

Hybrid classical integrability in squashed sigma models¹

京都大学理学研究科 川口 維男

E-mail: io(at)gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

近年、AdS/CFT 対応の拡張の1つとして、物性系への応用が議論されている。その際、磁場の入った場の理論に対する重力双対として、非等方的に変形された AdS 空間や球面が現れる。変形された AdS や球面上のシグマ模型の可積分性は、変形した AdS/CFT 対応の検証において重要な役割を果たすと期待される。変形された AdS や球面はもはや対称商空間ではない。非対称空間の場合に一般論はなく、その上のシグマ模型の可積分構造は個別に議論する必要がある。

我々は、変形された球面の一例として squashed S^3 を考え、それを標的空間とする非線形シグマ模型の古典的な可積分構造を議論した。squashed S^3 は変形された $SU(2)$ 群多様体であり、

$$ds^2 = (J^1)^2 + (J^2)^2 + (1+C)(J^3)^2$$
$$J = g^{-1}dg = T^1 J^1 + T^2 J^2 + T^3 J^3, \quad g \in SU(2)$$

そのアイソメトリーは $SU(2)_L \times U(1)_R$ ($g \rightarrow g^L \cdot g \cdot e^{-\alpha T^3}$) である。従って squashed S^3 上のシグマ模型は $SU(2)_L \times U(1)_R$ 対称性を持つ。

このシグマ模型において、 $SU(2)_L$ 対称性はヤンギアン対称性 [1]、 $U(1)_R$ 対称性は量子変形された $SU(2)$ 対称性 [2] にそれぞれ拡大することを示した [3]。これらは非局所対称性として実現される。この理論はこれらの対称性に基づく古典可積分系であり、二通りの記述を持つことを示した。一方は $SU(2)_L$ 対称性に基づく記述であり、他方は $U(1)_R$ 対称性に基づく記述である。

それぞれの記述におけるラックス対および古典 r 行列も計算した。対称性から予想される通り、 $SU(2)_L$ 対称性に基づく記述の古典 r 行列は有理型であり、 $U(1)_R$ 対称性に基づく記述の古典 r 行列は三角型であった。しかし、どちらも squashed S^3 上のシグマ模型の運動方程式を記述しており、二通りの記述は等価である。実際、二通りの記述は非局所変換を通じて関係していることを示した。本発表では squashed S^3 上の非線形シグマ模型のみを扱ったが、warped AdS_3 (三次元 Schrödinger 時空を含む) に対しても同様の議論ができる。

References

- [1] V. G. Drinfel'd, "Hopf Algebra and the Quantum Yang-Baxter Equation," Sov. Math. Dokl. **32** (1985) 254.
- [2] M. Jimbo, "A q difference analog of $U(g)$ and the Yang-Baxter equation," Lett. Math. Phys. **10** (1985) 63.
- [3] I. Kawaguchi and K. Yoshida, "Hybrid classical integrability in squashed sigma models," arXiv:1107.3662.

¹本発表内容は、吉田健太郎氏 (京大理) との共同研究 [3] に基づく。