非自明ホロノミー多重 caloron 解のモジュライ空間

北里大学理学部　中村 厚、坂口 淳
E-mail: nakamula@sci.kitasato-u.ac.jp，jsakaguchi@sci.kitasato-u.ac.jp

Caloron とは $\mathbb{R}^3 \times S^1$ 上の（反）自己双対 Yang-Mills 方程式の有限作用解である。素朴には単に instanton に周期条件を課しただけのものとも考えられるが、この単純な見かけにかかわらず、様々な興味深い内容をもつ物理的対象である。今回は特に、周期方向に自明でない holonomy をもつような caloron について考察する。

ここでは S^1 の周期を β とする。有限温度場の理論の文脈では、これはもちろん「逆温度」と解釈すべき物理量であるが、この β を caloron 解のパラメーターと見ることにより、 以下のことがわかる。まず $\beta \to 0$ 極限、つまり空間が周期方向に「つぶれた」極限においては、caloron のサイズは相対的に巨大になり、周期方向についての並進対称性が現れると期待される。一方、$\beta \to \infty$ 極限においては、もはや caloron は空間の周期性を感じることはなくなり、 instanton に漸近するであろう。実際、これらの極限が既知の厳密解のレベルで、それぞれ $\mathbb{R}^3$ 上の BPS monopoles および $\mathbb{R}^4$ における instanton に漸近することが示されている。つまり、caloron は monopole と instanton を内挿するような物理的対象であり、$\mathbb{R}^3$ および $\mathbb{R}^4$ 上の（反）自己双対 Yang-Mills 系に対する統一的な視点を提供している。

初期の caloron 研究は Harrington-Shepard (1978) により ‘tHooft 型 instanton を無限に重ね合わせることにより構成された。つまり、周期性を「温度」軸上に instanton を等間隔に並べることにより実装し、このような解を解析的に実現できることが示されたのである。その後、caloron の系統的構成法が Nahm によって、今日では ADHM/Nahm 構成法と呼ばれる形で提案された。このなかで、Nahm は周期方向に自明でない holonomy をもつ解の存在を示唆した。つまり、caloron の周期性を定数ゲージ変換の不定性を除いて課せば、非自明な holonomy をもった caloron が構成できるという主張である。これに対して、上述の Harrington-Shepard 解は自明な holonomy をもつ。さて、もし非自明 holonomy caloron が存在すれば、この caloron は空間 $\mathbb{R}^3$ の無限遠方において非自明な Wilson (Polyakov) loop をもつ。つまり、ゲージ対称性は無限遠方において自発的に破れる。

近年、非自明 holonomy caloron に対する D-brane 解釈の登場により、実際に解析解を構成する動機付けが与えられた。また、QCD における quark 閉込め機構の理論的解明に対して、上記の自発的なゲージ対称性の破れを利用するという動機付けもあり、具体的な解析解の必要性が生じてきた。このような背景の下で、Lee-Lu および Kraan-van Baal (1998) により、最初の非自明 holonomy 解が発見された。

本研究では、特に caloron のモジュライ空間 M_k^{cal} の次元を考察した。ここで k は 1 周期中の instanton 数である。$G = SU(2)$ の場合、instanton のモジュライ空間 M_k^{inst} の次元は $8k - 3$ であることはよく知られているが、caloron のモジュライ空間については未知だと思われる。ここでは $k = 2$ の場合の Nahm data を実際に構成し、$M_2^{\mathrm{cal}} = 10$ を得た。予想通り、$M_2^{\mathrm{inst}} \supset M_2^{\mathrm{cal}}$ の成立を確認できた。