

SU(N) super Yang-Mills on 2-dim lattice

レーゲンスブルグ大学 金森 逸作

E-mail: issaku.kanamori@physik.uni-regensburg.de

格子上で超対称 Yang-Mills 理論を記述する際、リンク上にフェルミオンを配置することがある。しかしそのような定式化では、 $U(N)$ ゲージ群の $U(1)$ 部分— 随伴表現なので相互作用しないはずである — が残りの $SU(N)$ 部分と格子化の artifact で相互作用してしまう。ここでは $U(1)$ 部分に由来する非自明な取扱いの例 [1] と、 $SU(N)$ 部分だけで矛盾無く格子模型を書き下す方法 [2] について議論したい。

非自明な例は、フェルミオン行列式の位相因子の取扱いである。格子シミュレーションのアルゴリズム上、この位相因子が正定でなければ困難が生じる（符号問題）。 $U(1)$ 部分があると、そこから生じるゼロ固有値が格子化に伴って微小だがランダムな複素数になり、行列式もランダムな位相を持つ。その結果、たとえば、2次元の $\mathcal{N} = (2, 2)$ 超対称 Yang-Mills 理論ではゼロ固有値を取り除きさえすればフェルミオン行列式は正だが、これが成り立たないように見えてしまう。正しくは、このランダムな固有値を取り除いた行列式を計算しなければならない。

次に [3] の格子定式化を出発点に初めから $U(1)$ 部分を落として $SU(N)$ のゲージ群を用いる方法を考える。この定式化はボソンだけでなくフェルミオンもリンク上で定義しており、また超対称性の一部 (Q -変換と呼ぶことにする) を厳密に保つ定式化として知られている。リンク上でのフェルミオンは、ゲージ変換で例えば $\xi(x) \rightarrow G(x + \hat{1} + \hat{2})\xi(x)G^{-1}(x)$ のようにリンクの始点と終点で異なる変数で回転するため、traceless 条件を課すことができない。つまりリンク上のフェルミオンを扱う限り、ゲージ群を $SU(N)$ にはとれない。そこで、リンク上のフェルミオンを（リンク上のボソン） \times （サイト上のフェルミオン）の形へ分離する。実際、[3] の定式化が持つ厳密な超対称性 (Q -変換不変性) を保ちながら、そのような分離は可能である。その際には、traceless 条件を保つために Q -変換を修正する必要がある。また望ましくない真空の縮退を取り除く必要も生じたが、それはある種の admissibility 条件を課せば解決できる。

ところでスカラー場の $U(1)$ 部分の安定性は、[3] の格子模型が機能するための前提条件であった。[2] では $SU(N)$ にすることで $U(1)$ 部分をはじめから落としたので、常にこの条件が満たされている。なお [1] で導入した $U(1)$ スカラーへの質量項もその安定性を保証している。

References

- [1] M.Hanada and I.Kanamori, JHEP 1101 (2011), 058 [arXiv:1010.2948].
- [2] I.Kanamori, a work in preparation.
- [3] A. G. Cohen, D. B. Kaplan, E. Katz and M. Unsal, JHEP 0308 (2003) 024 [arXiv:hep-lat/0302017].