

# Gauge Symmetry Breaking in a D-brane model

(with Notiaki Kitazawa (TMU))

Tokyo Metropolitan University, Shutaro Kobayashi

## Introduction

Antoniadis による主張 :

Large volume compactification の下では、TeV scale の物理を記述できるかもしれない。

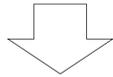
\*この状況下では、基本的なパラメーターは三つあることになる。

$g_s$  : string coupling constant  
 $\alpha'$  : Regge slope  
 $R$  : Volume of large compactified space

TeV scale の物理を記述するために、スペクトラムとして最初から超対称性がないモデルをしてみるの、とても有用である。

\*通常、ストリング理論を用いてTeV scale の物理を見るには、一度GUT scale でSUSYを持たせておいて、その後、自発的対称性の破れということでSUSYを破らせる。

理論的な観点からみると、最初からSUSYがない理論で扱うので、きれいであるとは言い難い。しかし、string scale として最初からTeV scale とすることにより、例えば、D-brane の幾何学的な様子を見ることことができる。



今回は最も単純なモデルを用いて、このSUSYがないモデルでのD-brane の幾何学的な様子を考察していきたい。

\*使用した道具は、単なるworld-sheet theory そのもの。

Set up (our model)

Put four D3-branes and three anti-D7-branes at the  $\mathbb{C}^3/\mathbb{Z}_3$  singularity.

need to satisfy Ramond-Ramond tadpole cancellation condition

$$\begin{array}{ccccccccc} & \text{D3} & & Z^1 & Z^2 & & Z^3 & & \\ & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{5} & \boxed{6} & \boxed{7} & \boxed{8} & \boxed{9} \\ & \text{anti-D7} & & & & & & & & & \\ & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{5} & \boxed{6} & \boxed{7} & \boxed{8} & \boxed{9} \end{array}$$

Gauge group :  $U(4) \times U(3)$

33 sectors :  $A_i = (4 \times \bar{4}; 1)$

37 sectors :  $\phi_1^{(37)} = (4; \bar{3}), \phi_2^{(37)} = (\bar{4}; 3)$

$\mathbb{Z}_3$  projection

$$\begin{cases} G_\mu \rightarrow \gamma_3 G_\mu \gamma_3^{-1} \\ Z^I \rightarrow \alpha \gamma_3 Z^I \gamma_3^{-1} \\ \phi_1^{(37)} \rightarrow \gamma_3 \phi_1^{(37)} \gamma_3^{-1} \\ \phi_2^{(37)} \rightarrow \gamma_7 \phi_2^{(37)} \gamma_3^{-1} \end{cases}$$

Gauge group :  $U(2) \times U(1) \times U(1) \times U(3)$

33 sectors :  $A_i^{(1)} = (2, 0, -1; 1), A_i^{(2)} = (\bar{2}, +1, 0; 1), A_i^{(3)} = (1, -1, +1; 1)$

37 sectors :  $\phi_1^{(37)} = (2, 0, 0; \bar{3}), \phi_2^{(37)} = (\bar{2}, 0, 0; 3)$

Potential with 33 sectors :

$$V_{33} = V_F + V_D$$

$V_F = |F_i^{(1)}|^2 + |F_i^{(2)}|^2 + |F_i^{(3)}|^2$  : F-term potential

$$F_i^{(1)\dagger} = g \epsilon_{ijk} A_j^{(3)} A_k^{(2)}$$

$$F_i^{(2)\dagger} = g \epsilon_{ijk} A_j^{(1)} A_k^{(3)}$$

$$F_i^{(3)\dagger} = g \epsilon_{ijk} A_j^{(2)} A_k^{(1)}$$

EOM of auxiliary fields in F-terms

$V_D = \frac{1}{2}(D_{U(2)}^\dagger)^2 + \frac{1}{2}D_1^2 + \frac{1}{2}D_2^2$  : D-term potential

$$D_{U(2)}^\dagger = -g A_i^{(1)\dagger} T^{\hat{a}} A_i^{(1)} + g A_i^{(2)\dagger} T^{\hat{a}} A_i^{(2)\dagger}$$

$$D_1 = -\frac{g}{\sqrt{2}} |A_i^{(3)}|^2 + \frac{g}{\sqrt{2}} |A_i^{(1)}|^2$$

$$D_2 = -\frac{g}{\sqrt{2}} |A_i^{(2)}|^2 + \frac{g}{\sqrt{2}} |A_i^{(3)}|^2$$

EOM of auxiliary fields in D-terms

$$T^0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, T^1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, T^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(U(2)の生成子)

D=4, N=4 SYM はN=1 の superspace によって書き下したときの言葉づかい。

D-term = vector superfield からの補助場  
 F-term = chiral superfield からの補助場

+ gauge fields との相互作用

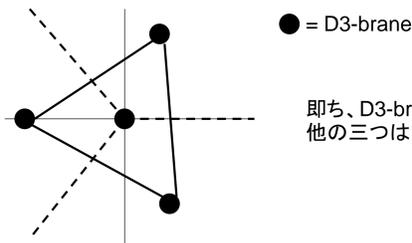
33 sectors についての vertex operators の notation が定まる。

Flat direction :  $A_i^{(1)} = \begin{pmatrix} a_i \\ 0 \end{pmatrix}, A_i^{(2)} = \begin{pmatrix} a_i \\ 0 \end{pmatrix}, A_i^{(3)} = a_i$

$$\implies U(2) \times U(1) \times U(1) \rightarrow U(1) \times U(1)$$

幾何学的解釈 : 一見すると、4枚のD3-brane が2枚の D3-brane になってしまったように見える...

$\mathbb{Z}_3$  で割っていることを考慮すると...



● = D3-brane  
 即ち、D3-brane は座標の原点に一つあり、他の三つは  $\mathbb{Z}_3$  対称性を保って配置される。

Mixed potential with 33 and 37 sectors:

$$\begin{aligned} V_{mixed} = & -\frac{g^2}{4} A_1^{(1)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} A_1^{(1)} + \frac{g^2}{4} A_2^{(1)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} A_2^{(1)} + \frac{g^2}{4} A_3^{(1)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} A_3^{(1)} \\ & -\frac{g^2}{4} A_1^{(1)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} A_1^{(1)} + \frac{g^2}{4} A_2^{(1)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} A_2^{(1)} + \frac{g^2}{4} A_3^{(1)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} A_3^{(1)} \\ & +\frac{g^2}{4} A_1^{(2)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} A_1^{(2)\dagger} - \frac{g^2}{4} A_2^{(2)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} A_2^{(2)\dagger} + \frac{g^2}{4} A_3^{(2)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} A_3^{(2)\dagger} \\ & +\frac{g^2}{4} A_1^{(2)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} A_1^{(2)\dagger} - \frac{g^2}{4} A_2^{(2)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} A_2^{(2)\dagger} + \frac{g^2}{4} A_3^{(2)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} A_3^{(2)\dagger}. \end{aligned}$$

重要な一つの結果

このポテンシャルをみると明らかかなこととして、 $\mathbb{Z}_3$ -singularity からD3-brane を引き離れた時、 $Z^3$  方向の運動はopen string の質量は生成されるが、 $Z^1, Z^2$  平面上の運動については、open string の質量が生成されない方向が存在する。

Vertex operators:

Picture -1 operator  $\rightarrow$  37 sectors

$$\phi_1^{(37)} = \lambda^{(37)} S_2 e^{-\phi} \Delta e^{ik \cdot X}, \phi_1^{(37)\dagger} = \lambda^{(37)\dagger} S_3 e^{-\phi} \Delta e^{ik \cdot X}$$

$$\phi_2^{(37)} = \lambda^{(73)} S_2 e^{-\phi} \Delta e^{ik \cdot X}, \phi_2^{(37)\dagger} = \lambda^{(73)\dagger} S_3 e^{-\phi} \Delta e^{ik \cdot X}$$

$$\Delta = \sigma^4 \sigma^5 \sigma^6 \sigma^7 : \text{boundary condition changing operator}$$

Picture 0 operator  $\rightarrow$  33 sectors

$$A_i^{(1)} = \lambda^{(1)} \frac{1}{\sqrt{2\alpha'}} (i\partial X^{(-)i} + 2\alpha' k \cdot \psi \psi^{(-)i}) e^{ik \cdot X}$$

$$\bar{A}_i^{(1)} = \lambda^{(1)\dagger} \frac{1}{\sqrt{2\alpha'}} (i\partial X^{(+)i} + 2\alpha' k \cdot \psi \psi^{(+)i}) e^{ik \cdot X}$$

Potential with 37 sectors

$$V_{ND} = \kappa_1 g^2 \text{Tr} \left( \phi_1^{(37)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} \phi_1^{(37)} \right)$$

$$+ \kappa_2 g^2 \text{Tr} \left( \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} \right)$$

$$+ \kappa_3 g^2 \text{Tr} \left( \phi_1^{(37)\dagger} \phi_1^{(37)} \phi_2^{(37)} \phi_2^{(37)\dagger} \right)$$

$$+ \kappa_4 g^2 \text{Tr} \left( \phi_1^{(37)} \phi_1^{(37)\dagger} \phi_2^{(37)\dagger} \phi_2^{(37)} \right)$$

where we assume that  $\kappa_i$  are positive value to stabilize.

H-momentum conservation law

$$\langle \psi_1 \cdots \psi_n \rangle = 0 \text{ if } a_1 + \cdots + a_n \neq 0$$

$$\text{where } \psi_i(x) =: e^{ia_i H(x)} :$$

$$H(x_1)H(x_2) \sim \ln(x_1 - x_2)$$

これを評価するには、anti-D7-branes 上のゲージボソンの交換等の情報が必要となる。

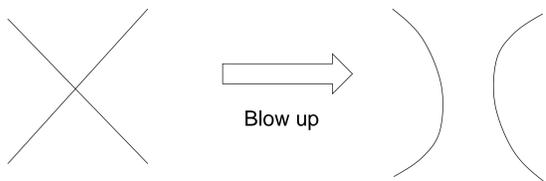
Model dependent

即ち、コンパクト化の仕方などによって異なってくる。なので、ここでは正底値を仮定しておく。

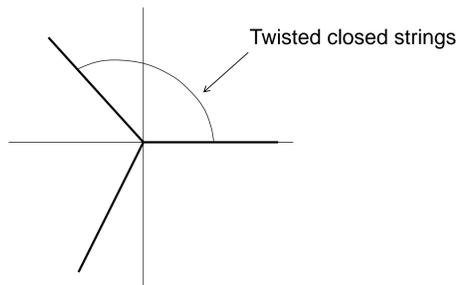
VEVについて、 $\phi_{i=1,2}^{(37)} = 0$  を仮定する。

Twisted closed strings の幾何学的効果

Blowing up scenario : 一言で言うと特異点を除去する一つの方法を与える。



Twisted closed strings は元の多様体を不連続群で割ったことによって出現する closed strings  
 $= \mathbb{C}^3 = \mathbb{Z}_3$



このtwisted closed strings の存在は、不連続群で割ったときに生じた特異点を「やわらかく」すると考えられている。

⇒ これを D3-brane world volume の立場から見てみる

この twisted closed strings の効果は、D3-brane world-volume theory では FI terms を挿入することに対応する :

$$D_{U(2)}^{\hat{a}=0} = -\frac{g}{2}|A_i^{(1)}|^2 + \frac{g}{2}|A_i^{(2)}|^2 + \eta$$

$$D_1 = -\frac{g}{\sqrt{2}}|A_i^{(3)}|^2 + \frac{g}{\sqrt{2}}|A_i^{(1)}|^2 + \xi_1$$

$$D_2 = -\frac{g}{\sqrt{2}}|A_i^{(2)}|^2 + \frac{g}{\sqrt{2}}|A_i^{(3)}|^2 + \xi_2$$

where  $\xi_1 = -\frac{1}{2}\phi_R - \frac{\sqrt{3}}{2}\phi_I$ ,  $\xi_2 = -\frac{1}{2}\phi_R + \frac{\sqrt{3}}{2}\phi_I$ ,  $\eta = 2\phi_R$   
 $\phi = \phi_R + i\phi_I$  : twisted moduli field  
 (今は一つだけしか存在しない)

ここでは VEV についての情報を見てみる。

F-term potential が zero になるような stationary condition をまずは課しておく。  
 $\Rightarrow A_{i=1,2}^{(a)} = 0$

(1)  $\phi_R = 0, \phi_I \neq 0$  :

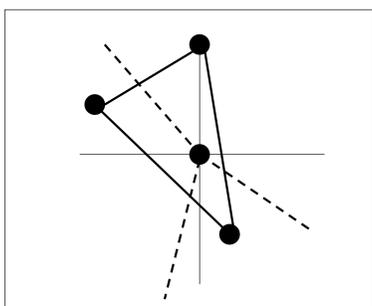
一つの解として

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(2)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(3)} = b, \text{ where } a^2 - b^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\phi_I$$

これは元々の flat direction から少し外れた解

Gauge symmetry breaking

$$U(2) \times U(1) \times U(1) \rightarrow U(1) \times U(1) \text{ unless } a = 0$$



外側の三つの D3-branes の位置を頂点とする三角形は二等辺三角形。

⇒  $\phi_I$  は  $\mathbb{Z}_3$  対称性を少しずらす効果がある

(2)  $\phi_R \neq 0, \phi_I = 0$  :

一つの解として

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(2)} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(3)} = c$$

$$\text{where } 4a^2 - 2b^2 - 2c^2 = -3\phi_R$$

$$2a^2 - 4b^2 + 2c^2 = -3\phi_R$$

$$-a^2 - b^2 + 2c^2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ は非正則行列}$$

→ 一意的に上の連立方程式を解くことはできない

これもまた、(1) の場合と同様に、flat direction が存在することを示している。しかし、(1) の場合とは異なり、外側の三つの D3-branes の位置を頂点とする三角形の各々の長さは全て異なる。



Mass correction の効果

anti-D7-brane により SUSY を壊している



calculation of world-sheet theory

open strings の 1-loop correction による質量補正が存在する。

これは、今までのポテンシャルに以下の質量項を導入することになる。

$$V_{mass} = m_1^2 |A^{(1)}|^2 + m_2^2 |A^{(2)}|^2 + m_3^2 |A^{(3)}|^2$$

\*この質量をまとも計算すると、発散してしまう。  
 これは、NS-NS tadpole の相殺がうまくいかないため。  
 そのため、tadpole resummation をする必要はあるが、ここでは具体的にそれを実行はしない。  
 一応、order estimate としては、以下のものになる。

$$m^2 \sim \frac{g^2}{16\pi} M_s^2, \text{ where } M_s \text{ is a string scale.}$$

この質量補正の効果は、twisted moduli field の前の二つの場合分けで見てみる。

(1)  $\phi_R = 0, \phi_I \neq 0$  :

前の類似として

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(2)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(3)} = 0, \text{ where } a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\phi_I - \frac{2m^2}{g^2},$$

これは、 $A^{(1)}, A^{(2)}$  がこの形である限り  $\neq 0$  とすることはできない。

この場合、質量補正というのは、質量がない場合に比べて、D3-branes の位置が少しだけ lift up した解となっている。  
 因みに、gauge symmetry は、 $U(1) \times U(1)$  に破れている。

(2)  $\phi_R \neq 0, \phi_I = 0$  :

これも前との類似性から

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(2)} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(3)} = c$$

stationary condition を実際に計算すると、

$$m_1^2, m_2^2, m_3^2 > 0$$

ということより、a,b,c 全てが nonzero の解が存在しない。  
 しかし、a,b,c のうち、一つを zero とおけば、解は存在する。

$$a = 0, b, c \neq 0 : \text{ one Higgs doublet}$$

$$b = 0, a, c \neq 0 : \text{ one Higgs doublet}$$

$$c = 0, a, b \neq 0 : \text{ two Higgs doublet}$$

けれどもこれら質量補正を考慮した場合の図を描くのは難しい。

補足 :

以上の VEV の形を見てみると、自ずと次の形の解も非自明に存在すると思いたくなる。

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}, A^{(3)} = c$$

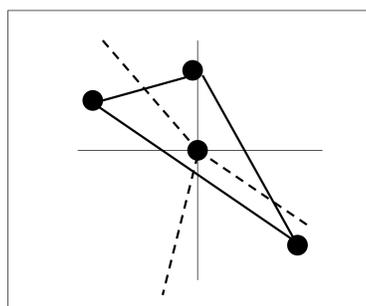
けれども、この解について、

(1) に対しては  $a=b=0$  のみが可能であり

(2) に対しては解をもつことが許されない

ことが結果として得られる。

ただ(1) の場合については、残ったゲージ対称性が  $SU(2)$  であると結論付けられる。



⇒  $\phi_R$  も  $\mathbb{Z}_3$  対称性を少しずらす効果がある