

All orders analysis of three dimensional CP^{N-1} model in $1/N$ -expansion

Osaka University Takahiro Nishinaka
E-mail: nishinaka@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

本研究は大阪大学の東島清氏との共同研究であり、3次元超対称 CP^{N-1} 模型の $1/N$ 展開によるくりこみ可能性を調べたものである。この模型は3次元の非線型シグマ模型のひとつであり、power counting によると摂動論的にはくりこみ不可能であると考えられているが、非摂動論的手法により発散を除去する可能性が否定されたわけではない。特にこの模型は3次元 $N=2$ の超対称性を持っているため、発散の振る舞いが大きく制限されているはずである。そこで我々は、理論の非摂動効果を見るための強力な手法である $1/N$ 展開によりこの模型の発散の振る舞いを調べた。ここで N とは理論が含む場の数である。 $1/N$ 展開は結合定数による展開とは異なり、一般に $1/N$ の各べきが結合定数については all orders の寄与を含んでいる。

我々の研究の最も重要な点は、 $1/N$ 展開を行う際に superfield に関する Feynman rules を用い、超対称性の効果が明白となる形で議論を展開したことである。このため我々は、相関関数に含まれる発散の振舞いを $1/N$ の all orders について知ることができ、さらにそれら全ての発散は結合定数と dynamical field の波動関数の規格化にくりこむことができることを示した。すなわち $1/N$ 展開によるくりこみ可能性を証明したわけである。

このくりこみ可能性の証明において本質的であったのは、異なる diagram 間で発散が相殺する non-trivial な機構を発見したことであった。この機構は CP^{N-1} 模型だけでなく3次元の super QED においても成り立つと考えられ、多方面へのさらなる応用が期待される。

また我々は、先に述べた発散の相殺機構により、結合定数のくりこみにおける $1/N$ の高次補正が存在しないことも証明した。これによって結合定数のくりこみは $O(N)$ の diagram の寄与のみであることが分かり、理論の β 関数を $1/N$ 展開の意味で厳密に計算することができた。その結果は

$$\beta(g) = \frac{1}{2}g - \frac{1}{4\pi^2}g^3$$

であり、この模型が紫外領域に fixed point を持っていることが見て取れる。この fixed point は [1, 2] において、 $1/N$ の next-to-leading order までの計算によって存在を示唆されていたものであり、我々はこの fixed point の存在を $1/N$ の all orders で厳密に証明したことになる。

References

- [1] T. Inami, Y. Saito, and M. Yamamoto, Prog. Theor. Phys. **103** (2000) 1283
- [2] K. Higashijima, E. Itou, and M. Tsuzuki, hep-th/0505056 (2005)