

$N = 1^*$ 行列模型と 2 次元 Yang-Mills 理論の関係¹

大阪大学理学研究科 伊敷 吾郎

E-mail: ishiki@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

いくつかの行列模型は、超弦理論や M 理論の非摂動的な定式化として提唱されている。このような定式化においては、重力理論に含まれる曲った時空や、その上に定義される得る位相不変量等の幾何学的な情報も、行列模型を用いて記述されているべきである。しかしながら、行列模型から曲った時空や位相不変量を導き出すことは非常に困難であり、これを解決することは重要な課題である。

そこで我々は $S = \text{Tr} \left(\frac{1}{2} X_i^2 + \frac{i}{6} \epsilon_{ijk} X_i [X_j, X_k] \right)$, $(i, j, k = 1, 2, 3)$ という作用によって記述される、 $N = 1^*$ 行列模型と呼ばれる理論に注目し、この行列模型から、位相不変量の一つである 2 次元 Yang-Mills 理論の分配関数が導かれることを示した。この結果は行列模型が位相不変量を確かに記述し得ることを示している。以下で述べるように、この導出は、行列模型による位相的場の理論の構成に基づいている。

我々は以前、 S^3 上の Chern-Simons 理論と S^2 上の BF 理論 (2 次元 Yang-Mills 理論) の古典的作用が、 $N = 1^*$ 行列模型の作用のある極限として得られることを示した [2]。この等価性は次の二つの部分から成り立っている。まず始めに、 $N = 1^*$ 行列模型の非可換球面解の周りの理論を考え、可換極限をとることで、 S^2 上の BF 理論が得られる。次に、 S^2 上の BF 理論において、あるモノポール解周りの理論を考え、連続極限をとることで、 S^3 上の Chern-Simons 理論が得られる。この操作は、 S^3 を S^2 上の主 $U(1)$ 束として考えた場合、ファイバー方向に沿った T-duality と解釈することができる。これら二つの関係は、調和展開を用いて示すことができる。また、この二つの関係を組み合わせることで、 S^3 上の Chern-Simons 理論も $N = 1^*$ 行列模型のある古典解周りの理論として実現されることが示される。

ここで示された関係はいずれも古典的作用の間関係であった。しかしながら、我々はこの内の $N = 1^*$ 行列模型と S^2 上の BF 理論の間関係に注目し、この等価性が古典的作用のみならず、分配関数に対しても成立するというを示した。我々はまず、 $N = 1^*$ 行列模型を非可換球面解周りで展開した。次に、行列を非可換球面上の調和関数で展開し、分配関数の経路積分を実行した。そして最後に非可換球面の可換極限をとることで、この行列模型の分配関数が、Minahan-Polychronakos によって得られた 2 次元 Yang-Mills 理論の分配関数 [3] に帰着することを示した。

References

- [1] G. Ishiki, K. Ohta, S. Shimasaki and A. Tsuchiya, in preparation.
- [2] T. Ishii, G. Ishiki, K. Ohta, S. Shimasaki and A. Tsuchiya, Prog. Theor. Phys. **119**, 863 (2008)
- [3] J. A. Minahan and A. P. Polychronakos, Nucl. Phys. B **422**, 172 (1994)

¹この講演は、太田和俊氏、島崎信二氏、土屋麻人氏との共同研究に基づくものである [1]。