

AdS/CFT対応での渦糸とクォークの間の ポテンシャルの計算

山口 哲 (ソウル大)
Satoshi Yamaguchi (SNU)

Soo-Jong Rey 氏との共同研究に基づく

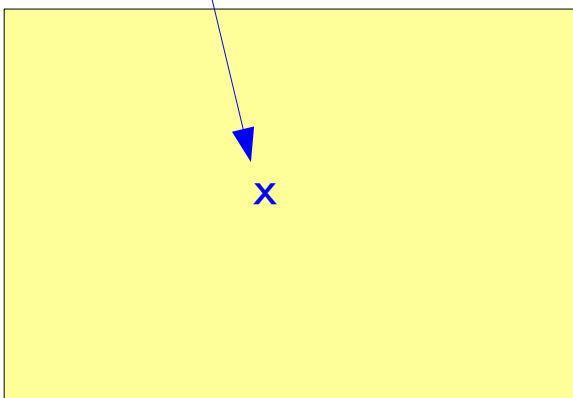
概要

場の量子論での局所演算子と非局所演算子

局所演算子

$O(x)$

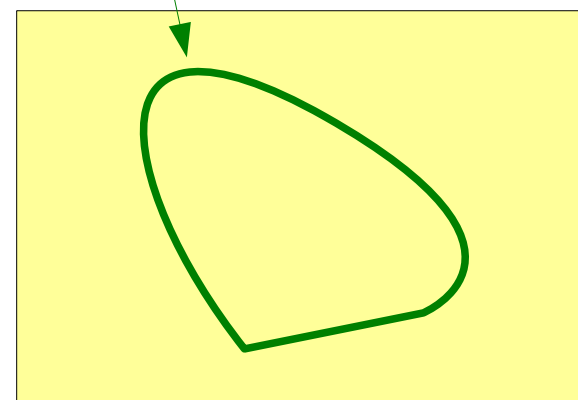
一点



非局所演算子

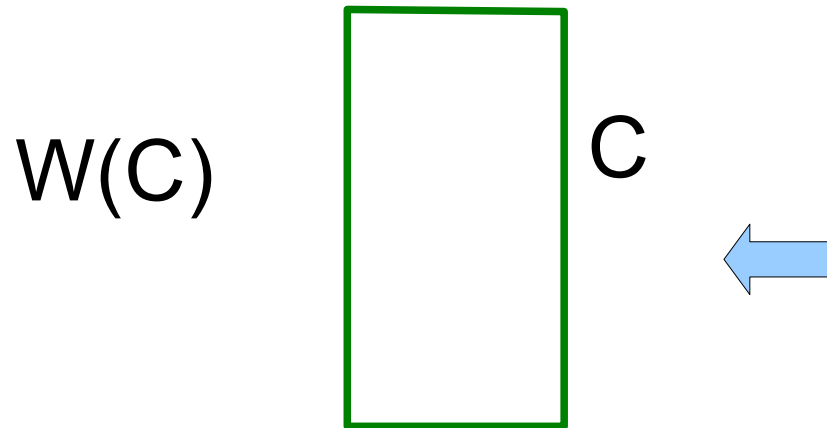
$O(\Sigma)$

多数の点、線、面、その他

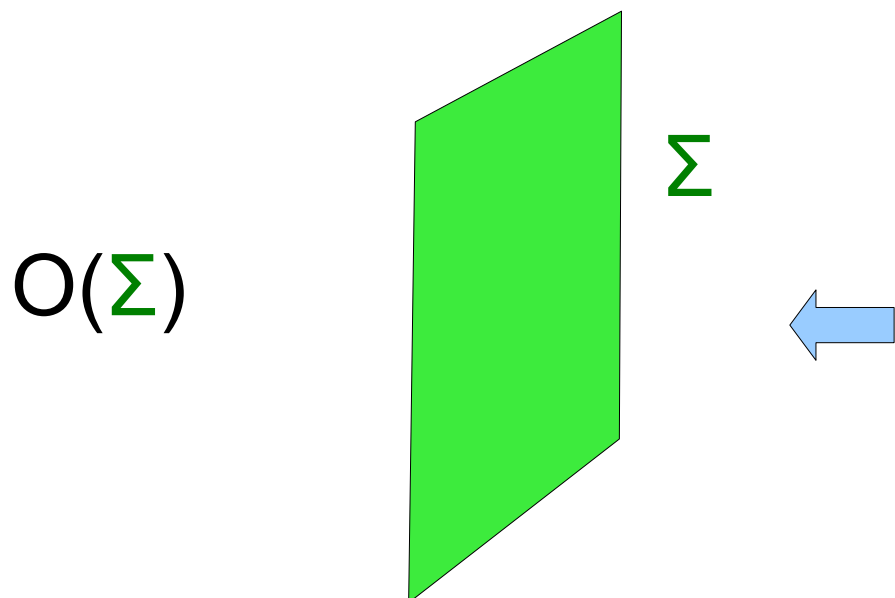


例: Wilson ループ

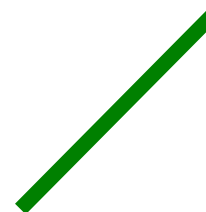
例: Wilson ループ



試験粒子
ポテンシャル



試験渦糸



サーフェス演算子(面演算子)

動機

- ゲージ理論の相構造の理解
- AdS/CFT 対応を通じて、弦理論の理解

弦理論
ブレーン

～

場の理論
非局所演算子

AdS/CFT対応

IIB型弦理論
AdS5 x S5 背景

=

N=4 超対称
Yang-Mills 理論
ゲージ群 SU(N)

基本弦

~

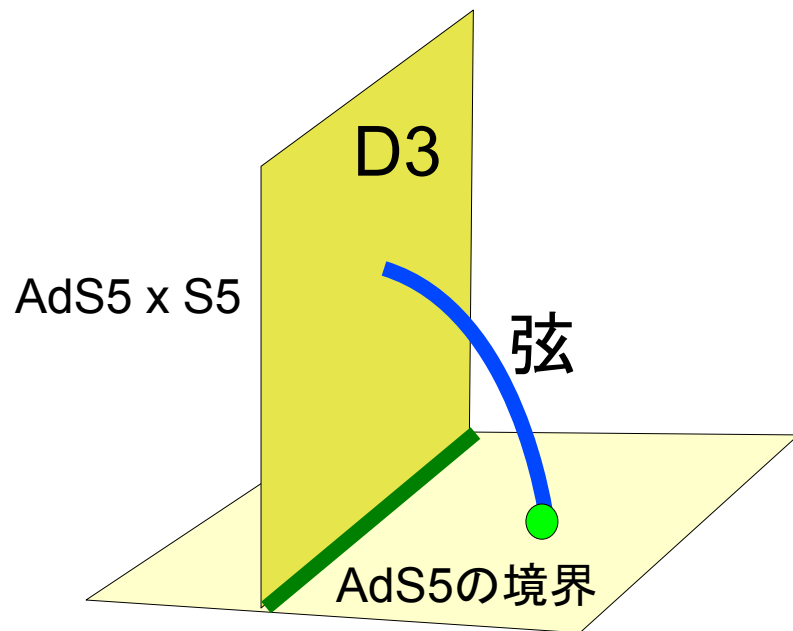
Wilson ループ

D3-brane

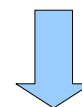
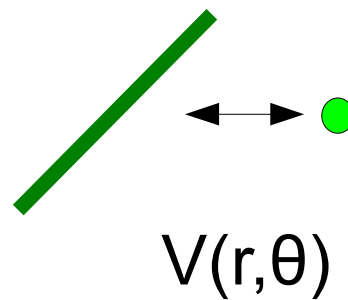
~

サーフェス演算子

行ったこと



試験粒子 試験渦糸
ポテンシャル



$$\langle O(\Sigma)W(C) \rangle$$



サーフェス演算子



Wilsonループ



弦理論での計算

場の理論での計算

結果

β : サーフエス演算子のパラメータ。

λ : ゲージ理論の't Hooft 結合定数

$\frac{\lambda}{\beta^2} \rightarrow 0$ 極限で一致

$$V(r_0, \theta_0) = \begin{cases} -\frac{\beta}{r_0} \cos \theta_0, & \cos \theta_0 \geq 0 \\ 0, & \cos \theta_0 \leq 0 \end{cases} .$$

弦理論での計算は、 $\left(\frac{\lambda}{\beta^2}\right)^n$ を含んでいる。

詳細

N=4 super Yang-Mills

場

- ゲージ場 $A_\mu, \mu=0,1,2,3$
- スピノール場 ψ
- スカラー場 $\phi_i, i=1, \dots, 6$

すべてN x Nエルミート行列

作用

$$S_{YM} = \frac{N}{\lambda} \int d^4x \operatorname{tr} \left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \dots \right]$$

$$\lambda = g_{YM}^2 N \quad : \text{'t Hooft coupling}$$

サーフェス演算子

[Gukov, Witten], [Gomis, Matsuura],[Drukker, Gomis, Matsuura]

古典解

$$x^1 + ix^2 =: r e^{i\theta}$$

$$\phi_1 + i\phi_2 =: \frac{\beta}{r e^{i\theta}} \text{diag}(1, 0, \dots, 0)$$

β : 定数

サーフェス演算子の定義(経路積分の境界条件を課す)

$$\langle O(\Sigma) X \rangle := \int_{r \rightarrow 0} DAD\psi D\phi X e^{-S} \quad \Sigma: \{r=0\}$$

$r \rightarrow 0$ で上の古典解に行くという境界条件

ゲージ理論側での古典的な計算

Wilson ループ

$$W(r_0, \theta_0) = \text{tr} P \exp \int_0^T dt (i A_0 + \phi_1)(r_0, \theta_0)$$

$$\begin{aligned} \exp(-T V(r_0, \theta_0)) &= \langle O(\Sigma) W(r_0, \theta_0) \rangle \\ &= \int_{b.c.} DAD\psi D\phi W(r_0, \theta_0) e^{-S} \end{aligned}$$

$$\approx W(r_0, \theta_0) \Big|_{\text{古典解}} = \exp\left(T \frac{\beta}{r_0} \cos \theta_0\right) + (N-1)$$

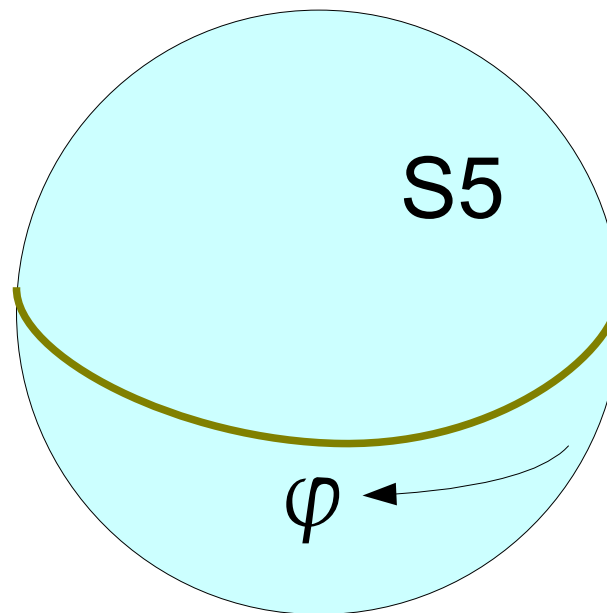
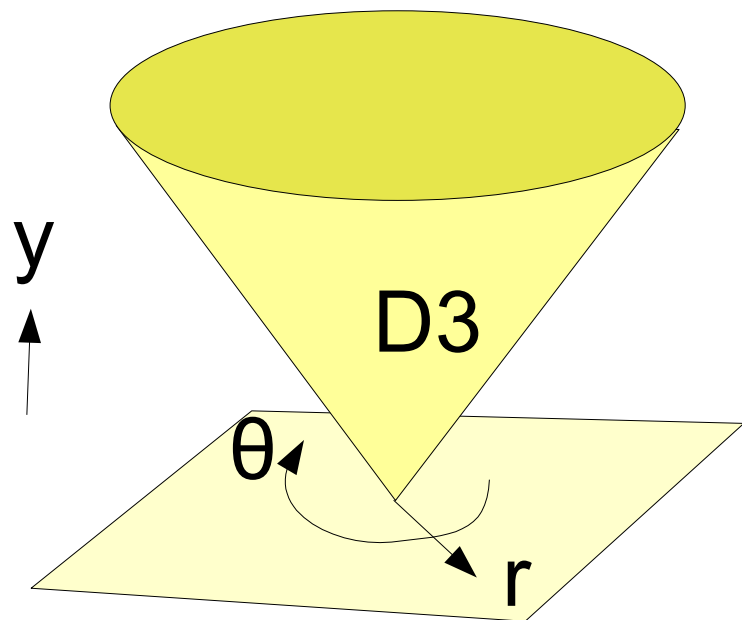
$T \rightarrow \infty$ で、

$$V(r_0, \theta_0) = \begin{cases} -\frac{\beta}{r_0} \cos \theta_0, & \cos \theta_0 \geq 0 \\ 0, & \cos \theta_0 \leq 0 \end{cases} .$$

重力側のサーフェス演算子の対応物

[Constable, Erdmenger, Guralnik, Kirsch], [Gomis, Matsuura]

AdS5

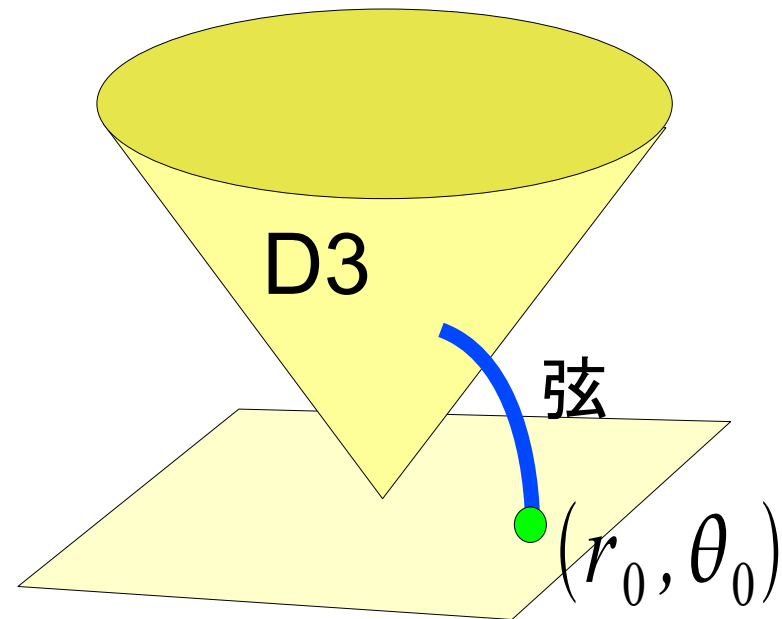


$$y = \kappa r, \quad \theta = \varphi$$

$$\kappa = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi\beta}$$

Wilson loop とサーフェス演算子の相関関数の重力側での計算

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int \sqrt{\det G}$$



$$\exp(-T V(r_0, \theta_0)) = \exp(-S_{classical})$$

結果

$$V(r_0, \theta_0) = \begin{cases} -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi r_0} \ell(\kappa, \theta_0), & (\ell(\kappa, \theta_0) \geq 0), \\ 0, & (\ell(\kappa, \theta_0) \leq 0), \end{cases}$$

$$\cos \theta_{\text{crit}} := \left[(1 + \kappa^2)(E_0 - F_0)^2 + 1 \right]^{-1/2} \left[\cos \frac{F_0}{\sqrt{1 + \kappa^2}} - \sqrt{1 + \kappa^2}(E_0 - F_0) \sin \frac{F_0}{\sqrt{1 + \kappa^2}} \right],$$

$$E_0 := E \left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{-\kappa^2}{1 + \kappa^2}} \right), \quad F_0 := F \left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{-\kappa^2}{1 + \kappa^2}} \right).$$

- $\cos \theta_0 \geq \cos \theta_{\text{crit}}$

$$p - \ell = -\sqrt{\psi_+} [E(\chi; k) - F(\chi; k)],$$

$$\cos \theta_0 = \frac{1}{(m^2 + \ell^2)r_1} \left((m^2 + p\ell) \cos \varphi_1 + (-m\ell + pm) \sin \varphi_1 \right).$$

$$\varphi_1 := \frac{m}{\sqrt{\psi_+}} F(\chi; k),$$

- $\cos \theta_0 \leq \cos \theta_{\text{crit}}$

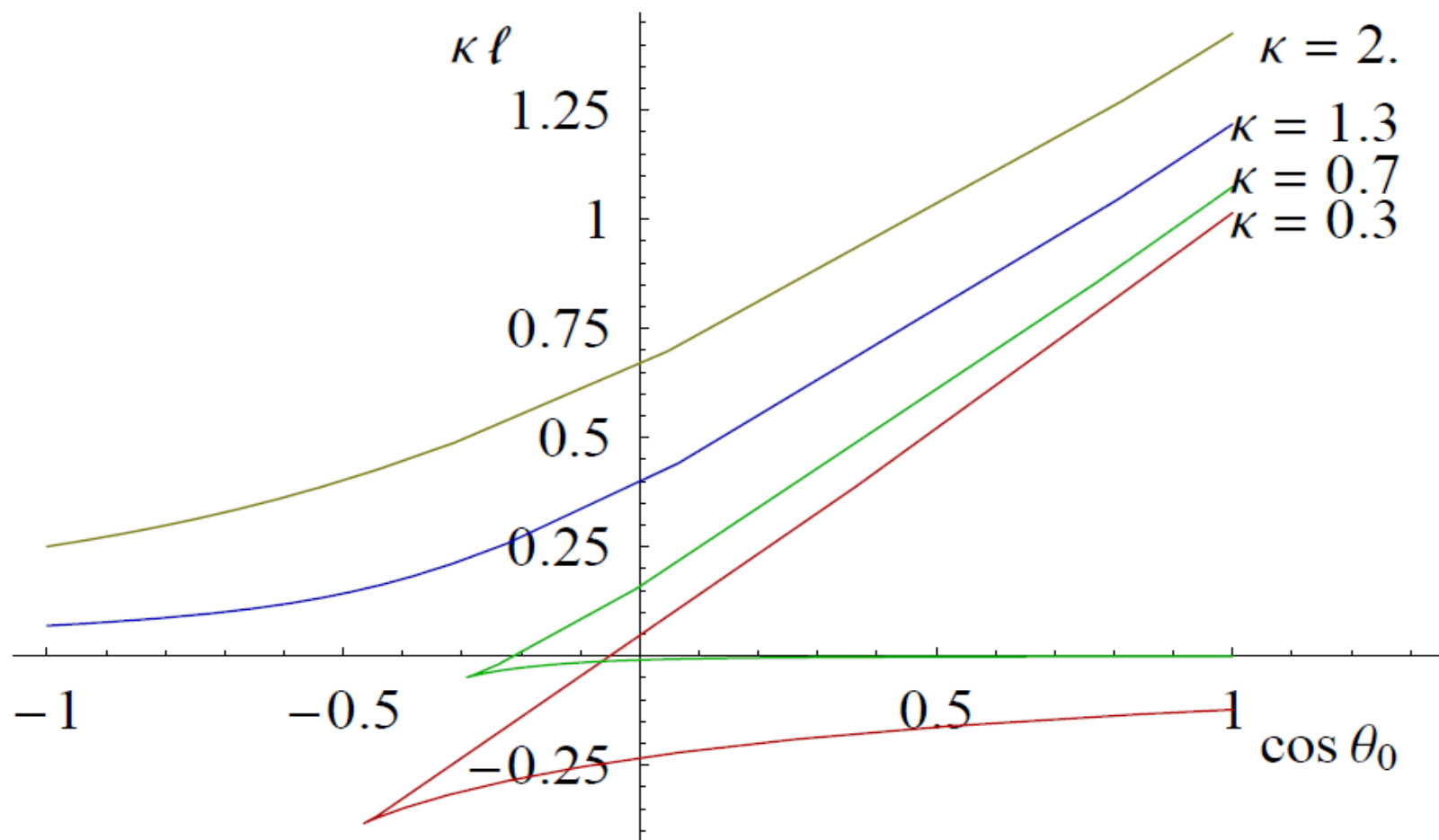
$$-p - \ell = -\sqrt{\psi_+} \left[2E(\pi/2; k) - 2F(\pi/2; k) \right. \\ \left. - E(\chi; k) + F(\chi; k) \right],$$

$$\cos \theta_0 = \frac{1}{(m^2 + \ell^2)r_1} \left((m^2 - p\ell) \cos \varphi_1 + (-m\ell - mp) \sin \varphi_1 \right).$$

$$\varphi_1 := \frac{m}{\sqrt{\psi_+}} [2F(\pi/2; k) - F(\chi; k)],$$

結果

$$V(r_0, \theta_0) = \begin{cases} -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi r_0} \ell(\kappa, \theta_0), & (\ell(\kappa, \theta_0) \geq 0), \\ 0, & (\ell(\kappa, \theta_0) \leq 0), \end{cases}$$



$\kappa \rightarrow 0$ で、ゲージ理論の結果と一致

なぜ一致するのか

Cf [Berenstein, Maldacena, Nastase]

古典的な弦理論: λ 大で有効

古典的なゲージ理論: λ 小で有効

弦理論の古典論で κ 展開

$$V(r_0, \theta_0) = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi\kappa r_0} \sum_{j=0}^{\infty} \kappa^{2j} \tilde{g}_j(\theta_0).$$

$$\tilde{g}_0 = \cos \theta_0$$

$\kappa = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi\beta}$ を代入

$$V(r_0, \theta_0) = -\frac{\beta}{r_0} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j}{\beta^{2j}} \frac{\tilde{g}_j(\theta_0)}{(2\pi)^{2j}}.$$

β が大きいから

補正について

弦理論側

λ の正べきの展開！

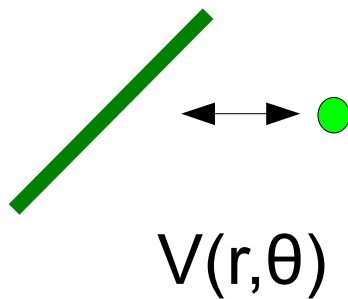
$$V(r_0, \theta_0) = \frac{\beta}{r_0} \left(\cos \theta_0 + \frac{\lambda}{\beta^2} g_1(\theta_0) + \dots \right)$$

$$g_1(\theta_0) = \frac{1}{16\pi^2 \sin^3 \theta_0} (\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0)$$

ゲージ理論側での補正を計算して、これと比較するのは今後の課題

まとめ

試験粒子 試験渦糸
ポテンシャル



弦理論での計算

～

場の理論での計算