

Domain wall solitons and Hopf algebraic translational symmetries in noncommutative field theories

京都大学基礎物理学研究所 笹井 裕也

E-mail: sasai@yukawa.kyoto-u.ac.jp

近年、非可換時空上の場の理論における Hopf 代数的対称性に関する研究が注目を浴びている。これまでの研究によって明らかになったことを以下に述べる。事の始まりは Chaichian らによって発見された、Moyal plane $[x^\mu, x^\nu] = i\theta^{\mu\nu}$ 上の非可換時空上の場の理論の twisted Poincaré 不変性である [1]。この対称性の代数は Lorentz 生成子に関して拡張された Leibnitz 則を持っており、Hopf 代数的な対称性の一例になっている。しかし最近の研究で、この対称性が量子場の理論でも存在するためには、braid と呼ばれる非自明な統計性を理論に導入しなければならないことがわかった [2]。この事実は Moyal plane だけに限らず、一般に Hopf 代数的対称性を持つ理論であれば、必要であることを以前の研究で明らかにした [3]。

今回の我々の研究は、Hopf 代数的対称性の物理的な側面を理解するため、Hopf 代数的対称性の破れについて議論した [4]。取り扱った理論は座標の交換関係が $[x^i, x^j] = 2i\kappa\epsilon^{ijk}x_k$ ($i, j, k = 0, 1, 2$) で与えられる 3 次元の非可換時空上の ϕ^4 理論である。この理論は運動量空間が $SL(2, R)$ で与えられる群空間であり、運動量空間が曲がっているため、並進対称性が Hopf 代数的に拡張されている。我々はこの理論のドメインウォール解を構成することにより、この並進対称性の破れを議論した。通常の可換な理論の場合、ドメインウォール解はそのドメインウォールの位置に相当する 1 個のパラメータ (モジュライパラメータ) を持っており、そのパラメータの生成子は並進の生成子 P で与えられる。我々は具体的に非可換時空上の場の理論におけるドメインウォール解を構成し、このモジュライパラメータの生成子 θ が

$$\theta \equiv \frac{1}{\kappa} \sinh^{-1}(\kappa P)$$

で与えられることを発見した。但し、 θ の coproduct は $\Delta\theta = \theta \otimes 1 + 1 \otimes \theta$ で与えられる¹。実際、 $\kappa \rightarrow 0$ 極限で P に一致することが確かめられる。また、一般にどんな Hopf 代数的並進対称性を持つ理論でも、ドメインウォール解のモジュライパラメータの生成子 $\theta(P)$ は次の微分方程式を解くことにより得られることがわかった。

$$\frac{d\theta(P)}{dP} = \lim_{P_\epsilon \rightarrow 0} \frac{P_\epsilon}{P_\epsilon \oplus P - P}$$

但し、 \oplus はその理論の Hopf 代数により指定される運動量の和である。また初期条件は $\theta(0) = 0$ である。

次に、ドメインウォール上を走るモジュライ場について考えた。通常の可換な理論の場合、モジュライ場は質量 0 である。今回の我々の非可換時空上の場の理論においても、モジュライ場は braid を考慮することで質量が 0 であることがわかった。

References

- [1] M. Chaichian, P. P. Kulish, K. Nishijima and A. Tureanu, Phys. Lett. B **604**, 98 (2004).
- [2] A. P. Balachandran, T. R. Govindarajan, G. Mangano, A. Pinzul, B. A. Qureshi and S. Vaidya, Phys. Rev. D **75**, 045009 (2007).
- [3] Y. Sasai and N. Sasakura, Prog. Theor. Phys. **118**, 785 (2007).
- [4] Y. Sasai and N. Sasakura, Phys. Rev. D **77**, 045033 (2008).