SU(3) 格子ゲージ理論のマルチカノニカルシミュレーション

東京大学大学院総合文化研究科 河井博紀
E-mail: hirokik@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

格子 QCD のハイブリッドモンテカルロ法（HMC 法）でのシミュレーションでは，topological charge Q の自己相関時間が格子間隔 a に対して a^{-5} 程度で急激に増加するという問題がある [1]．他方，作用をエントロピーに置き換えた重みを用いるマルチカノニカル・ハイブリッドモンテカルロ法（MHMC 法）であれば，ゲージ作用のランダムウォークが起こり，より大きな a で重要となる領域も配位が経験するので，自己相関時間を短縮できる可能性がある [2]．そこで本研究では，SU(3) 格子ゲージ理論に MHMC 法を適用し，この問題が改善されるかどうかを調べた．

但し，ゲージ場の正確なエントロピーを求めるのは困難なので，実際には以下のようにしてその近似的な表式を構成した．まず理論を温度 β の統計模型と見て，エネルギー期待値 $E(\beta)$ を内部エネルギーと見なす．それを次式

$$E(\beta) = \frac{\int DU\, S_W(U)\, \mathrm{e}^{-\beta S_W(U)}}{\int DU\, \mathrm{e}^{-\beta S_W(U)}} \simeq 6N^2\left[\frac{2}{\beta-\beta_0} + \frac{b}{(\beta-\beta_0)^2} + \frac{c}{(\beta-\beta_0)^3}\right]. \tag{1}$$

で近似する．ここで S_W は Wilson 型のゲージ作用であり，N^4 は格子点数である．パラメータ β_0, b, c は事前のシミュレーションで評価した $E(\beta)$ に Eq.(1) を fit して決める．次に，熱力学の関係式を用いて上式を積分し，マクロなエントロピー

$$S(E) \simeq 6N^4\left[2\log\frac{1}{\beta(E)-\beta_0} + \frac{2(b+\beta_0)}{\beta(E)-\beta_0} + \frac{3c/2+b\beta_0}{(\beta(E)-\beta_0)^2} + \frac{c\beta_0}{(\beta(E)-\beta_0)^3}\right]. \tag{2}$$

を得る．この分母の $\beta(E)$ は Eq.(1) をカルダノの公式で逆解きする事で得られる．こうして得られる表式 Eq.(2) を用いて，SU(3) 格子ゲージ理論の MHMC 法を行った．

我々は格子サイズ $L/a = 16, 24$ において MHMC 法を実行し，$1.6\,\mathrm{fm} \le L \le 1.65\,\mathrm{fm}$ の間をランダムウォークさせせた．サンプルした配位に 50 回の stout-link smearing を施した後，double plaquette operator を用いて Q を測定した．Q^2 の自己相関関数にカップルした slow mode の自己相関時間は，$L/a = 16$ では HMC 法で 110(20) MDU，MHMC 法では 103(17) MDU であった．$L/a = 24$ では HMC 法で 482(80) MDU，MHMC 法で 484(84) MDU であった．このように，今の所 MHMC 法による問題の改善は見られていない．他の reweighting によるアプローチにも課題がある事を考えると，この問題には Neumann 境界条件を用いる方法 [3] が現在最も有効だといえる．

References

[1] S. Schaefer *et al.* [ALPHA Collaboration], Nucl. Phys. **B845**, 93-119 (2011).

[2] M. Creutz, Annals Phys. **322**, 1518-1540 (2007).

[3] M. Luscher, S. Schaefer, JHEP **1107**, 036 (2011).