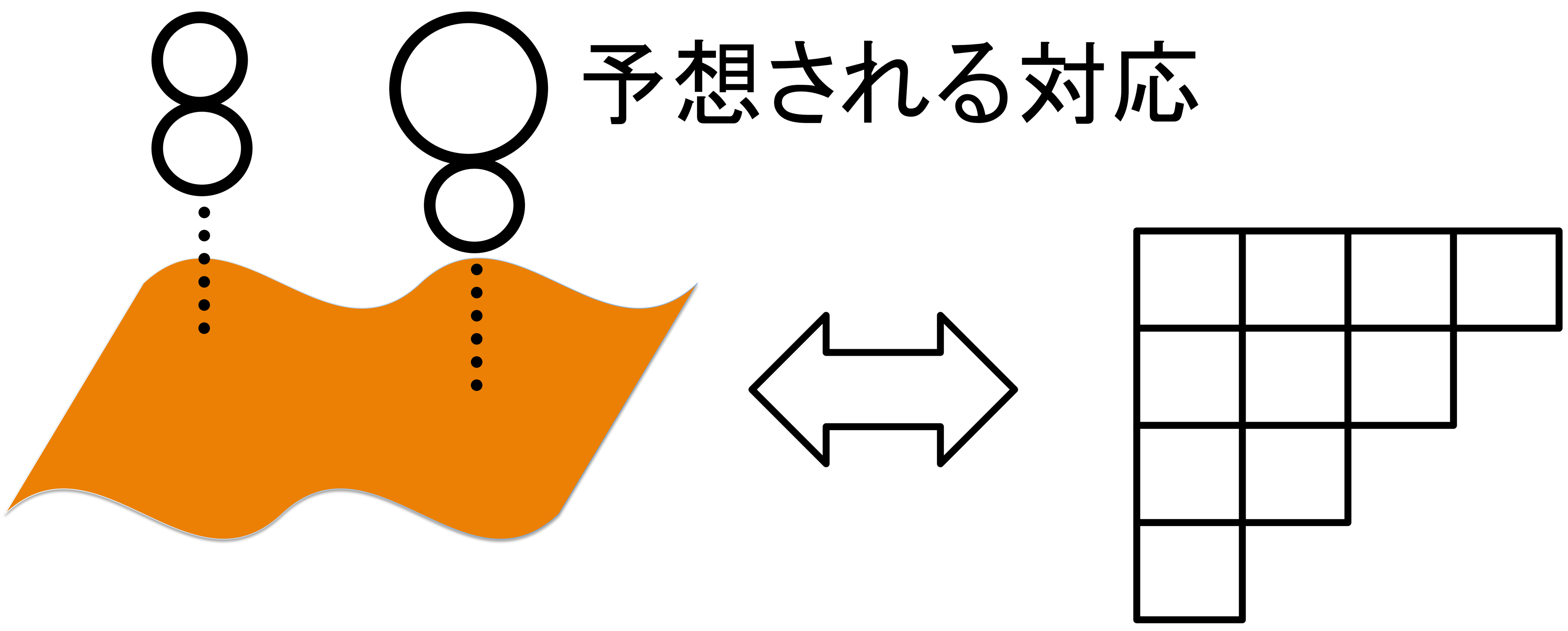
週刊 AdS/CFT対応と泡状D5ブレーンを調べてみよう！

毎号付いてくるパーツを集めるとBubbilng D5-brane とYoung diagramが構成できる！
創刊号は特製バインダーが付いて100，000円！！

NaGAGOSTINI

シリーズ監修：
長崎晃一

予想される対応



林XX先生も大絶賛！

いつ買うの？
今でしょ！！

1 D3ブレーンからAdSxS時空を作る

AdS/CFT

String theory	Gauge theory
on AdS_5xS^5	4d $\mathcal{N}=4$ SYM

metric :

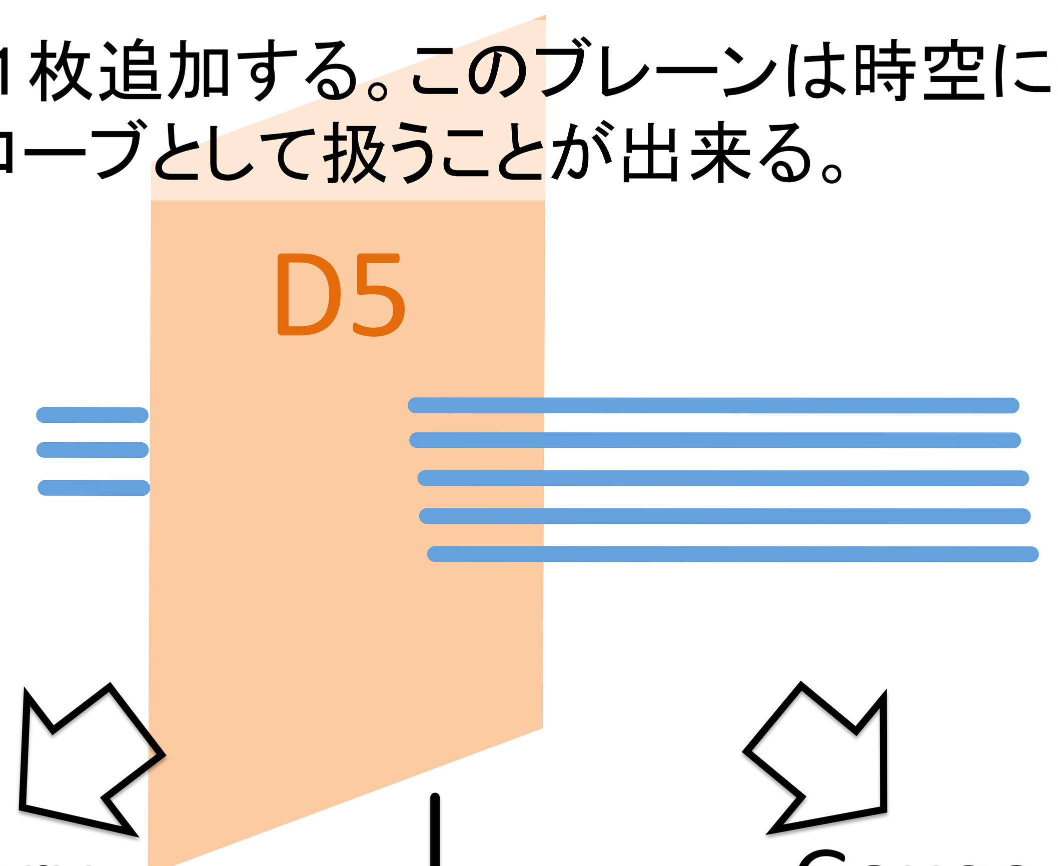
$$ds^2 = \frac{1}{y^2}(-dt^2+dy^2+dr^2+r^2d\psi^2+dx_3^2)+d\theta^2+\sin^2\theta d\phi^2$$

SUSY:

$$\epsilon = e^{-\frac{\theta}{2}\gamma\Gamma_{45}}e^{\frac{\phi}{2}\Gamma_{56}}e^{-\frac{1}{2}\ln y\cdot\gamma}e^{r\frac{1+\gamma}{2}\Gamma_{14}}e^{x_3\frac{1+\gamma}{2}\Gamma_{34}}e^{t\frac{1+\gamma}{2}\Gamma_{04}}e^{\frac{\psi}{2}\Gamma_{12}}\epsilon_0$$

2 プローブD5ブレーンを追加する

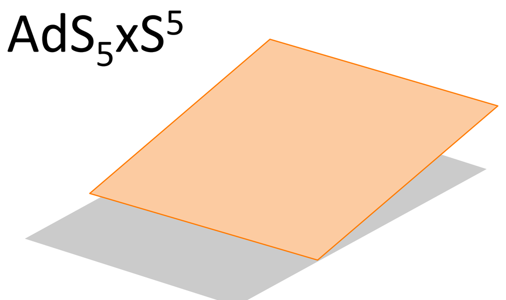
D5ブレーンを1枚追加する。このブレーンは時空に影響を与えない、プローブとして扱うことが出来る。



String theory

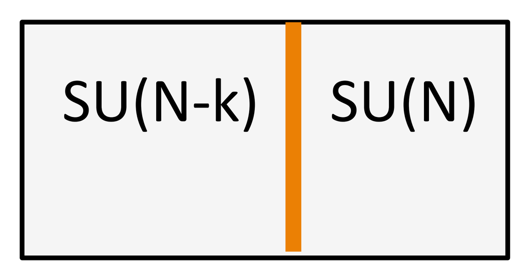
Probe D5

AdS_5xS^5



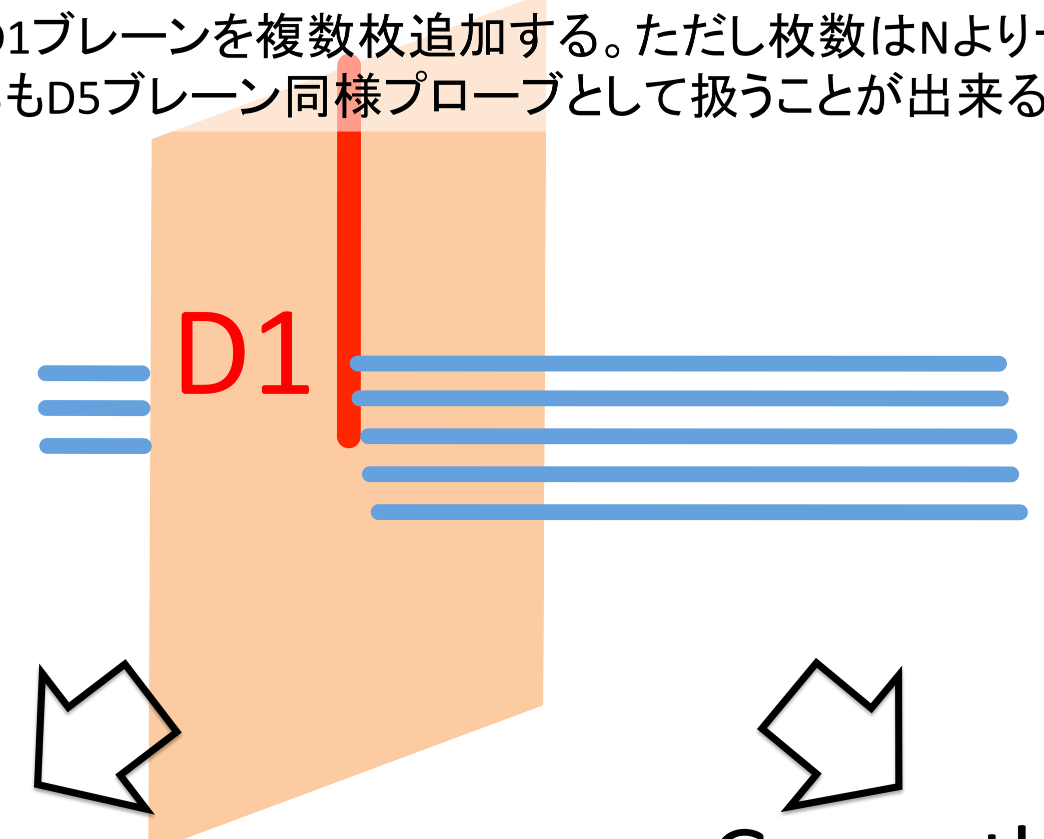
Gauge theory

Interface



3 プローブD1を追加する。

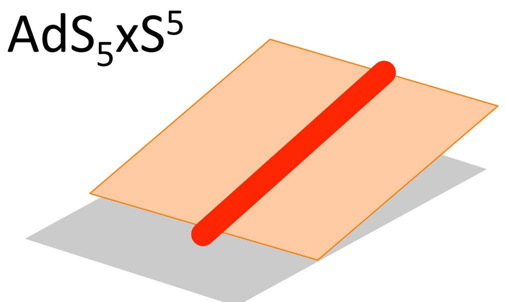
•このD5ブレーンの上にD1ブレーンを複数枚追加する。ただし枚数はNより十分小さいとしているので、これらもD5ブレーン同様プローブとして扱うことが出来る。



String theory

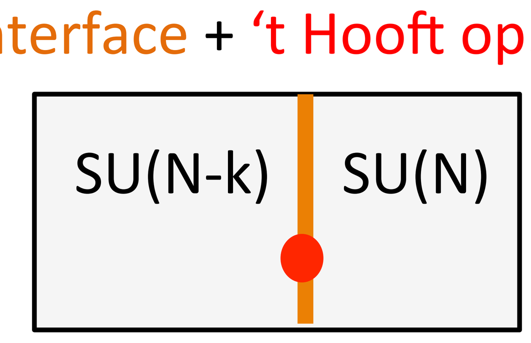
Probe D5+D1

AdS_5xS^5



Gauge theory

Interface + 't Hooft op.



4 D5ブレーンに対するansatz

●系の対称性は
- time translation
- dilatation
- U(1)xU(1)xSO(3)

●D5 worldvolume coordinates

$$(t, y, \psi, \phi, u_1, u_2)$$

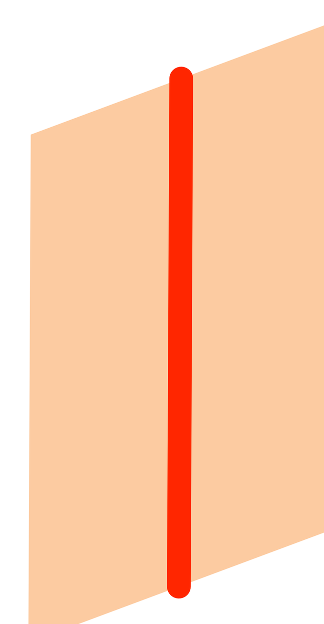
$$\mathcal{F} = dP\wedge d\psi + dQ\wedge d\phi$$

●Relation to the Bulk coordinates

$$r = ys(u),\ \ x_3 = yz(u),\ \ \theta = \theta(u)$$

●次の未知関数を求めれば、D5-braneのconfigurationが決まる。

$$s(u),\ \ z(u),\ \ \theta(u),\ \ P(u),\ \ Q(u)$$



5 Kappa symmetry projection

●D-ブレーンは元々bulk時空が持っていたSUSYを部分的に破る。残った対称性は次のProjection conditionで与えられる。

$$\Gamma\varepsilon = \varepsilon$$

projection for a Dp-brane

$$d^{p+1}\xi\cdot\Gamma := \left(-e^{-\Phi}(-\det(G_{\rm ind}+\mathcal{F}))^{-1/2}e^{\mathcal{F}}\chi\right)\Big|_{(p+1)-{\rm form}}$$

$$\chi := \sum_n \frac{1}{(2n)!}\hat{E}^{a_s}\cdots\hat{E}^{a_1}\Gamma_{a_1\cdots a_s}K^n(-i),$$

$\Gamma_{a_1a_2\cdots a_s}$: 10d Gamma matrices
$\hat{E}^i$: Vielbeins
K : conplex comjugate

D1-brane, D5-branenの場合の例

Projection	projection op.	eq. of ε_0
$\Gamma_{\rm D1}\epsilon = \epsilon$	$\Gamma_{\rm D1} = \Gamma_{04}K(-i)$ K : complex conjugate	$(iK\Gamma_{04}-1)\epsilon_0 = 0$ ···①
$\Gamma_{\rm D5}\epsilon = \epsilon$	$\Gamma_{\rm D5} = \frac{-1}{f^2+1}\gamma(K\Gamma_{56}+f)(\Gamma_{34}-f)$ $\mathcal{F} = f\sin\theta\, d\theta\wedge d\phi$: gauge flux	$(K\Gamma_{3456}+\gamma)\epsilon_0 = 0$ ···②

6 D5-D1 bound state

●我々はD5-D1の束縛状態について❺のprojection operator を計算した。

$$\Gamma = \frac{1}{W}\Big\{s\sin\theta\,\mathcal{A}\Gamma_{62}K(-i)\Gamma_{04} + \sin\theta\,\mathcal{B}(-i)\Gamma_{60} - s\,\mathcal{C}(-i)\Gamma_{20} + \mathcal{D}K(-i)\Gamma_{04}\Big\}$$

$$\frac{W}{y^2} = \sqrt{-\det(G_{\rm ind}+\mathcal{F})}$$

$$\mathcal{A} := -\{s,z\}\Gamma_{13} - \{s,\theta\}\Gamma_{15} - \{z,\theta\}\Gamma_{35} + s^2\{\frac{z}{s},\theta\}\Gamma_{1345},$$
$$\mathcal{B} := -\{P,\frac{z}{s}\}\Gamma_{13} + \{P,s\}\Gamma_{14} + \{P,z\}\Gamma_{34} - s\{P,\theta\}\Gamma_{15} - z\{P,\theta\}\Gamma_{35} - \{P,\theta\}\Gamma_{45},$$
$$\mathcal{C} := -\{Q,\frac{z}{s}\}\Gamma_{13} + \{Q,s\}\Gamma_{14} + \{Q,z\}\Gamma_{34} - s\{Q,\theta\}\Gamma_{15} - z\{Q,\theta\}\Gamma_{35} - \{Q,\theta\}\Gamma_{45},$$
$$\mathcal{D} := -\{P,Q\}(1 + s\Gamma_{14} + z\Gamma_{34}),$$

$$\{A,B\} := \epsilon^{ab}\partial_a A\partial_b B = \frac{\partial A}{\partial u^1}\frac{\partial B}{\partial u^2} - \frac{\partial A}{\partial u^2}\frac{\partial B}{\partial u^1}$$

●このprojection conditionを❺の①,②の条件もとで、εに課す。

7 SUSYを保つための条件

●εはt,y依存性から3つに分けられる。

$$\epsilon = e^{-\frac{\theta}{2}\gamma\Gamma_{45}}e^{\frac{\phi}{2}\Gamma_{56}}e^{-\frac{1}{2}\ln y\cdot\gamma}e^{r\frac{1+\gamma}{2}\Gamma_{14}}e^{x_3\frac{1+\gamma}{2}\Gamma_{34}}e^{t\frac{1+\gamma}{2}\Gamma_{04}}e^{\frac{\psi}{2}\Gamma_{12}}\epsilon_0$$
$$=: \sqrt{y}\epsilon_1 + \frac{1}{\sqrt{y}}\epsilon_2 + \frac{t}{\sqrt{y}}\epsilon_3$$

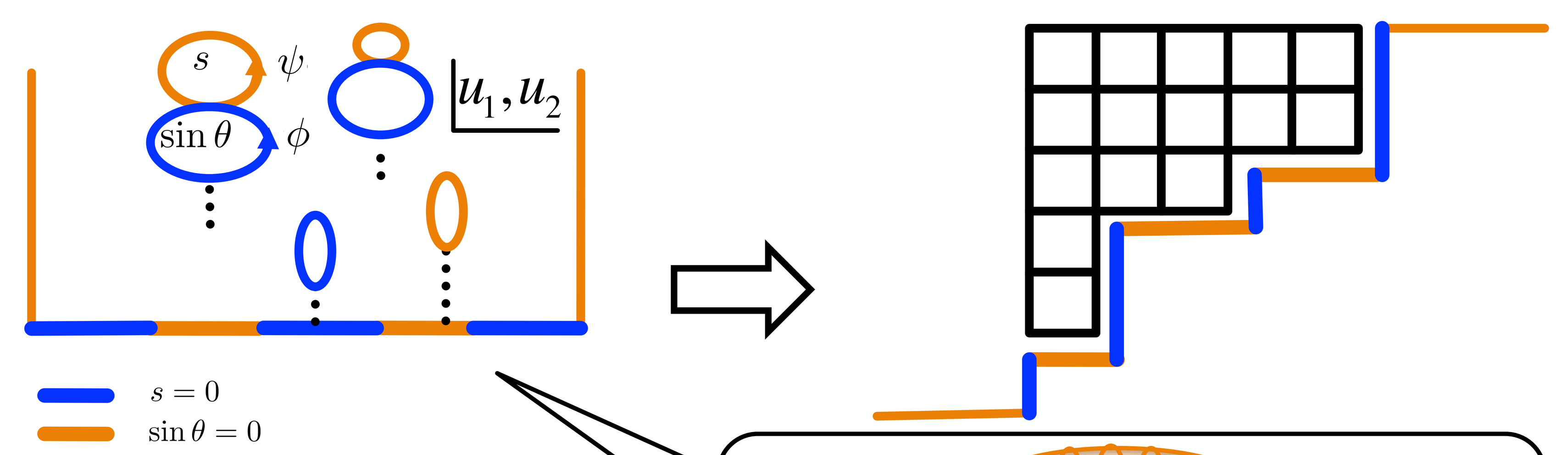
●Projection op.はt,yに依存しないので、ε1,ε2,ε3各々に対してprojection conditionを課す。ここから次の7つの独立な方程式が得られる。

$$d(\sqrt{\beta}(dz - \cos\theta dP)) = 0$$
$$sdsd(\cos\theta) - \sin\theta dPd(z\cos\theta) + s^3dQd(\frac{z}{s}) - \cos\theta dPdQ - Wdu^1\wedge du^2 = 0$$
$$sdzd(\cos\theta) + \sin\theta dPd(s\sin\theta) = 0$$
$$d(P+Q)\frac{dz}{z} - \frac{\sin^2\theta}{s}dPds - \sin\theta dPd(\sin\theta) = 0$$
$$sdQds - \frac{1}{2}dPd((z^2+1)\cos^2\theta) - s^3d(\frac{z}{s})d(\cos\theta) = 0$$
$$sdQd(\cos\theta) + \sin^2\theta dPd(s\cos\theta) = 0$$
$$d(dP(Q - z\cos\theta)) = 0$$

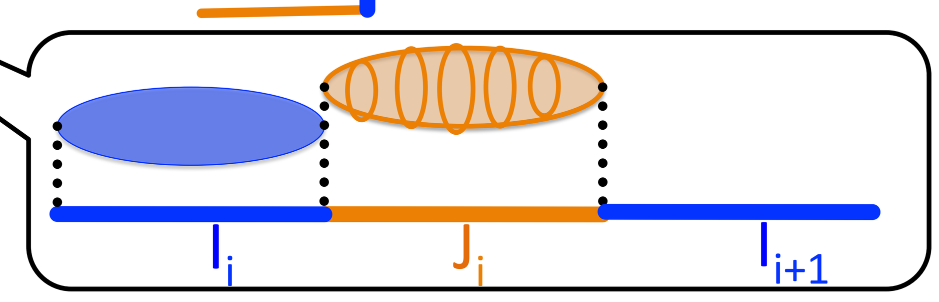
●現在までのところ、方程式は4つまで減らせることがわかった。(⑩の方程式)

8 Young図を作る

•Boundaryは2種類で区別される。このBoundaryを変形するとYoung図と対応付けることが出来そうだ！



BoundaryにS²を含んでいる。



•FluxをBoundaryのS²上で積分し、以下の数を定義する。これが整数となることからYoung図の箱の数と対応付けることが出来る。

$$n_i := \frac{\sqrt{\lambda}}{(2\pi)^2}\int_{S_i^2} dQ\wedge d\phi = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}\int_{I_i} dQ,$$
$$m_j := \frac{\sqrt{\lambda}}{(2\pi)^2}\int_{S_j^2} dP\wedge d\psi = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}\int_{J_j} dP.$$

9 Braneとの対応をみる

•D5,D1-branenの数はRR-chargeの条件から計算出来て以下のようになる。

\# of D1-branes

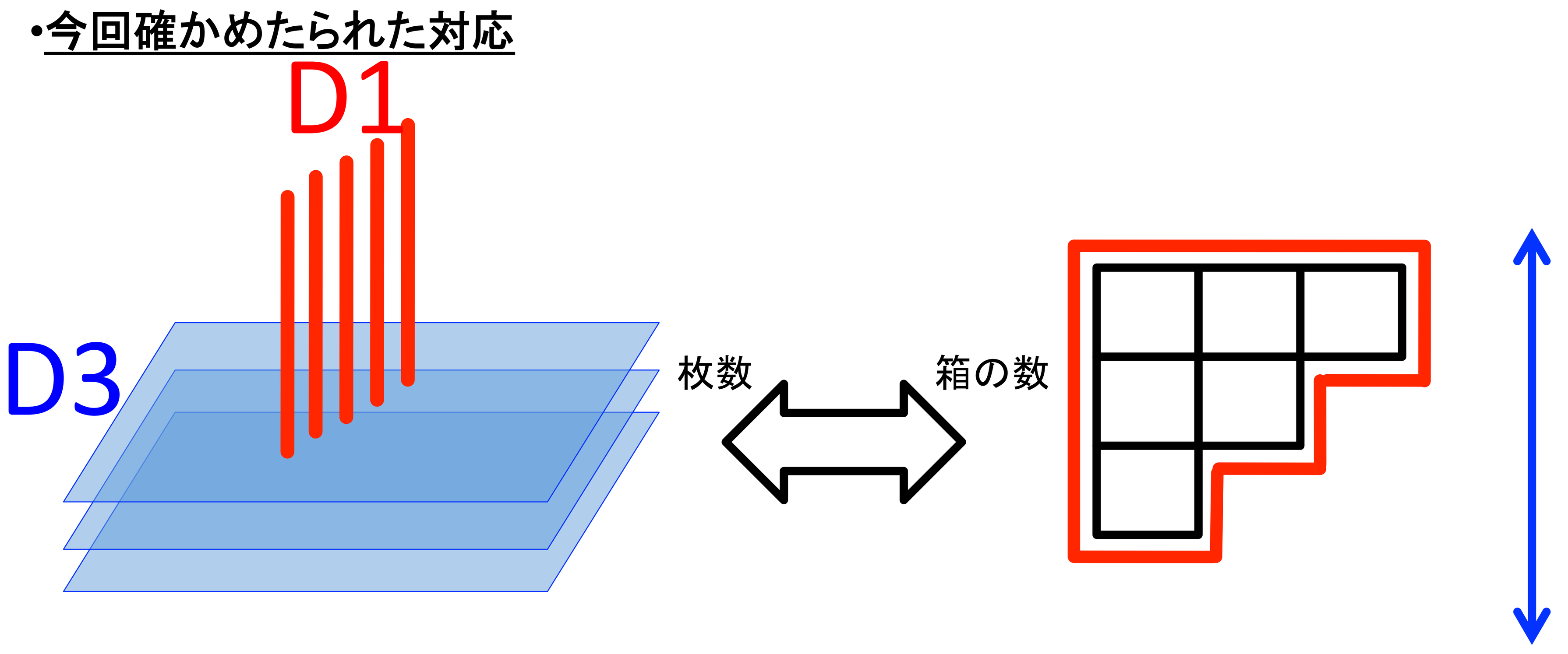
$$k' = \frac{T_5}{T_1}\int_{\mathcal{M}_4}\mathcal{F}\wedge\mathcal{F} = -\frac{\lambda}{4\pi^2}\sum_i P_i\int_{I_i} dQ = -\sum_{i\geq 2}\left(\sum_{j\leq i-1} m_j\right)n_i$$

\# of D3-branes

$$k = \frac{T_5}{T_3}\int_{\mathcal{M}_2}\mathcal{F} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}\sum_i\int_{J_i} dQ = \sum_i n_i$$

(最下段の箱の集まり)
+(2段目の箱の集まり)
+····

•**今回確かめたられた対応**



10 Future works

•現在、途中まで解けているSUSYを保つための方程式を完全に解く。

$$d(\sqrt{\beta}(dz - \cos\theta dP)) = 0,$$
$$d\left(-(Q + \sin^2\theta P)\frac{d\theta}{\sin\theta\cos\theta} + P\frac{ds}{s}\right) = 0,$$
$$z\cos\theta = P + Q,$$
$$\left(\frac{s^2}{\cos^2\theta}+1\right)\{P,\cos\theta\}^2 + \frac{s^2}{\cos^2\theta}\{Q,\theta\}^2 + \frac{s}{\cos\theta}\{s,\cos\theta\}\Big(\{P,Q\} - z\{P,\cos\theta\}\Big)$$
$$+ z\{P,\cos\theta\}\{P,Q\} + 2\frac{s^2}{\cos^2\theta}\{P,\cos\theta\}\{Q,\cos\theta\} = 0$$

•Young図が完全に決定できれば、そこからbraneについて詳細な情報がさらにわかる。

お求めはお近くの書店へ!!