

Master equation for the Unruh-DeWitt detector and the universal relaxation time in de Sitter space

杉下宗太郎（京大理）

共同研究者：福間将文（京大理）、酒谷雄峰（京産大益川塾）

arXiv: 1305.0256

基研研究会「場の理論と弦理論」

2013年8月21日

Introduction

時空の熱力学的性質

- ブラックホールの熱力学法則 [Bekenstein, Hawking]
- Einstein eq. の状態方程式解釈 [Jacobson]

時空のミクロな自由度の理解への手掛かり

時空の非平衡熱力学的性質の理解が必要

de Sitter時空は、非定常な時空の簡単な例

今回の研究では、
de Sitter時空上のUnruh-DeWitt detectorを考え、
時空の(非平衡)熱力学的性質を調べた。

Plan

1. Introduction
2. Unruh-DeWitt detector
3. Master eq. for the detector
4. Detector in dS
5. Summary

The Unruh-DeWitt detector

Unruh (1976), DeWitt (1979)

➤ Unruh-DeWitt detectorとは

- スカラー場と相互作用するparticle detector
- 時空の熱力学的性質を見るための簡単なモデル
- detectorの軌跡は古典的

$$x^\mu(\tau) = (t(\tau), \mathbf{x}(\tau))$$

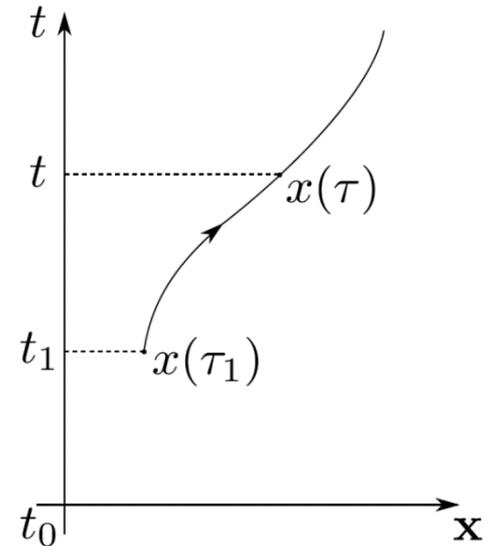
τ : detectorのproper time

相互作用

$$V(t) = \lambda \underline{\mu} \frac{d\tau(t)}{dt} \otimes \phi(\mathbf{x}(t)) \theta(t - t_1)$$

λ : coupling const.

detectorの内部空間に作用する演算子



例. スカラー場はMinkowski vacuum,
detectorは一定加速度で運動

a

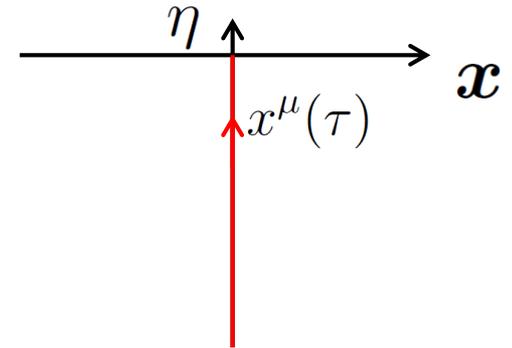


熱平衡 $T = \frac{a}{2\pi}$
(Unruh効果)

Unruh-DeWitt detector in de Sitter space

de Sitter 時空 $ds^2 = \ell^2 \frac{-d\eta^2 + d\mathbf{x}^2}{\eta^2} \quad (-\infty < \eta < 0)$

(ポアンカレ座標)



ポアンカレ座標で見て静止しているdetector

$$x^\mu(\tau) = (\eta(\tau), \mathbf{x}(\tau)) = (-\ell e^{-\tau/\ell}, \mathbf{0})$$

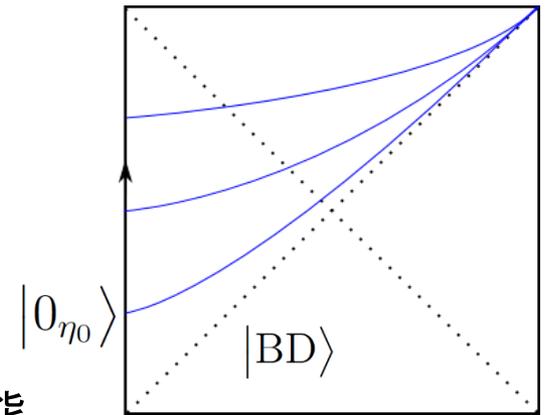
スカラー場の状態が Bunch-Davies vacuum にあったとき、
detectorは温度 $T = 1/2\pi\ell$ のボルツマン分布で
熱平衡 [ex. Birrell&Davies(1982)]

あたかも、温度 $T = 1/2\pi\ell$ の熱浴にいるかのように感じる

Unruh-DeWitt detector in de Sitter space

ポアンカレ座標の η を時間とみなしたときの
スカラー場のハミルトニアンは時間依存
(酒谷さんの講演)

Bunch-Davies vacuum は無限の過去の基底状態



スカラー場の状態が有限の過去の基底状態にあったには、
まわりを熱浴とはみなせない。
しかし、十分時間が経つと、有限の補正が見えなくなって、
detectorはまわりの“媒質”がthermalになるように感じるのでは？

de Sitter時空の非平衡熱力学的性質が見えるはず

Master equation for the Unruh-DeWitt detector

今からしばらく、Unruh-DeWitt detector の一般論。
detectorの密度行列の従う時間発展方程式を導出。

✓ 考えるのはdetectorとスカラー場からなる系 $\mathcal{H}^{\text{tot}} = \mathcal{H}^{\text{d}} \otimes \mathcal{H}^{\phi}$

✓ ハミルトニアン $H^{\text{tot}}(t) = \underbrace{H^{\text{d}} \frac{d\tau(t)}{dt}}_{\substack{\uparrow \\ H^{\text{d}}|m\rangle = E_m|m\rangle \\ \text{proper time で見ても時間依存しない}}} \otimes 1 + 1 \otimes \underbrace{H^{\phi}(t)}_{\text{free scalar field}} + V(t)$

$$V(t) = \lambda \mu \frac{d\tau(t)}{dt} \otimes \phi(\mathbf{x}(t)) \theta(t - t_1)$$

相互作用が始まる時刻 t_1

✓ 全密度行列 $\rho^{\text{tot}}(t)$, 部分トレース $\rho(t) \equiv \text{Tr}_{\phi} \rho^{\text{tot}}(t)$
これらの時間発展を見る

✓ 初期条件 $\rho^{\text{tot}}(t_1) \equiv \rho^{\text{d}}(t_1) \otimes \rho^{\phi}(t_1) = \rho(t_1) \otimes \rho^{\phi}(t_1)$

Master equation for the Unruh-DeWitt detector

相互作用表示 $\rho_I^{\text{tot}}(t) \equiv [U_0^{\text{tot}}(t, t_1)]^{-1} \rho^{\text{tot}}(t) U_0^{\text{tot}}(t, t_1)$

t_1 をシュレディンガー時刻にとった

von Neumann eq.

$$\frac{d}{dt} \rho_I^{\text{tot}}(t) = -i [V_I(t), \rho_I^{\text{tot}}(t)] \equiv -i \text{ad}_{V_I(t)} \rho_I^{\text{tot}}(t)$$

これを用いて、 $\rho(t) \equiv \text{Tr}_\phi \rho^{\text{tot}}(t)$ の従う時間発展方程式を導出。

「射影演算子の方法」[“統計物理学,” 戸田, 斎藤, 久保, 橋爪] を使う

$$\mathcal{P} : O \mapsto \mathcal{P}O \equiv (\text{Tr}_\phi O) \otimes X^\phi$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \rho_I^{\text{tot}}(t) &= (\text{Tr}_\phi \rho_I^{\text{tot}}(t)) \otimes X^\phi \\ &= \rho_I(t) \otimes X^\phi \end{aligned}$$

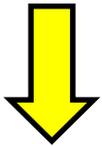
以下、 $X^\phi \equiv \rho_I^\phi(t_1)$ ととる。

スカラー場のヒルベルト空間に作用する時間依存しない演算子
 $\text{Tr}_\phi X^\phi = 1$

Master equation for the Unruh-DeWitt detector

von Neumann eq.

$$\frac{d}{dt} \rho_I^{\text{tot}}(t) = -i [V_I(t), \rho_I^{\text{tot}}(t)] \equiv -i \text{ad}_{V_I(t)} \rho_I^{\text{tot}}(t)$$



$$\mathcal{P}O = \text{Tr}_\phi O \otimes \rho_I^\phi(t_1)$$

$$\mathcal{Q} \equiv 1 - \mathcal{P}$$

master eq.

$$\frac{d\rho_I(t)}{dt} \otimes \rho_I^\phi(t_1) = -\mathcal{P} \text{ad}_{V_I(t)} \int_{t_1}^t dt' \text{T}e^{-i \int_{t'}^t dt'' \mathcal{Q} \text{ad}_{V_I(t'')}} \text{ad}_{V_I(t')} (\rho_I(t') \otimes \rho_I^\phi(t_1))$$

仮定 • $\rho^{\text{tot}}(t_1) \equiv \rho^{\text{d}}(t_1) \otimes \rho^\phi(t_1) = \rho(t_1) \otimes \rho^\phi(t_1)$

• $V_I(t) = \lambda \frac{d\tau}{dt} \mu_I(\tau) \otimes \phi_I(x(\tau)) \theta(t - t_1)$

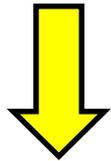
• $\text{Tr}_\phi(\phi_I(x(\tau)) \rho_I^\phi(t_1)) = 0$ ← $\rho_I^\phi(t_1) = |0_{t_0}\rangle\langle 0_{t_0}|$
 $\langle 0_{t_0} | \phi_I(x) | 0_{t_0} \rangle = 0$



このmaster equation を λ の2次まで摂動展開

Approximation of the master equation

$$\frac{d\rho_I(t)}{dt} = -\text{Tr}_\phi \left(\text{ad}_{V_I(t)} \int_{t_1}^t dt' \text{ad}_{V_I(t')} (\rho_I(t') \otimes \rho_I^\phi(t_1)) \right) + \mathcal{O}(\lambda^3)$$



シュレディンガー表示に戻す。 $G_X^+(x, x') \equiv \text{Tr}_\phi(\phi_I(x) \phi_I(x') \rho_I^\phi(\tau_1))$
 detectorのハミルトニアンの固有状態で行列表示。

$$\begin{aligned} & \dot{\rho}_{mn}(\tau) + i(E_m - E_n)\rho_{mn}(\tau) \\ &= \lambda^2 \sum_{k,l} \int_{\tau_1}^{\tau} d\tau' \left[e^{-i(E_n - E_k)(\tau' - \tau)} \mu_{mk} \mu_{ln} \underline{\rho_{kl}(\tau')} G_X^+(x(\tau'), x(\tau)) \right. \\ & \quad + e^{-i(E_m - E_l)(\tau - \tau')} \mu_{mk} \mu_{ln} \underline{\rho_{kl}(\tau')} G_X^+(x(\tau), x(\tau')) \\ & \quad - e^{-i(E_l - E_m)(\tau' - \tau)} \mu_{kl} \mu_{ln} \underline{\rho_{mk}(\tau')} G_X^+(x(\tau'), x(\tau)) \\ & \quad \left. - e^{-i(E_k - E_n)(\tau - \tau')} \mu_{mk} \mu_{kl} \underline{\rho_{ln}(\tau')} G_X^+(x(\tau), x(\tau')) \right] \end{aligned}$$

$G_X^+(x(\tau), x(\tau'))$ は $\tau' = \tau$ で singular
 積分で効くのは $\tau' \sim \tau$

$\tau' \rightarrow \tau$

近似

Approximation of the master equation

さらに、もし密度行列の非対角成分が無視できるならば、

(あとで考える具体例では、これを正当化)

$$\dot{\rho}_{mm}(\tau) = \sum_{k \neq m} [w_{mk}(\tau, \tau_1) \rho_{kk}(\tau) - w_{km}(\tau, \tau_1) \rho_{mm}(\tau)]$$

$w_{mk}(\tau, \tau_1) \equiv \lambda^2 |\mu_{mk}|^2 \dot{\mathcal{J}}(E_m - E_k; \tau, \tau_1)$ ← 単位時間あたりの遷移率

$$\dot{\mathcal{J}}(\Delta E; \tau, \tau_1) \equiv \int_{\tau_1}^{\tau} d\tau' [e^{-i\Delta E(\tau' - \tau)} G_X^+(x(\tau'), x(\tau)) + e^{-i\Delta E(\tau - \tau')} G_X^+(x(\tau), x(\tau'))]$$

$\dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(\Delta E) \equiv \lim_{\tau - \tau_1 \rightarrow \infty} \dot{\mathcal{J}}(\Delta E; \tau; \tau_1)$ と置く。

$\dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(\Delta E) = e^{-\beta \Delta E} \dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(-\Delta E)$ が成立するならば、

詳細釣り合い条件 $\lim_{\tau - \tau_1 \rightarrow \infty} w_{mk}(\tau; \tau_1) \rho_{kk}^{\text{eq}} = \lim_{\tau - \tau_1 \rightarrow \infty} w_{km}(\tau; \tau_1) \rho_{mm}^{\text{eq}}$ より、

$$\rho_{mm}^{\text{eq}} = \frac{e^{-\beta E_m}}{Z} \quad \left(Z = \sum_n e^{-\beta E_n} \right) \quad \text{温度 } 1/\beta \text{ の平衡分布}$$

Unruh-DeWitt detector in de Sitter space

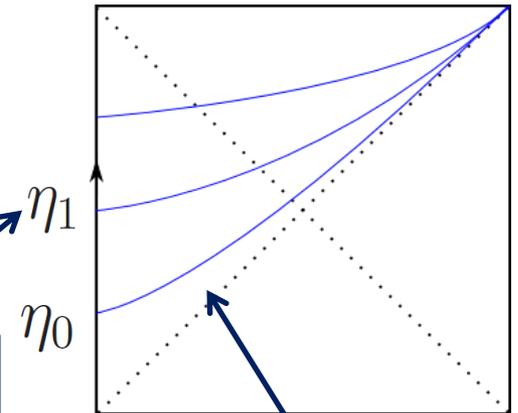
- ✓ ポアンカレ座標で見て静止しているdetector

$$x^\mu(\tau) = (-\ell e^{-\tau/\ell}, \mathbf{0})$$

- ✓ スカラー場の密度行列の初期条件

$$\rho_I^\phi(\eta_1) = |0_{\eta_0}\rangle\langle 0_{\eta_0}|$$

相互作用が
スタート



ここでスカラー場は
基底状態

$$\dot{\mathcal{F}}(\Delta E; \tau, \tau_1; \eta_0) \equiv \int_{\tau_1}^{\tau} d\tau' [e^{-i\Delta E(\tau'-\tau)} G^+(x(\tau'), x(\tau); \eta_0) + e^{-i\Delta E(\tau-\tau')} G^+(x(\tau), x(\tau'); \eta_0)]$$

まず、 $G^+(x, x'; \eta_0) \equiv \langle 0_{\eta_0} | \phi_I(x) \phi_I(x') | 0_{\eta_0} \rangle$ を計算し、

それを $\eta_0 = -\infty$ まわりで展開。

Calculation of Wightman function

Wightman function

$$G^+(x, x'; \eta_0) = \int \frac{d^{d-1} \mathbf{k}}{(2\pi)^{d-1}} \underline{G_{\mathbf{k}}^+(\eta, \eta'; \eta_0)} \cos[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')]]$$

$$G_{\mathbf{k}}^+(\eta, \eta'; \eta_0) = \underline{\varphi_{\mathbf{k}}(\eta; \eta_0)} \varphi_{\mathbf{k}}^*(\eta'; \eta_0)$$

$$\varphi_{\mathbf{k}}(\eta; \eta_0) = - \frac{\pi}{2\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}(\eta_0)}} \frac{(-\eta)^{\frac{d-1}{2}}}{(-\eta_0)^{-\frac{d-2}{2}}} \left[\underline{v_0} J_{\nu}(-k \eta) - \underline{u_0} N_{\nu}(-k \eta) \right]$$

$$u_0 = -(-\eta_0)^{-\frac{d-1}{2}} \left[\left(\frac{d-1}{2} + \nu + i\omega_{\mathbf{k}}(\eta_0) \eta_0 \right) J_{\nu}(-k \eta_0) + k \eta_0 J_{1+\nu}(-k \eta_0) \right]$$

$$v_0 = -(-\eta_0)^{-\frac{d-1}{2}} \left[\left(\frac{d-1}{2} + \nu + i\omega_{\mathbf{k}}(\eta_0) \eta_0 \right) N_{\nu}(-k \eta_0) + k \eta_0 N_{1+\nu}(-k \eta_0) \right]$$

Calculation of Wightman function

$z \equiv -k \eta_0$ として、 $z = \infty$ (i.e., $\eta_0 = -\infty$) まわりで展開

$$\begin{aligned}
 & G_{\mathbf{k}}^+(\eta, \eta'; \eta_0) \\
 &= \frac{\pi}{4} [(-\eta)(-\eta')]^{\frac{d-1}{2}} \left\{ H_{\nu}^{(1)}(-k\eta) H_{\nu}^{(2)}(-k\eta') \right. \\
 &+ [H_{\nu}^{(1)}(-k\eta) H_{\nu}^{(2)}(-k\eta') + H_{\nu}^{(2)}(-k\eta) H_{\nu}^{(1)}(-k\eta')] \left(\frac{d-2}{4} \right)^2 \frac{1}{z^2} \\
 &+ H_{\nu}^{(1)}(-k\eta) H_{\nu}^{(1)}(-k\eta') e^{-2i\theta(z)} \left[i \frac{d-2}{4z} + \frac{(\nu^2 - \frac{1}{4})(d-3) - (\frac{d-2}{2})^2 - m^2}{4z^2} \right] \\
 &+ H_{\nu}^{(2)}(-k\eta) H_{\nu}^{(2)}(-k\eta') e^{2i\theta(z)} \left[-i \frac{d-2}{4z} + \frac{(\nu^2 - \frac{1}{4})(d-3) - (\frac{d-2}{2})^2 - m^2}{4z^2} \right] + \mathcal{O}(z^{-3}) \left. \right\}
 \end{aligned}$$

Bunch-Davies \swarrow

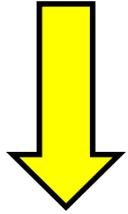
$\theta(z) \equiv z - (\pi/4)(1 + 2\nu)$ 激しく振動 \longrightarrow 落とす(平均化)

$\tau_0 \equiv -\log(-\eta_0)$ として、BDへの補正は $e^{-2\tau_0}$ から

Calculation of $\dot{\mathcal{F}}$

$$\dot{\mathcal{F}}(\Delta E; \tau, \tau_1; \eta_0) \equiv \int_{\tau_1}^{\tau} d\tau' [e^{-i\Delta E(\tau'-\tau)} G^+(x(\tau'), x(\tau); \eta_0) + e^{-i\Delta E(\tau-\tau')} G^+(x(\tau), x(\tau'); \eta_0)]$$

$$G^+(x, x'; \eta_0) = \int \frac{d^{d-1}\mathbf{k}}{(2\pi)^{d-1}} G_{\mathbf{k}}^+(\eta, \eta'; \eta_0) \cos[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')]]$$



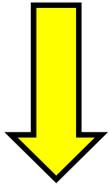
$x^\mu(\tau) = (-\ell e^{-\tau/\ell}, \mathbf{0})$ として、積分を実行

$$\dot{\mathcal{F}}(\Delta E, \tau, \tau_1; \tau_0) = \dot{\mathcal{F}}_{-1,1}^{(0)}(\Delta E, \tau, \tau_1) + e^{-2(\tau-\tau_0)} \left(\frac{d-2}{4}\right)^2 \sum_{\sigma=\pm 1} \dot{\mathcal{F}}_{\sigma,-\sigma}^{(2)}(\Delta E, \tau, \tau_1)$$

$$\begin{aligned}
& \dot{\mathcal{F}}_{\sigma, -\sigma}^{(n)}(\Delta E, \tau, \tau_1; \eta_0) \\
&= \frac{e^{\sigma \pi (\Delta E + \frac{i n}{2})} \Gamma\left(\frac{\frac{d-1}{2} + \nu - n + i \Delta E}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\frac{d-1}{2} - \nu - n + i \Delta E}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\frac{d-1}{2} + \nu - i \Delta E}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\frac{d-1}{2} - \nu - i \Delta E}{2}\right)}{2^{3+n} \pi^{\frac{d+1}{2}} \Gamma\left(\frac{d-1}{2}\right)} \\
&+ \frac{1}{2^{3+n} \pi^{\frac{d-1}{2}} \Gamma\left(\frac{d-1}{2}\right)} \\
&\times \left[-\frac{e^{-\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{-\sigma i \pi \nu}}{\sin(\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} + \nu - n - i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} + \nu; e^{\sigma i 0}\right) \right. \\
&\quad - \frac{e^{-\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{\sigma i \pi \nu}}{\sin(-\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} - \nu - n - i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} - \nu; e^{\sigma i 0}\right) \\
&\quad + \frac{e^{-\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{-\sigma i \pi \nu}}{\sin(\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} + \nu - i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} + \nu; e^{\sigma i 0}\right) \\
&\quad + \frac{e^{-\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{\sigma i \pi \nu}}{\sin(-\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} - \nu - i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} - \nu; e^{\sigma i 0}\right) \\
&\quad + \frac{e^{-\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{-\sigma i \pi \nu} e^{-(\frac{d-1}{2} + \nu - n - i \Delta E)(\tau - \tau_1)}}{\sin(\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} + \nu - n - i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} + \nu; e^{-2(\tau - \tau_1)}\right) \\
&\quad + \frac{e^{-\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{\sigma i \pi \nu} e^{-(\frac{d-1}{2} - \nu - n - i \Delta E)(\tau - \tau_1)}}{\sin(-\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} - \nu - n - i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} - \nu; e^{-2(\tau - \tau_1)}\right) \\
&\quad + \frac{e^{\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{\sigma i \pi \nu} e^{-(\frac{d-1}{2} + \nu - n + i \Delta E)(\tau - \tau_1)}}{\sin(\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} + \nu - n + i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} + \nu; e^{-2(\tau - \tau_1)}\right) \\
&\quad \left. + \frac{e^{\sigma i \pi \frac{d-1-n}{2}} e^{-\sigma i \pi \nu} e^{-(\frac{d-1}{2} - \nu - n + i \Delta E)(\tau - \tau_1)}}{\sin(-\pi \nu)} {}_3\hat{F}_2\left(\frac{d-1-n}{2}, \frac{\frac{d-1}{2} - \nu - n + i \Delta E}{2}, \frac{d-1-n}{2} - \nu; e^{-2(\tau - \tau_1)}\right) \right]
\end{aligned}$$

Calculation of $\dot{\mathcal{F}}$

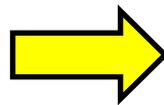
$$\dot{\mathcal{F}}(\Delta E, \tau, \tau_1; \tau_0) = \dot{\mathcal{F}}_{-1,1}^{(0)}(\Delta E, \tau, \tau_1) + e^{-2(\tau-\tau_0)} \left(\frac{d-2}{4}\right)^2 \sum_{\sigma=\pm 1} \dot{\mathcal{F}}_{\sigma,-\sigma}^{(2)}(\Delta E, \tau, \tau_1)$$



$$\tau - \tau_1 \rightarrow \infty$$

$$\dot{\mathcal{F}}^{\text{eq}}(\Delta E) = \frac{e^{-\pi\ell\Delta E} \Gamma\left(\frac{d-1}{2} + \nu + i\ell\Delta E\right) \Gamma\left(\frac{d-1}{2} - \nu + i\ell\Delta E\right) \Gamma\left(\frac{d-1}{2} + \nu - i\ell\Delta E\right) \Gamma\left(\frac{d-1}{2} - \nu - i\ell\Delta E\right)}{8\pi^{\frac{d+1}{2}} \Gamma\left(\frac{d-1}{2}\right)}$$

$$\frac{\dot{\mathcal{F}}^{\text{eq}}(\Delta E)}{\dot{\mathcal{F}}^{\text{eq}}(-\Delta E)} = e^{-2\pi\ell\Delta E}$$



$$T = 1/2\pi\ell$$

十分時間が経てば、
detectorは、この温度で熱平衡

Thermalization of a 2-level detector in dS

detectorが平衡に至るときの緩和時間を調べる。
 detectorとしては次のようなものを考える。

1. 2準位系 $\Delta E \equiv E_2 - E_1 > 0$

2. $\Delta E \gg \ell^{-1}$

3. $\mu = (\langle m | \mu | n \rangle) = \begin{pmatrix} 0 & \mu_{12} \\ \mu_{12}^* & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$ 密度行列の時間発展は対角、非対角で分離

4. ideal detector $\lambda^2 |\mu_{12}|^2 (\Delta E)^{d-3} \ell \gg 1$

見たいものはdetectorを熱浴に入れたときの緩和ではなく、
 まわりの“媒質”の“熱浴”への緩和

universal in dS

model-dependent

さらに、初期値 $\rho(\tau_1)$ は τ_1 について平均化 \Rightarrow 密度行列の非対角成分は0とみなしてよい
 $\Delta \tau \gtrsim 1/\Delta E$

Thermalization of a 2-level detector in dS

τ_1 について平均化

$$\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_1}^{\tau_1+\Delta\tau} d\tau'_1 \dot{\mathcal{F}}(\Delta E; \tau, \tau'_1; \tau_0) = \dot{\mathcal{F}}^{\text{eq}}(\Delta E) + e^{-2(\tau-\tau_0)} \dot{\mathcal{F}}^{(2)}(\Delta E) + \mathcal{O}(e^{-4(\tau-\tau_0)})$$


 ΔE について対称

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho}_{11}(\tau) \\ \dot{\rho}_{22}(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -w_+(\tau; \tau_0) & w_-(\tau; \tau_0) \\ w_+(\tau; \tau_0) & -w_-(\tau; \tau_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{11}(\tau) \\ \rho_{22}(\tau) \end{pmatrix}$$

$$w_{\pm}(\tau; \tau_0) \equiv \lambda^2 |\mu_{12}|^2 \left[\dot{\mathcal{F}}^{\text{eq}}(\pm\Delta E) + e^{-2(\tau-\tau_0)} \dot{\mathcal{F}}^{(2)}(\pm\Delta E) \right]$$

Thermalization of a 2-level detector in dS

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho}_{11}(\tau) \\ \dot{\rho}_{22}(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -w_+(\tau; \tau_0) & w_-(\tau; \tau_0) \\ w_+(\tau; \tau_0) & -w_-(\tau; \tau_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{11}(\tau) \\ \rho_{22}(\tau) \end{pmatrix}$$

最終的な平衡分布まわりで展開

$$\rho_{mm}(\tau) \equiv \rho_{mm}^{\text{eq}} + \Delta\rho_{mm}(\tau)$$

$$\rho_{mm}^{\text{eq}} = \frac{e^{-2\pi\ell E_m}}{Z} \quad (Z = e^{-2\pi\ell E_1} + e^{-2\pi\ell E_2})$$

$$\Delta\rho_{mm}/\rho_{mm}^{\text{eq}} \ll 1 \text{ and } e^{-2(\tau-\tau_0)} \ll 1, \quad \Delta\rho_{11} = -\Delta\rho_{22}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \Delta\rho_{11}(\tau) = & -\lambda^2 |\mu_{12}|^2 \left[e^{-2(\tau-\tau_0)} \dot{\mathcal{J}}^{(2)}(\Delta E) \tanh(\pi\Delta E) \right. \\ & \left. + (\dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(\Delta E) + \dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(-\Delta E)) \Delta\rho_{11}(\tau) \right] \end{aligned}$$

Thermalization of a 2-level detector in dS

$$\Delta\rho_{11}(\tau) = e^{-\lambda^2 |\mu_{12}|^2 A(\Delta E) (\tau - \tau_2)} \Delta\rho_{11}(\tau_2) \quad (\tau_2 > \tau_1)$$

$$- \frac{\lambda^2 |\mu_{12}|^2 \dot{\mathcal{J}}^{(2)}(\Delta E)}{\lambda^2 |\mu_{12}|^2 A(\Delta E) - 2} \tanh(\pi \Delta E) (e^{-2(\tau - \tau_2)} - e^{-\lambda^2 |\mu_{12}|^2 A(\Delta E) (\tau - \tau_2) - 2(\tau_2 - \tau_0)})$$

$$A(\Delta E) \equiv \dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(\Delta E) + \dot{\mathcal{J}}^{\text{eq}}(-\Delta E) \sim |\Delta E|^{d-3}$$

$$\Delta E \gg \ell^{-1}$$

はやく落ちる

ideal detector の仮定

$$\lambda^2 |\mu_{12}|^2 (\Delta E)^{d-3} \ell \gg 1$$

$$\Delta\rho_{11}(\tau) \sim - \frac{\dot{\mathcal{J}}^{(2)}(\Delta E)}{A(\Delta E)} \tanh(\pi \ell \Delta E) e^{-2(\tau - \tau_2)/\ell}$$

The universal relaxation time in dS

$$\Delta\rho_{11}(\tau) \sim - \frac{\dot{\mathcal{F}}^{(2)}(\Delta E)}{A(\Delta E)} \tanh(\pi\ell\Delta E) e^{-2(\tau-\tau_2)/\ell}$$

係数は相互作用 $\lambda \mu_{12}$ に依っていない

緩和時間 $\ell/2$ de Sitter半径だけで決まる

universal

detectorの詳細やスカラー場のmassに依存しない

de Sitter固有の非平衡熱力学的量

Summary

- Unruh-DeWitt detectorの密度行列のマスター方程式を導出
- de Sitter時空上のdetectorを考察
- de Sitter時空上のスカラー場がある時刻の基底状態であったならば、十分時間が経った時、Unruh-DeWitt detectorは温度 $T = 1/2\pi\ell$ の熱平衡に達する。
さらに、その緩和のモードには緩和時間 $\ell/2$ のものがある。

de Sitter固有の平衡への緩和