phys.titech.ac.jp

$\mathcal{N} = 1$ 超空間において、Grassmann 数座標の反交換関係を $\{\theta^\alpha, \theta^\beta\} = C^{\alpha\beta}$ のように変更すると、理論は超対称性を半分だけ破る。このような非反可換超空間上の理論は $\mathcal{N} = 1/2$ 超対称性理論 (以下、非反可換理論) と呼ばれ、超弦理論から実現可能なセットアップとして知られている。

非可換空間の理論同様、非反可換理論の解析には Moyal 積による定式化を使う。積を Moyal 積に置き換えたポテンシャル項は (一般には) 非可換パラメータの無限次の項を含み、摂動的にしかり扱えなかった。しかし近年、chiral 超場に関しては進展があり、任意の数の chiral 超場の任意の関数形の超ポテンシャル、及び Kähler ポテンシャルに対して非摂動的かつコンパクトな表式が知られるようになり、以前よりも解析的な取り扱いが容易に行えるようになった。

我々は非反可換超対称理論におけるソリトン解、特にドメイン壁解を、非常に簡単な場合について調べた。通常非可換時空のソリトンの場合と異なり、非反可換理論では codimension が 1 のドメイン壁も非自明な変更を受ける。非反可換理論は超空間座標の chiral 部分にだけ変更を加えるため Lagrangian のエルミート性を保証できない。よって一般に Bogomol'nyi bound が設定できず、BPS 方程式等の手続きは利用が難しく、基本的に運動方程式が手がかかりとなる。

今回は chiral 超場がひとつの理論で、2 種類のポテンシャルの場合を扱った。

一つ目は Wess-Zumino 模型で、これにはよく知られた Kink 解がある。非反可換 Wess-Zumino 模型にも同様の真空をつなぐ Kink 解があるが、運動方程式と整合的 BPS 条件は見つからず、さらには理論がエルミートでないことからソリトン解を実数とおく ansatz が使えないため、位相も含めて解く必要があり、解析的に解くことは困難である。しかし、非可換パラメータの摂動の最低次では解の実数条件と整合的な方程式が導かれ、解析的に解を求めることができた。この摂動の効果によって、非反可換理論で変形されたドメイン壁が得られる。

二つ目は Sine-Gordon 型ポテンシャルで、これにもよく知られたドメイン壁解が存在する。Wess-Zumino 模型の時とは異なり、Sine-Gordon 型超ポテンシャルを与えた場合には、可換極限では通常の BPS 条件を与え、かつ運動方程式と整合的な "BPS 方程式" が得られることがわかった。しかし残念ながらこの "BPS 方程式" は解析的に解くのが難しい。数値的に解をみたところ、解の挙動は非可換パラメータの大きさに強く依存し、あるパラメータ領域では激しく振動し境界条件を満たさなくなる。

以上のようにこの研究はまだ十分な成果とはいえないが、非反可換理論のソリトン解についてある程度の知見が得られた。ポーテックス解やモノポール解はどうなるのか、また既存の解の変形ではなく非反可換理論特有のソリトン解はあるか、などは今後の課題である。

References

- [1] Y. Kobayashi and S. Sasaki, in progress.