Current Algebras and Homotopy Lie Algebroids

京都産業大学益川塾
池田憲明
E-mail: ikeda@yukawa.kyoto-u.ac.jp

論文 [1] において Alekseev, Strobl は２次元のカレント代数の可能な一般化を考察した。彼らは正準共役量 $(x(\sigma), p(\sigma))$ の Poisson 括弧のみを仮定し、２次元カレント代数の可能な拡張形を考えた。カレントの交換関係を考えるとカレント代数に自然に $TM \oplus T^*M$ 上の Courant-Dorfman 構造が現れる。また、アノマリーが消える条件が $TM \oplus T^*M$ の Dirac 構造という幾何学的な解釈を持つ。この構造は NS フラックスの入った弦理論のシグマモデルや２次元位相的場の理論などに現れる。

我々はこの構造の背後にある構造を発見し、これを高次元カレントへ拡張した [2]。一般に、Poisson 構造は Schouten-Nijenhuis 括弧と Poisson 双ベクトル場による構成を持つことを考えると、基礎的な空間としてワールドシートを　super 化した超ワールドシート上の、super の意味での正準共役量を考えるのが自然である。すなわち、空間座標を (σ, θ) とすると、$\boldsymbol{x}^I(\sigma,\theta) = x^I + \theta x^{(1)I}$, $\boldsymbol{p}_I(\sigma,\theta) = p_I^{(0)} + \theta p_I$, $\boldsymbol{\xi}_I(\sigma,\theta) = \xi_I^{(0)} + \theta \xi_I^{(1)}$, $\boldsymbol{\eta}^I(\sigma,\theta) = \eta^{(0)I} + \theta\eta^{(1)I}$ に super Poisson 括弧

$$\{\boldsymbol{x}^I(\sigma,\theta), \boldsymbol{\xi}_J(\sigma',\theta')\} = -\{\boldsymbol{\xi}_J(\sigma,\theta'), \boldsymbol{x}^I(\sigma',\theta')\} = \delta^I{}_J \delta(\sigma-\sigma')\delta(\theta-\theta'),$$
$$\{\boldsymbol{\eta}^I(\sigma,\theta), \boldsymbol{p}_J(\sigma',\theta')\} = \{\boldsymbol{p}_J(\sigma,\theta'), \boldsymbol{\eta}^I(\sigma',\theta')\} = \delta^I{}_J \delta(\sigma-\sigma')\delta(\theta-\theta').$$

を設定する。さらに、'Hamiltonian'

$$\boldsymbol{\Theta} = \int d\sigma d\theta \left(\boldsymbol{\eta}^I \boldsymbol{\xi}_I + \frac{1}{3!} H_{IJK}(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{\eta}^I \boldsymbol{\eta}^J \boldsymbol{\eta}^K \right).$$

と super Poisson 括弧を使い、superfield を適切な Lagrangian 部分多様体にゲージ固定することにより、Alkseev, Strobl の正準共役量とカレント代数がすべて構成できることが示せる。super Poisson 括弧と $\boldsymbol{\Theta}$ は A.Schwarz の導入した QP 構造と同値な構造を持つ。

[1] と同様の仮定の下で高次元の一般化されたカレント代数を考えると、同じ構造で記述できることが証明され、n 次元カレント代数の構造が統一的に記述される。このことから n 次元のカレント代数の可能な代数構造が n 次の QP 構造であることが証明できた。これは M 理論に関係するモデルや高次元の位相的場の理論などに現れる。n 次の QP 構造は一般に Leibniz/Loday algebroid の構造を持つので、このような代数がこれから物理理論において重要になるであろうと考えられる。

詳しくは論文 [2] を参照されたい。

References

[1] A. Alekseev and T. Strobl, JHEP **0503** (2005) 035 [arXiv:hep-th/0410183].

[2] N. Ikeda and K. Koizumi, arXiv:1108.0473 [hep-th].