On Diagonal Multi-Matrix Correlators

ロンドン大学クイーンメアリー　木村祐介
E-mail: y.kimura@qmul.ac.uk

この研究では AdS/CFT のような弦理論とゲージ理論の対応を考えた時に、いかにしてゲージ理論の演算子をうまくまとめるかということを考える。これはサンジェイラングーラム氏との共同研究に基づく。

ゲージ理論の演算子の分類はトレイスの数で行うことが便利なように思われる。実際場の数が少ない時（もしくは N が無限の時）はシングルトレイスが１粒子、マルチトレイスが多粒子に対応するということが言えるが、場の数が多い時は必ずしも正しくない。実際 1/2BPS 演算子（１個の複素行列 $X = \Phi_5 + i\Phi_6$ で与えられる）の場合は $tr(\sigma X^n) \equiv X^{i_1}_{i_{\sigma(1)}} \cdots X^{i_n}_{i_{\sigma(n)}}$ の形が任意のゲージ不変演算子を与えて、その線形結合として $O_R(X) = \frac{1}{n!}\sum_{\sigma\in S_n} \chi_R(\sigma) tr(\sigma X^n)$ を考えるとそれが X から作られる演算子の完全直交系を与える。これは場の数が多い場合は giant graviton に対応しており、S_n もしくは $SU(N)$ のヤング図 R がその配位を決める。

[1] ではこの拡張を行い、X と $X^\dagger$ から作られるゲージ不変演算子の完全直交系をフリーレベルで構成した。

$$O^{\gamma}_{A,ij}(X, X^*) = t_\gamma \sum_{b\in B(m,n)} \chi^{\gamma}_{A,ij}(b^*) tr(bX^m X^{*n}) \tag{1}$$

b はブラウア代数（詳細は [1] 参照）の元であり、この場合は対称群に代わりブラウア代数が演算子をまとめる役割を果たす。γ はブラウア代数の規約表現であり、A はその部分代数である対称群 $S_m \times S_n$ の群環の規約表現である。A が現れる理由は上記演算子の同値類が $S_m \times S_n$ の元で与えられる（(1) は $b \to hbh^{-1}$ の対称性がある）からである。i, j は A が γ に含まれる数である。

演算子の次元はディラテイション演算子の固有値で与えられるが、[2] では (1) の各ラベルを測るゲージ理論の演算子を構成した。$X \to UX$, $X^\dagger \to X^\dagger U^\dagger$ のゲージ変換の生成子を G_B とすると、そこから作られる $U(N)$ 不変量 $\hat{C}_2 = tr(G_B^2)$ の (1) に対する固有値は、$U(N)$ の規約表現 γ の２次のカシミア $C_2(\gamma)$ を与えることが分かる。このように通常の $U(N)$ 変換の生成子を分解することで同様に A, i, j を測る演算子も構成することができる。つまり (1) は $\hat{C}_2$ などの演算子を対角化する基底とも言うことができる。これらの演算子は (1) のような完全系がどのように量子効果を受けるかなどの問題を考える際に役に立つと思われる。

References

[1] Y. Kimura and S. Ramgoolam, “Branes, Anti-Branes and Brauer Algebras in Gauge-Gravity duality,” arXiv:0709.2158 [hep-th].
[2] Y. Kimura and S. Ramgoolam, “Enhanced symmetries of gauge theory and resolving the spectrum of local operators,” arXiv:0807.3696 [hep-th].