

Measuring Black Hole Formations by Entanglement Entropy via Coarse-Graining

数物連携宇宙研究機構 宇賀神 知紀

E-mail: tomonori.ugajin@ipmu.jp

現在の理論物理学における重要な問題の一つとして、ブラックホールの情報喪失の問題が挙げられる。ブラックホールに、ある純粋状態にある物質を投げ入れる。(この物質を吸収した)ブラックホールは、量子論的には Hawking 放射と呼ばれる熱的な放射を出しているため、最終的には、蒸発してしまい、熱的な輻射、つまり混合状態だけが残る。このことは、ブラックホールのある時空では、純粋状態が混合状態に時間発展することを意味する。これは量子論の基本的な仮定の一つである、時間発展のユニタリー性に反する。

さらに AdS/CFT 対応を考えることによって、ブラックホールの生成についての、次のような情報喪失に類似の(しかし古典的な)パラドックスも存在することがわかる: 重力理論側において、真空からブラックホールを生成する、重力崩壊の過程を考え、この時間発展を追跡する。このとき、系に何も粗視化を加えていないので、ゲージ理論における双対な過程の時間発展はユニタリーである。したがって、ゲージ理論側におけるこの過程の終状態の Von-Neumann エントロピーは 0 である。しかし重力理論側では終状態は十分良くブラックホールで近似できるので、終状態の Von-Neumann エントロピーは 0 でないように思われる。したがってこの過程について、のゲージ理論側からの予言と、重力理論側からの予言は食い違っているように見える。本研究では、まず重力崩壊によって真空から生成するブラックホールのエントロピーは厳密に 0 になることを、エンタングルメントエントロピーを用いて(ゲージ理論の言葉を用いずに)証明した。これは先に取り上げたブラックホールの生成についてのパラドックスを解いたことになる。

エンタングルメントエントロピーとは、次のように定義される量である。ある純粋状態 ρ で記述される系のヒルベルト空間を二つにわける。 $H_{tot} = H_A \times H_B$. このとき H_A しか見えない観測者は H_B の情報を落として、つまり H_B の元を密度行列 ρ からトレースアウトして記述する。この時の H_A の見る、還元された密度行列を ρ_A とする。この ρ_A についての Von-Neumann エントロピー S_A を A についてのエンタングルメントエントロピーという。大切なのは、 S_A は観測者 A の系の粗視化の度合いを表しているということである。場の理論の定義されている空間を、閉領域 A とその補集合 B に分けたとき、系のヒルベルト空間は自然に 2 つに分かれる。このとき領域 B を粗視化したことに対応する S_A に興味がある。4次元共形ゲージ理論におけるこの S_A (従って重力理論におけるエンタングルメントエントロピー) をホログラフィックに計算する方法が提案されている。その提案によれば、 S_A は領域 A を境界に持つような AdS_5 上の極小局面の面積に比例する。

そこでこの公式を、今の重力崩壊する時空に当てはめてみる。十分過去において事象の地平面は消滅するので、B を境界に持つ極小曲面の面積は、A を境界に持つ極小曲面の面積に等しいことがわかる。従って $S_A = S_B$ が成り立つ。Von-Neumann エントロピー(ブラックホールのエントロピー)は $S_A - S_B$ で与えられるので、結局その値は 0 になる。このようにして、重力崩壊によって生成されたブラックホールのエントロピーが必ず 0 になることが、ゲージ理論を用いずに証明できた。

この発表は高柳匡氏との共同研究 (JHEP **1011**, 054 (2010) [arXiv:1008.3439 [hep-th]]) に基づく。