

Yet Another Alternative to Compactification

-Nambu, Kobayashi-Maskawa in string theory-

KEK・総研大

溝口俊弥

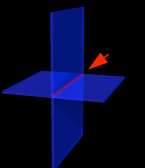
(木村哲士氏との共同研究)

arXiv:0905.2185 [hep-th]

素粒子はなぜ三世代か？

- 小林・益川ノーベル賞受賞（2008年）
- なぜ三世代か？—この問題を解き明かすことは標準模型を越える理論が託された使命

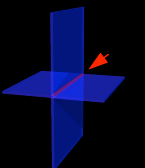
「超弦理論」



超弦の真空は無数にある



コンパクトなカラビヤウの多様性



Yet another...
1.Introduction

標準模型が示唆する大統一

名称	素粒子	ゲージ量子数			スピン
		$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)_Y$	
クォーク	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	3	2	1/6	1/2
	u_R	3	1	2/3	
	d_R	3	1	-1/3	
レプトン	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	1	2	-1/2	1/2
	e_R	1	1	-1	
	ν_{eR}	1	1	0	
ゲージ粒子	A_μ^a	8	1	0	1
	$W_\mu^\pm, W_\mu^3$	1	3	0	
	B_μ	1	1	0	
ヒッグズ粒子	$\begin{pmatrix} h^0 \\ h^- \end{pmatrix}$	1	2	-1/2	0

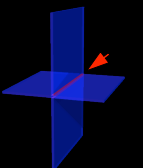
(第一世代のみ)

半端ハイパー荷の起源—SU(5)

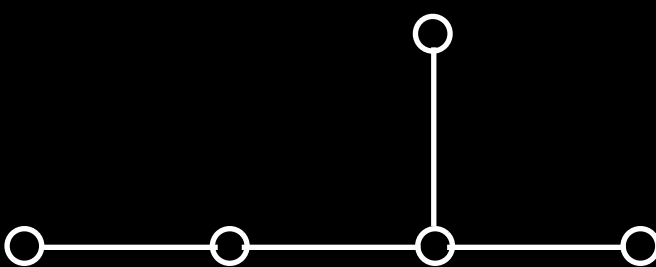
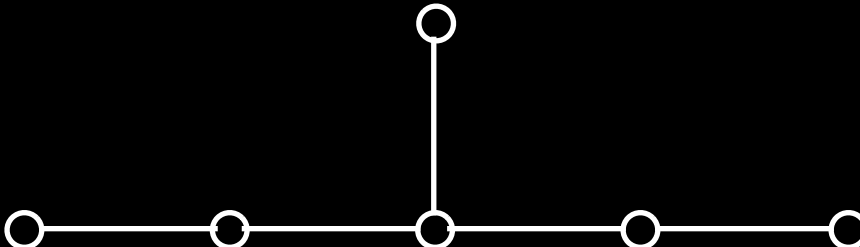
$$\begin{pmatrix} d_R^c \\ d_R^c \\ d_R^c \\ \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & u_R^c & -u_R^c & -u_L & -d_L \\ -u_R^c & 0 & u_R^c & -u_L & -d_L \\ u_R^c & -u_R^c & 0 & -u_L & -d_L \\ u_L & u_L & u_L & 0 & -e_R^c \\ d_L & d_L & d_L & e_R^c & 0 \end{pmatrix} \nu_{eR}^c$$

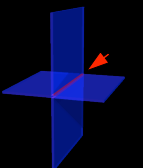
$\bar{5} \qquad \qquad \qquad 10 \qquad \qquad \qquad 1$

$$U(1)_Y : \begin{pmatrix} +\frac{1}{3} & & & & \\ & +\frac{1}{3} & & & \\ & & +\frac{1}{3} & & \\ & & & -\frac{1}{2} & \\ & & & & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \in SU(5)$$



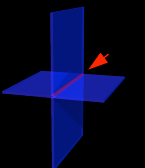
A,D系列では統一されない

		Matter	Higgs	
$SU(5)$		$\bar{5} \oplus 10 \oplus 1$	$5 \oplus \bar{5}$	1
				
$SO(10)$		16	$\oplus$	10
			$\oplus$	1
				
E_6				27



E_6 は $E_8 \times E_8$ heteroticから出る

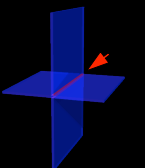
- 10次元でカイラル($N=1$)なストリング理論は素朴にはすべてアノマリーが出る
- B場がゲージ変換やローカルローレンツで変換するとすれば、ゲージ群が $E_8 \times E_8$ または $SO(32)$ のときに限ってアノマリーをキャンセルすることができる (Green-Schwarz メカニズム)
- B場のBianchi恒等式はスピンコネクションとゲージコネクションが連動することを要請
- $E_8 \supset E_6 \times SU(3)$ $SU(3)$ が期待値 $\Rightarrow E_6$



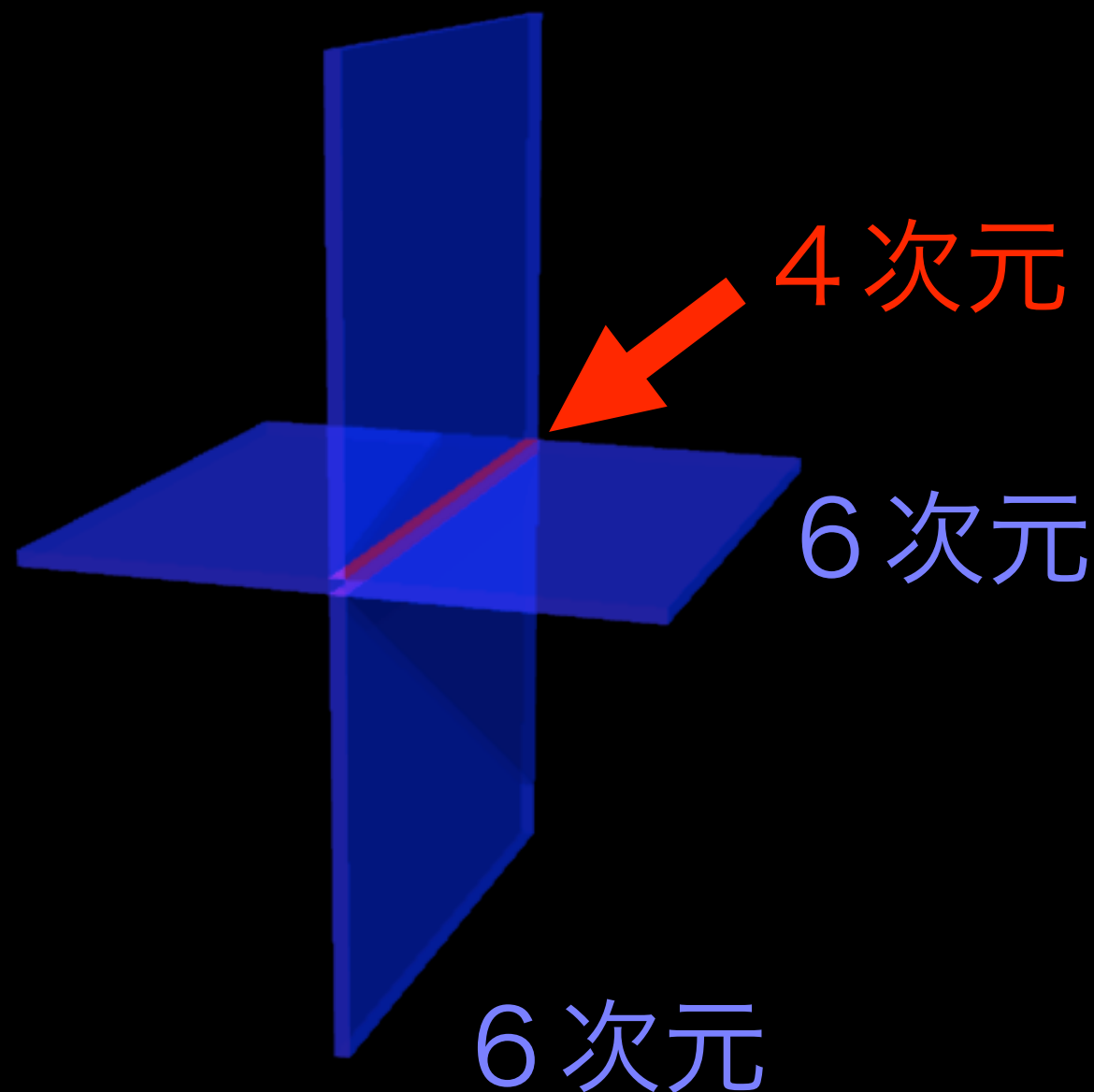
発想の転換

ー南部・Goldstoneモードー

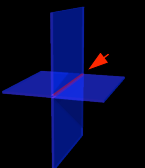
- 超重力のブレーン解は対称性を自発的に破る
- その自発的破れに付随した南部・Goldstoneモードがブレーン近傍に局在する
- 微視的記述がないときも低エネルギー超重力のみによって（アノマリー流入など）存在が結論できる
- ボトムアップアプローチでは普通（ADD模型など）



交差する $E_8 \times E_8$ ヘテロティック 5-ブレーン



- $N=1$ SUSY
- Deformed conifold と T-dual
- E_6 の27に属するカイラル超多重項がNGモードとしてちょうど3世代存在する!!!



Plan

1. Introduction

2. ヘテロティック 5-ブレーン: A review

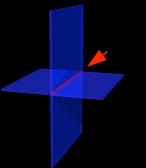
3. 交差する 5-ブレーンと南部・Goldstone
モード

4. Randall-Sundrum ライクな新しい模型

5. 結論

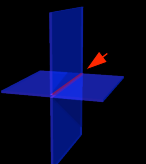
2. ヘテロティック

5-ブレーン: A review



10次元超重力の NS5-ブレーン解

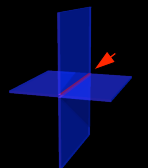
- Neutral 5-branes
 - Type IIA (0,2)SUSY (カイラル)
 - Type IIB (1,1)SUSY (ノンカイラル)
- Symmetric 5-brane
 - Heterotic (0,1)SUSY $\omega+H$ はSU(2)
に入りゲージコネクションと同一視



Typell NS5-ブレーン Callan,Harvey, Strominger(91) のモジュライ(NGモード)

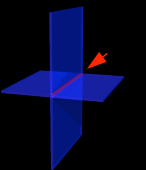
SUSYを1/2破るので $8+8$ ゼロモード

- IIA (0,2)multiplet
 - フェルミオンはカイラル
 - 4つの並進+3-formから 3 (self-dual 2-form) + 1-formから 1
- IIB (1,1)multiplet
 - フェルミオンはノンカイラル
 - 4つの並進+4-formから 4 (vector)



NS5/ALE T-duality

- CFTによる議論 Ooguri,Vafa(95)
- メトリックの具体的な変形 Gregory,Harvey,Moore(97)
- カラビヤウ2-fold (4次元) に1つ2-サイクルがあれば、IIAには3-formからvector、IIBには4-formから2-formが出るはず
- NS5のゼロモードとちょうど逆になっている
⇒ T-dual
- ブレーンのNGモードが双対なカラビヤウコンパクト化のmasslessモードに対応する



ヘテロティック5-ブレーション (Symmetric 5-brane)

Neutral solution

$$ds^2 = -(dx^0)^2 + e^{2\Phi} \sum_{\mu=1}^4 (dx^\mu)^2 + \sum_{m=5}^9 (dx^m)^2$$

$$e^{2\Phi} = e^{2\Phi_0} \left(1 + \frac{\rho^2}{x^2} \right)$$

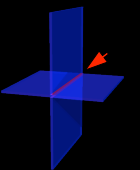
$$H_{\mu\nu\lambda} = -\epsilon_{\mu\nu\lambda}{}^\sigma \partial_\sigma \Phi$$

Bianchi 恒等式

$$dH = -\alpha' (R(\omega_+)_{AB} \wedge R(\omega_+)^{BA} - \text{tr} F \wedge F)$$

Standard embedding

$$A_\mu^{\alpha\beta} = (\omega + H)_\mu^{\alpha\beta} = -2\rho^2 \sigma^{\alpha\beta}_{\mu\nu} \frac{x^\nu}{x^2 + \rho^2} \text{ self-dual}$$



ヘテロティック5-ブレーンの モジュライ (NGモード)

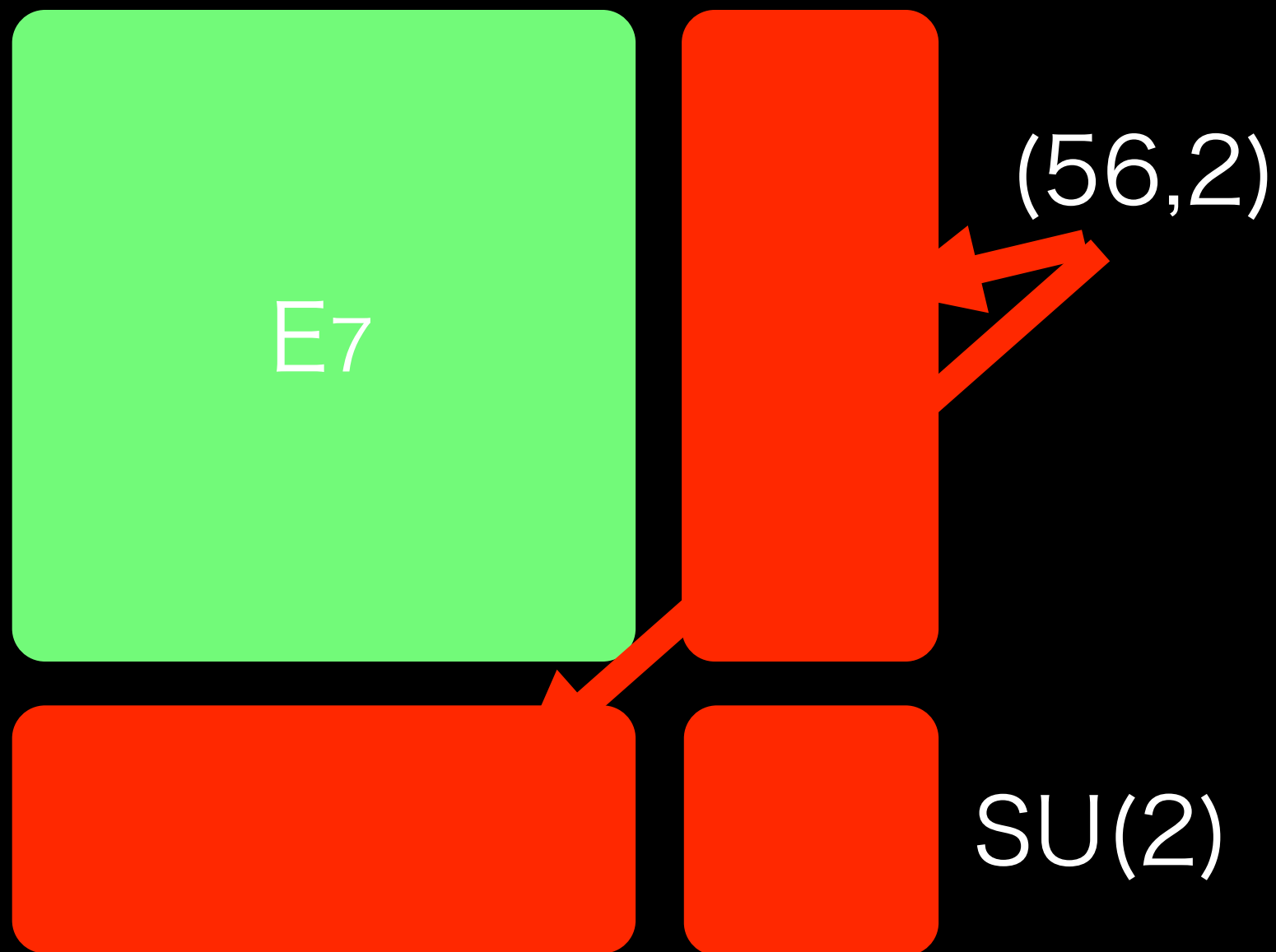
- ゲージ場は E_8 にうめこまれた4次元の $SU(2)$ インスタントン
- インスタントンモジュライは
 - 4つの並進
 - 1つのサイズスケール
 - 115個のゲージ回転のモジュライ

全部で 120 個 $\Rightarrow$ 30個のハイパー多重項

Callan, Harvey, Strominger(91)

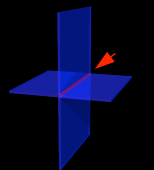
E_8 の $E_7 \times SU(2)$ 分解

115個のモジュライの数え方



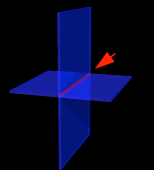
$SU(2)$ が期待値をもつと、それと交換する E_7 はゲージ対称性として残り、残りはNGモードとなる

$$248 = (133, 1) + (56, 2) + (1, 3)$$
$$56 \times 2 + 1 \times 3 = 115 \text{ の NG モード}$$



平行なヘテロティック5のモジュライに関する注意 (1)

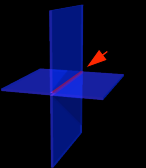
- 115個のゲージ回転からくるモジュライは、4つの並進と1つのサイズと on the **equal footing**
- **グローバル回転** (transverse回転の $SO(4)$ やグローバルゲージ回転の $SU(2)$) はゲージ対称性ではないので**モードは独立**に数える
- E_8 以外のゲージインスタントンのモジュライも同様に **$SU(2)$ の埋め込み方**で勘定できる



平行なヘテロティック5のモ ジュライに関する注意 (2)

- 30個のうち28個の $D=6$ ハイパー多重項は、56個のhalf-ハイパー多重項となり、 E_7 の表現となる。一方、Atiyah-Patodi-Singer指数定理によると江口-ハンソンなどでのDirac指数にはゲージインスタントからの寄与があり、T-dualityと矛盾しない
- 30個のハイパー多重項の重力アノマリーはアノマリーインフローでちょうど相殺される

3. 交差する 5-ブレーンと 南部・Goldstone モード



交差ブレーン解の具体形

Ohta, Yokono(99)他

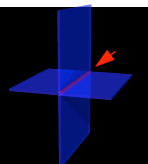
$$ds^2 = \sum_{\mu=0,7,8,9} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + h^2 \sum_{m=1}^2 (dx^m)^2 + h \sum_{m=3}^6 (dx^m)^2$$

$$h = h_0 + n|x^1|$$

$$e^{2\Phi} = h^2, \quad H_{234} = H_{256} = \frac{h'}{2}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-brane	○			○	○			○	○	○
5-brane'	○					○	○	○	○	○

各ブレーンが広がる方向



3. Intersecting 5-branes / NG modes

Spin connections $\omega \pm H$

$$(\omega_{\pm})_1 = 0, \quad (\omega_{\pm})_2 = \frac{n|x^1|'}{2h} \begin{pmatrix} 2 & -2 & & \\ & \mp 1 & \pm 1 & \\ & & \mp 1 & \pm 1 \end{pmatrix}$$

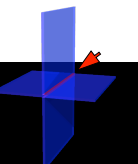
$$(\omega_{\pm})_3 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & -1 & \\ 1 & & & \mp 1 \\ & \pm 1 & & \end{pmatrix}$$

$$(\omega_{\pm})_4 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & & -1 \\ 1 & & \pm 1 & \\ & \mp 1 & & \end{pmatrix}$$

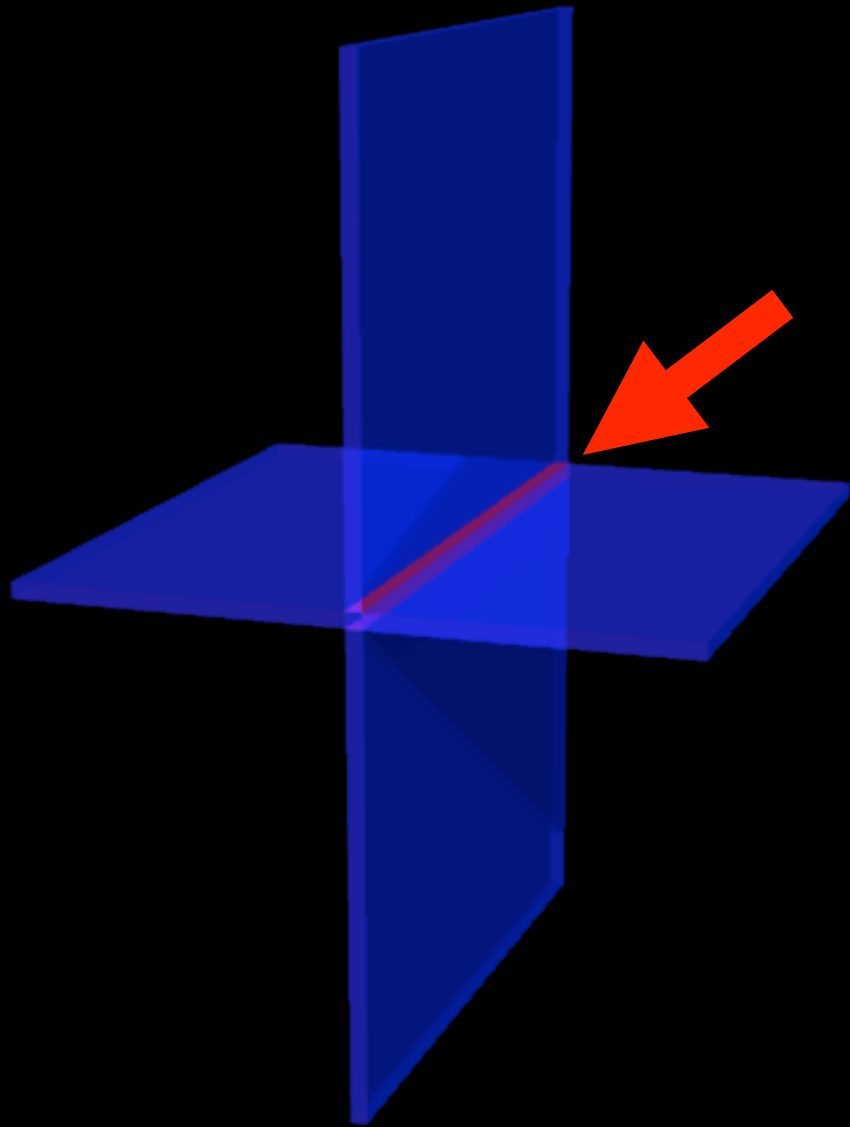
$$(\omega_{\pm})_5 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & -1 & \\ & & & \mp 1 \\ 1 & & & \\ & \pm 1 & & \end{pmatrix}$$

$$(\omega_{\pm})_6 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & & \pm 1 & -1 \\ & & & & \\ & & & & \\ 1 & & \mp 1 & & \end{pmatrix}$$

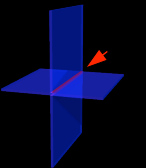
- どちらも (異なる) $SU(3)$ に入る
- $\omega + H$ を A に埋め込むと Bianchi が満たされる



残る/破れるゲージ対称性

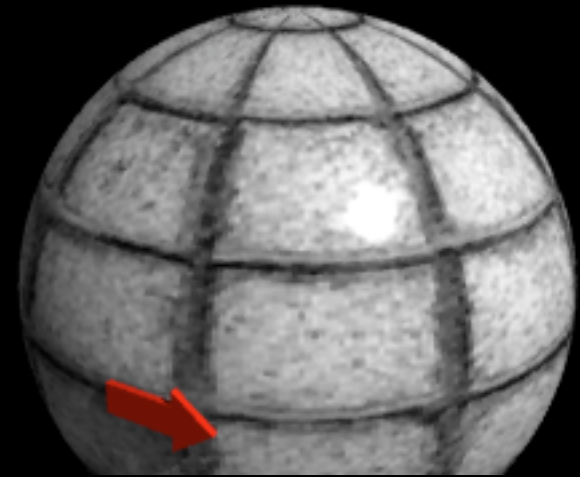


- 超対称性が1つ残ることより
スピン接続は $SU(3)$ に入る
- アノマリー相殺のためスピン
接続はゲージ場と連動するの
で、その $SU(3)$ を動かさない
ゲージ対称性は破れず、残り
はNGモード（モジュライ）
となる（次のページ）



3つの壊れたSUSY

- 6次元空間のスピン接続は(gerericには) $SO(6)$
- $SO(6)$ のスピナー表現 = $SU(4)$ の基本表現
- ホロノミーが $SU(3)$ に小さくなると1つだけ SUSY が残り、3つは壊れる



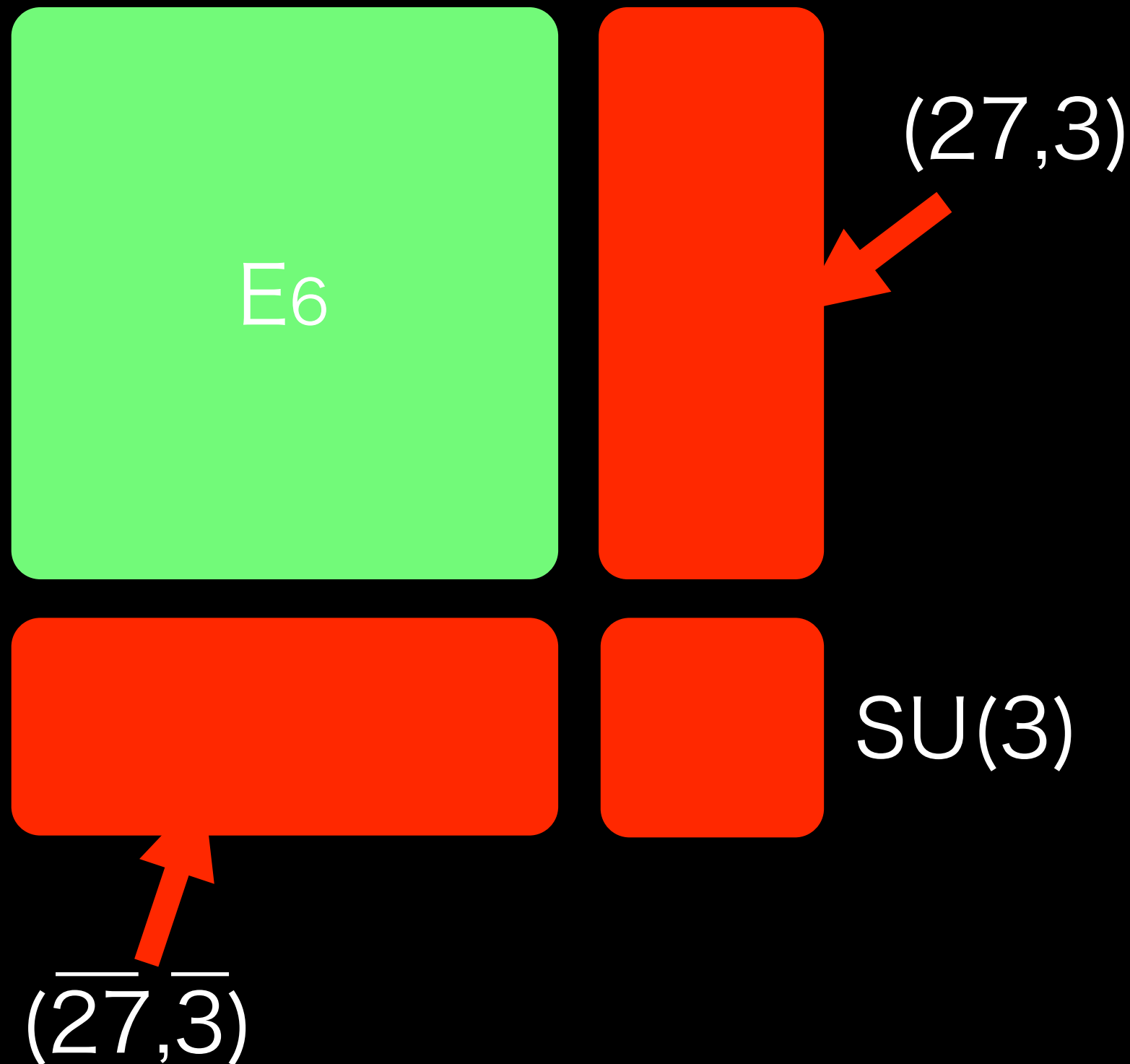
$$\begin{pmatrix} \begin{matrix} \text{SU}(3) \\ \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{broken SUSY} \\ \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = 0$$

キリングスピナー

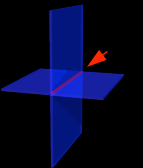
キリングスピナー方程式

3. Intersecting 5-branes / NG modes

E_8 の $E_6 \times SU(3)$ 分解



$SU(3)$ が期待値をもつと、それと交換する E_6 はゲージ対称性として残り、残りはNGモードとなる



ゲージ回転から来るNGボゾン 交差ブレーションの場合

- $248 = (78,1) + (27,3) + (\overline{27},3) + (1,8)$ のうち後ろの3つがNGボゾンになる。これらは $D=4, N=1$ SUSYの超多重項をなすはず
- ところがNGボゾンは壊れた生成子につき1自由度しかないので、 $(27,3)$ あるいは $(\overline{27},3)$ だけでは多重項を組めない
- $(27,3), (\overline{27},3)$ それぞれに属するNGフェルミオンは逆のカイラリティをもつことが確かめられる
⇒ CPT共役

これらが組み合わせられてカイラル多重項をつくる！

交差5-ブレーン上の カイラルな物質場

- このようなモジュライの数え上げ方は昔からよく知られたゲージインスタントン（=平行な5-ブレーン）の数え方と全く同じ
- カイラル超多重項がNGモードとして存在することは、交差5-ブレーン系と(deformed)コニフォールドとの双対性からの期待通り（ただし通常とは重要な違いがある：次のページ）

通常の考え方: Dirac index

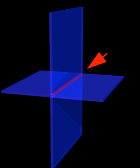
ゲージノの運動方程式

$$\mathcal{D}(\omega - \frac{H}{3}, A)\chi - \Gamma^M \chi \nabla_M \Phi + \frac{3}{2} \Gamma^M \Gamma^{AB} (F_{AB} + \hat{F}_{AB}) (\psi_M + \frac{2}{3} \Gamma_M \lambda) = 0$$

$\psi_M = \lambda = 0, \Phi = \text{const.}$ とすれば、

$\mathcal{D} \equiv \mathcal{D}^{(4)} + \mathcal{D}^{(6)}$ としたとき $\mathcal{D}^{(6)}$ のゼロモードから

massless粒子が出る

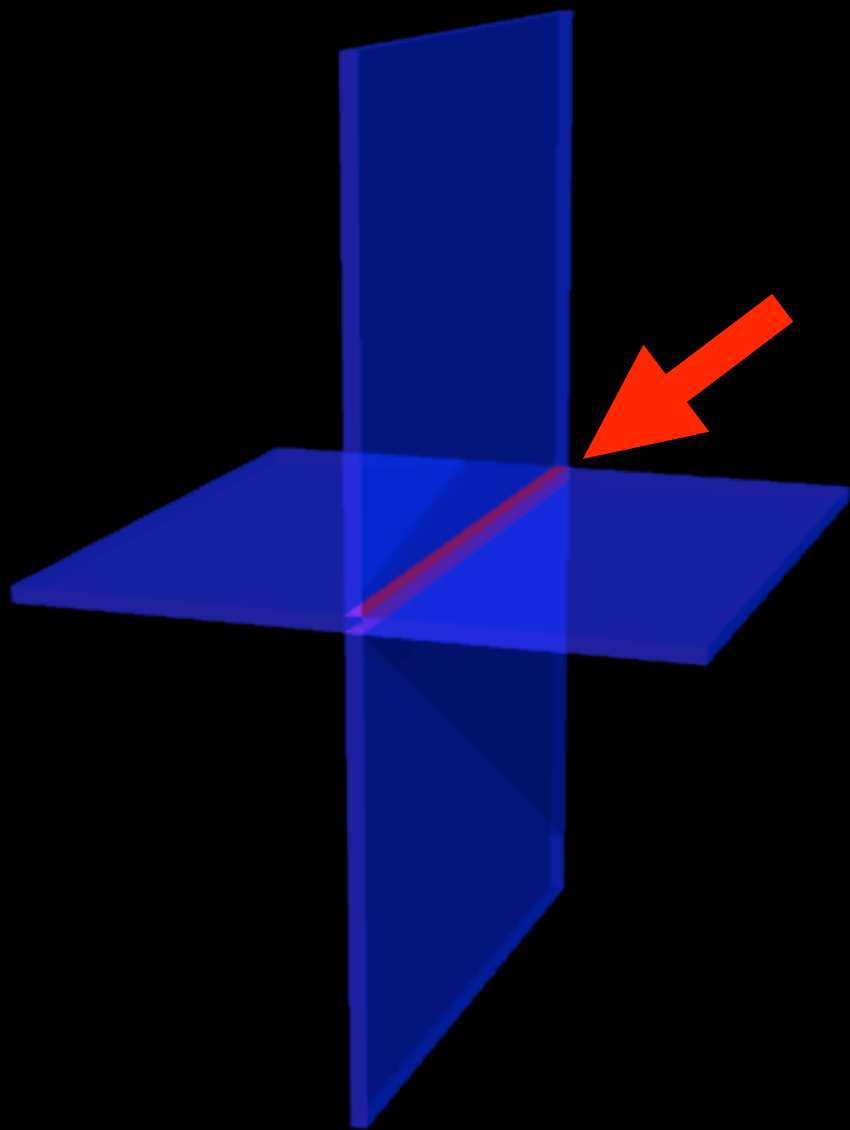


3. Intersecting 5-branes / NG modes

Index vs. NGフェルミオン

- Index はスピンコネクションのゲージコネクションへの埋め込みを固定して、 $(27,3)$ 表現のカイラルゼロモードを数えるのに対し、NGモードは埋め込まれ方の3つの揺らぎを独立に数える
- ブレーンが交差すると、アノマリーインフローにより存在が確認されるそれぞれのブレーン上の局在モードが交差世界面で共存して合計三世代となる Kimura, SM(in preparation)

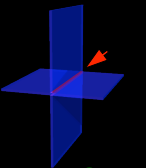
小林・益川 in 超弦理論



- 2つの $E_8 \times E_8$ ヘテロティック 5-ブレーンの交差は4次元で $N=1$ 超対称性を保ち、NGモードとして三世代のカイラル超多重項(E_6 の27)が存在する！

三世代の「3」という数がどこから出て来るかを
自然に説明するシナリオ

4. Randall-Sundrum ライク な新しい模型



交差ブレーン解の具体形

Ohta, Yokono(99)他

$$ds^2 = \sum_{\mu=0,7,8,9} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + h^2 \sum_{m=1}^2 (dx^m)^2 + h \sum_{m=3}^6 (dx^m)^2$$

$$h = h_0 + n|x^1|$$

$$e^{2\Phi} = h^2, \quad H_{234} = H_{256} = \frac{h'}{2}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-brane	○			○	○			○	○	○
5-brane'	○					○	○	○	○	○

各ブレーンが広がる方向

Spin connections $\omega_{\pm H}$

$$(\omega_{\pm})_1 = 0, \quad (\omega_{\pm})_2 = \frac{n|x^1|'}{2h} \begin{pmatrix} 2 & -2 & & \\ & \mp 1 & \pm 1 & \\ & & \mp 1 & \pm 1 \end{pmatrix}$$

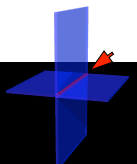
$$(\omega_{\pm})_3 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & -1 & \\ 1 & & & \mp 1 \\ & \pm 1 & & \end{pmatrix}$$

$$(\omega_{\pm})_4 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & & -1 \\ 1 & & \pm 1 & \\ & \mp 1 & & \end{pmatrix}$$

$$(\omega_{\pm})_5 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & -1 & \\ & & & \mp 1 \\ 1 & & & \\ & \pm 1 & & \end{pmatrix}$$

$$(\omega_{\pm})_6 = \frac{n|x^1|'}{2h^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} & & & \pm 1 & -1 \\ & & & & \\ 1 & & \mp 1 & & \end{pmatrix}$$

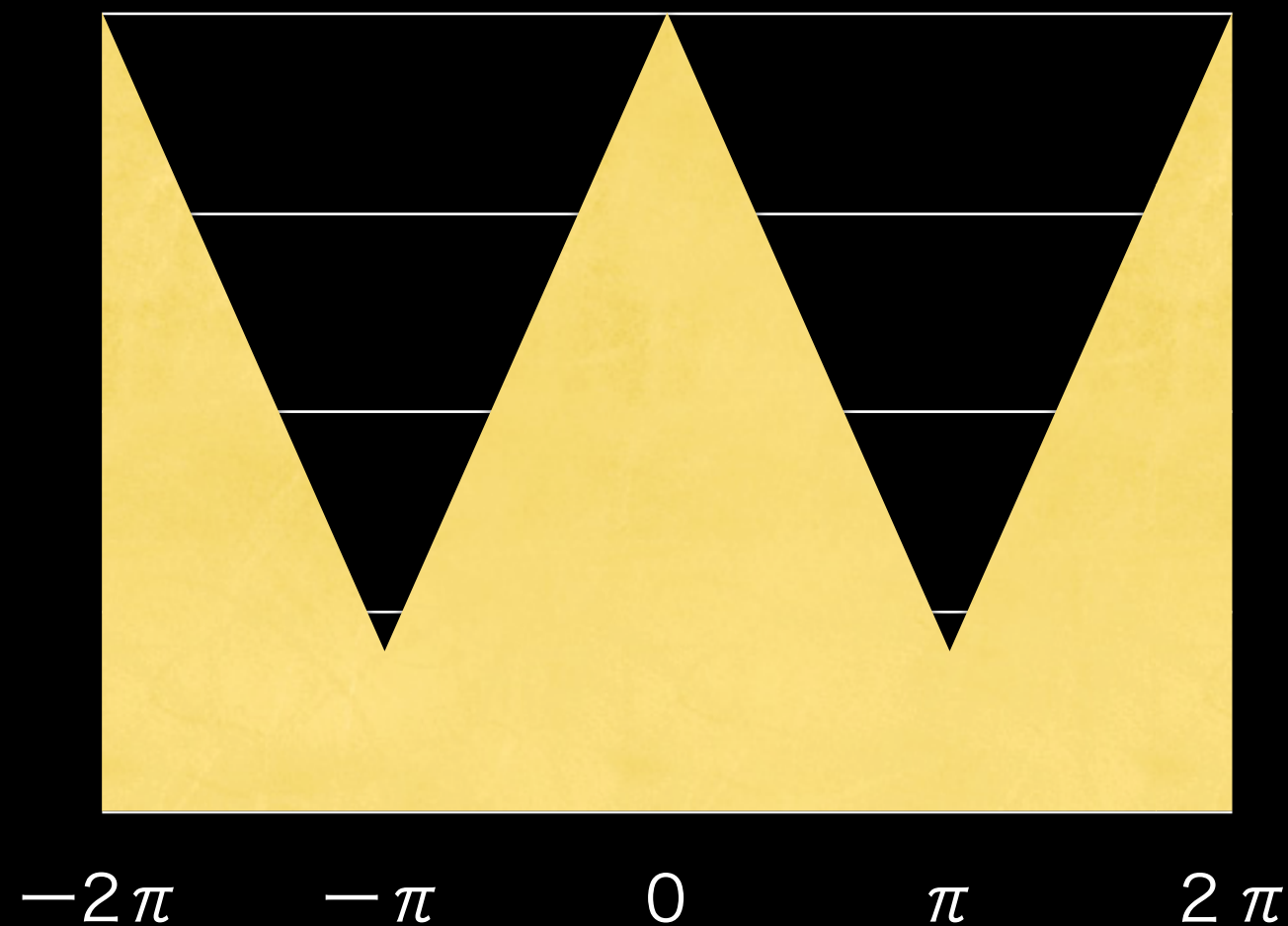
- どちらも (異なる) $SU(3)$ に入る
- $\omega + H$ を A に埋め込むと Bianchi が満たされる



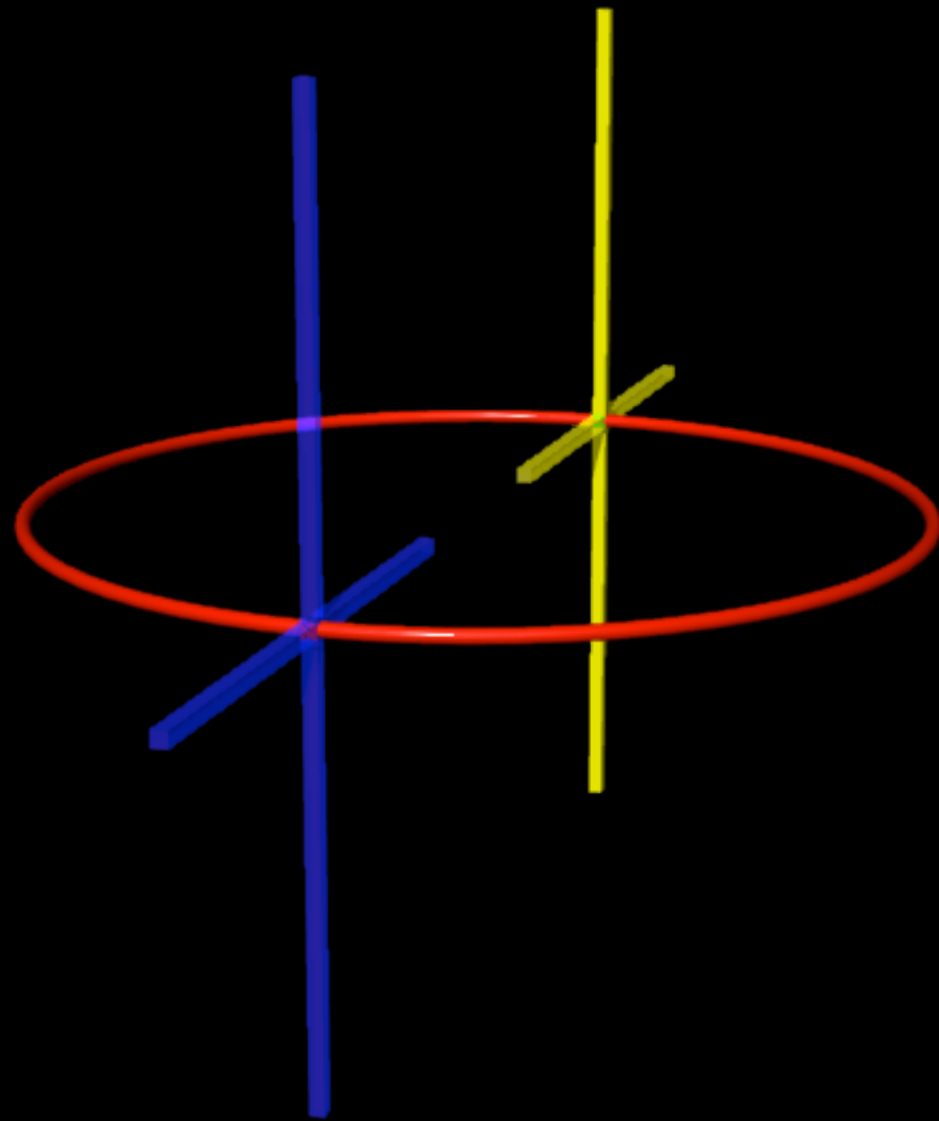
S^1 コンパクト化

- 関数 $h(x^1)$ を周期的にとり、 S^1 にコンパクト化する

■ 関数 $h(x^1)$



4 + 1 余剰次元模型

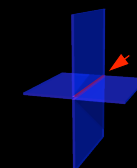


- 横方向に逆チャージの交差系を直線上に交互に周期的に配置し S^1 にコンパクト化
- さらに x^2, x^3, x^4, x^5, x^6 方向を T^5 コンパクト化してブレーンをラップ

Randall-Sundrum- (波場-清水) ライクな模型

- (4次元) ブレーン上には E_6 の27表現の3世代のカイラル超多重項が自動的に存在！
- さらに Z_2 オービフォールドによりゲージヒッグズ統一模型が超弦の枠組みで実現
- 宇宙項は0
- ワープ因子はベキ $\Rightarrow$ 階層の問題は超対称性に
- 超対称性はグローバルには破れる

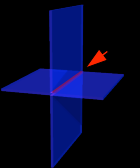
5. 結論



“Mo Calabi-Yau wa iranai”

「コンパクト
で複雑な」

- ブレーンの南部・Goldstoneモードを massless 粒子と考えれば、3世代は交差する $E_8 \times E_8$ ヘテロティック 5-ブレーンで自然に実現される
- 交差ブレーン系を用いて RS1 ライクな模型で E_6 GUT が単純な設定で構成できる



今後の研究課題

- 現象論的研究への応用
 - 前川理論？
- 宇宙論的研究への応用
 - 安定性？ビッグバンコスモロジー？
- 理論的研究への応用
 - F理論化？ Tensionless string?
Singular CY CFT? Little IIB matrix
model?

