

Vortex counting from field theory*

理化学研究所 数理物理学研究室 木村太郎

E-mail: tkimura@ribf.riken.jp

BPS 状態に対するモジュライ空間体積は、超対称ゲージ理論の真空における非摂動的効果を議論する上で非常に重要である。本講演では、Higgs 相における BPS 状態を系統的に取り扱うことの出来るモジュライ行列の方法を用いて、2 次元量子渦のモジュライ空間体積を議論し、 \mathbb{R}^2 量子渦の分配関数を導出した。他にも先行研究として、Kähler 商に基づいた方法や [2]、4 次元 $\mathcal{N} = 2$ 理論に表面作用素を導入する方法 [3] などが議論されている。

本講演では、2 次元 $\mathcal{N} = (2, 2)$ 超対称 $U(N_c)$ ゲージ理論に基本表現の物質場を N_F 個だけ導入した理論を考える。ここでは簡単のため、 $N_c = N_F = N$ とする。2 次元座標を複素数 z で表すとすると、この理論における BPS 状態は、モジュライ行列と呼ばれる $N \times N$ の正則行列 $H_0(z)$ によって特徴付けることが出来る。このモジュライ行列に対して $H_0(z) \rightarrow V(z)H_0(z)$ の変換の下で BPS 状態は不変である。ただし $V(z) \in GL(N, \mathbb{C})$ である。

局所化の方法を用いてモジュライ空間体積を求めるには理論の対称性を議論する必要があるが、ここでは $U(1) \times U(1)^{N-1} \subset SO(2) \times SU(N)$ の対称性が重要となる。 $SO(2)$ は空間 2 次元の回転、 $SU(N)$ はフレバー回転の対称性である。モジュライ行列に対するこの極大トーラス作用は $T_\epsilon = e^{i\epsilon}$, $T_{\bar{a}} = \text{diag}(e^{ia_1}, \dots, e^{ia_N})$ として、

$$H_0(z) \longrightarrow H_0(T_\epsilon z) T_{\bar{a}} \quad (1)$$

で与えられる。すると $\vec{k} \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^N$ として $H_0^{\vec{k}}(z) \equiv \text{diag}(z^{k_1}, \dots, z^{k_N})$ と定めると $H_0^{\vec{k}}(T_\epsilon z) T_{\bar{a}} = V_{\vec{k}}(z) H_0^{\vec{k}}(z) \stackrel{V_{\vec{k}}}{\sim} H_0^{\vec{k}}(z)$ となり、トーラス作用の固定点となることがわかる。このとき、 $k_1 + \dots + k_N \equiv k$ が BPS 状態の渦度を表す。この固定点まわりで $H_0(z) = H_0^{\vec{k}}(z) + \delta H_0(z)$ のようにして考えると、モジュライ行列の各成分係数がモジュライ空間接空間の座標となり、接空間でのトーラス作用の指標 $\chi(T_{\vec{k}} \mathcal{M})$ を読み取ることが出来る。局所化公式を用いると、この指標から分配関数への寄与が与えられることになる。

References

- [1] T. Fujiomiri, T. Kimura, M. Nitta, K. Ohashi, *JHEP* **1206** (2012) 028 [arXiv:1204.1968].
- [2] S. Shadchin, *JHEP* **0708** (2007) 052 [hep-th/0611278]; Y. Yoshida [arXiv:1101.0872]; A. Miyake, K. Ohta, N. Sakai, *Prog. Theor. Phys.* **126** (2012) 637 [arXiv:1105.2087].
- [3] T. Dimofte, S. Gukov, L. Hollands, *Lett. Math. Phys.* **98** (2011) 225 [arXiv:1006.0977]; G. Bonelli, A. Tanzini, J. Zhao, *JHEP* **1206** (2012) 178 [arXiv:1102.0184].

*本講演は藤森俊明 (国立台湾大), 新田宗土 (慶応大), 大橋圭介 (大阪市大) の各氏との共同研究 [1] に基づく。