



結合定数空間におけるアノマリー を用いたQCD相図への制限

東北大学大学院理学研究科物理学専攻 素粒子・宇宙理論研究室

D1 横倉 孝洋

arXiv:2305.01217に基づく

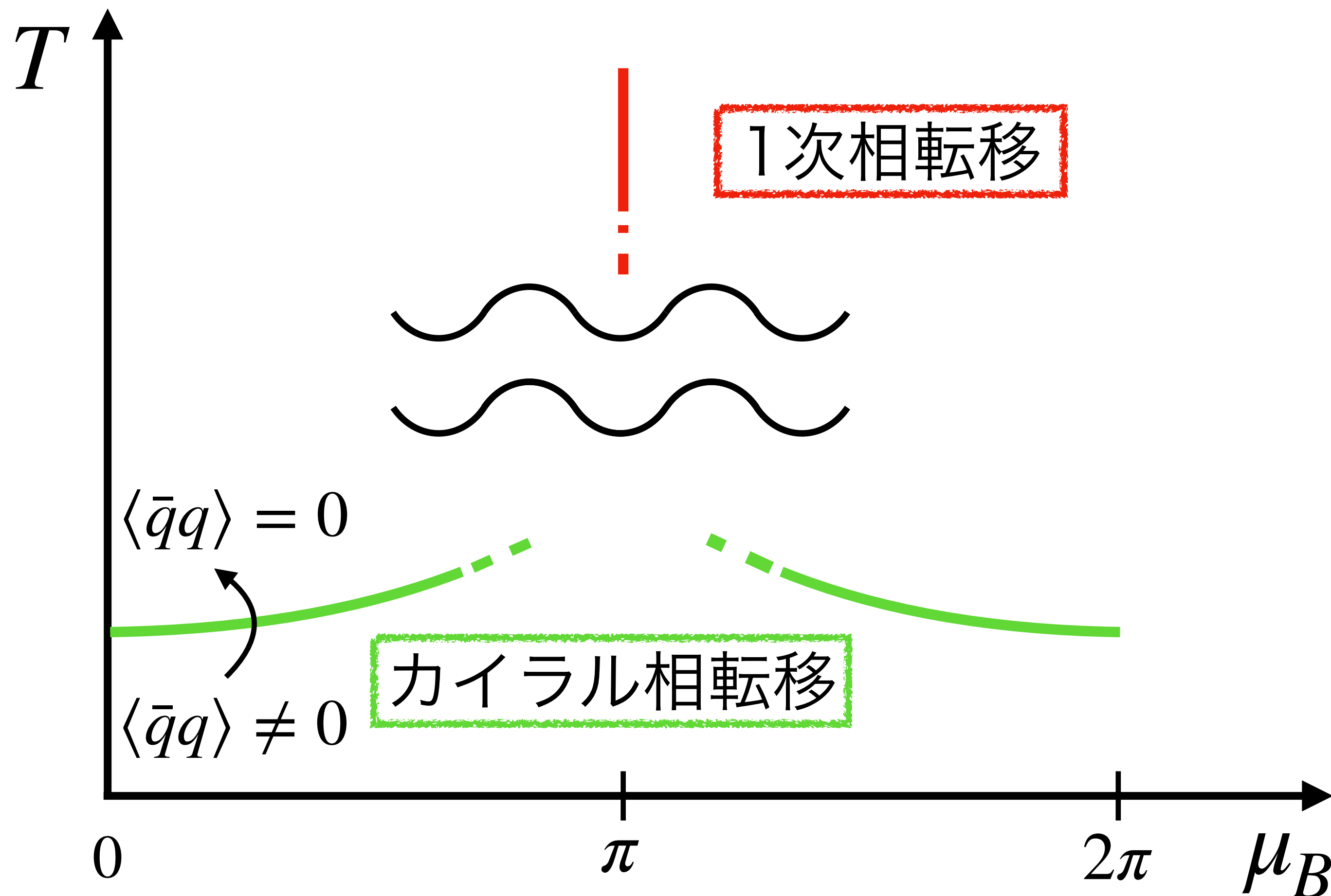
共同研究者：小林舜(東北大)、米倉和也(東北大)

1. イントロ

QCD相図

純虚数化学ポテンシャル μ_B を含めた $T - \mu_B$ 相図を考える

[Roberge, Weiss 86]

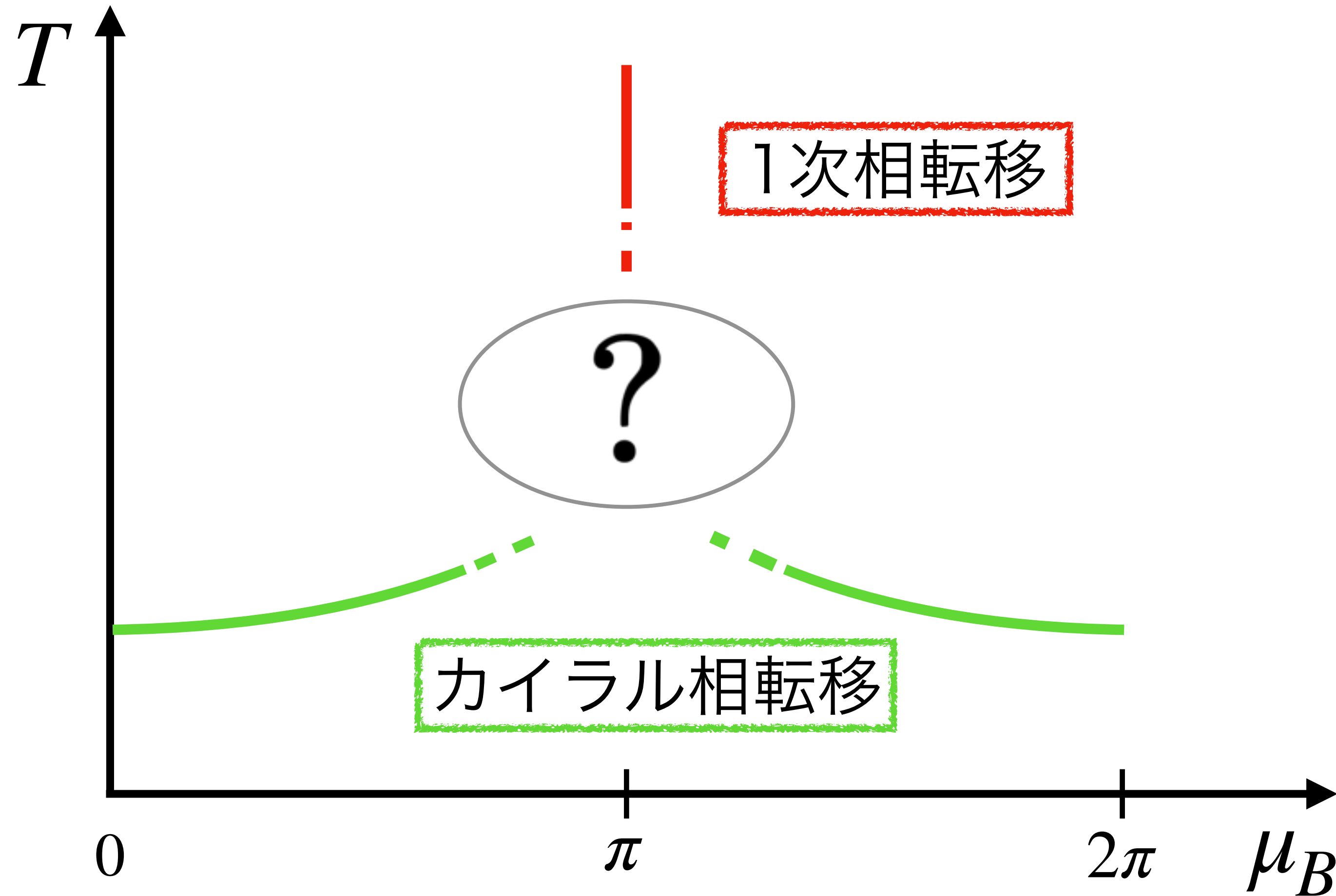


高温：赤い線有

低温：赤い線無

→ 純虚数化学ポテンシャル方向の振る舞いの違いが閉じ込め/非閉じ込めの違い

問題提起：QCD相図の中間領域について

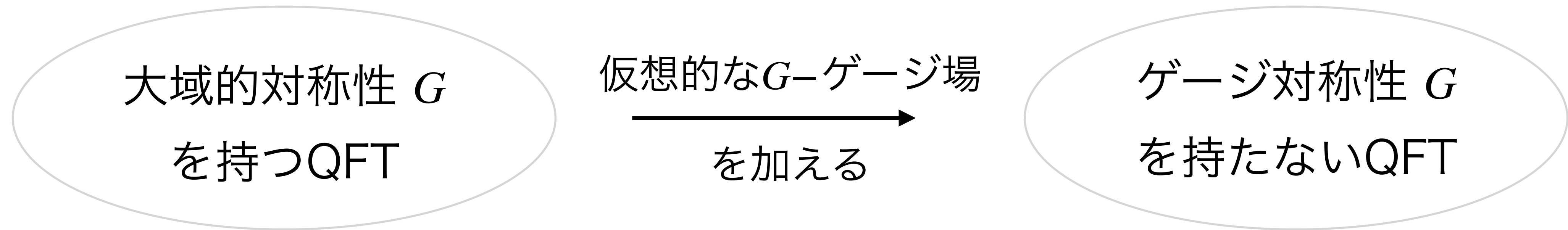


目標：解析的に中間領域
を調べる

→QCDを解析的に調べることは単に摂動計算だけでは不可能、何か別の方法は？

't Hooftアノマリー [G.'t Hooft, 1979]

't Hooft アノマリー(ゲージ化の障壁)



't Hooft アノマリーマッチング条件

't Hooftアノマリー=RG不変

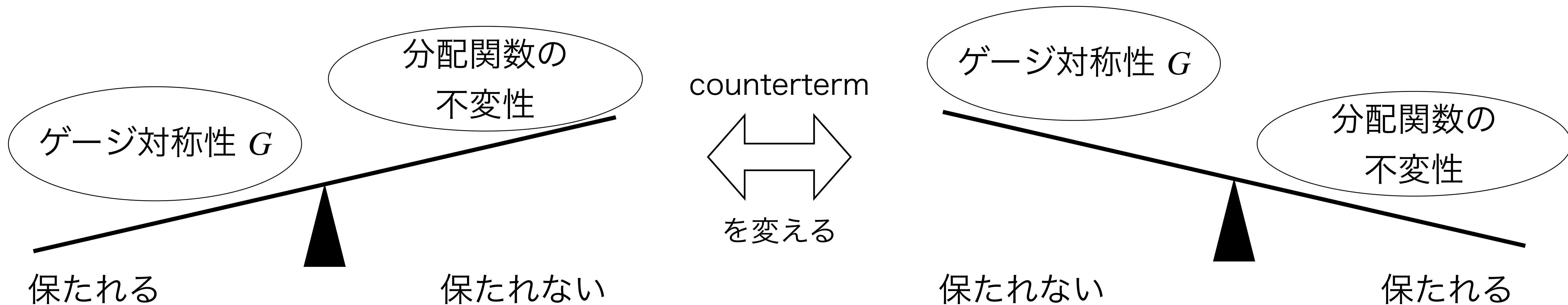
't Hooftアノマリーの応用：ゼロ温度におけるカイラル対称性の自発的破れの示唆
有効理論への制限(アノマリーをマッチする項の存在)

結合定数空間におけるアノマリー

[Cordova, Freed,
Lam, Seiberg, 19]

= 理論のパラメーター

大域的対称性 G , あるパラメーターの変形について不変な分配関数を持つQFTに仮想的な G -ゲージ場を加えると



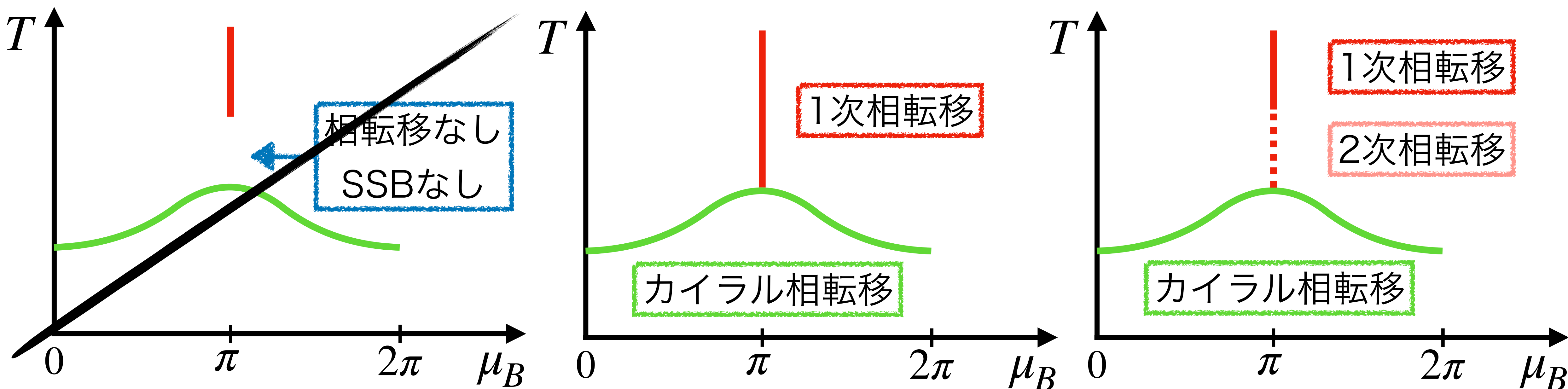
2つの性質を同時に保つようなQFTが得られない

分配関数の不変性 $\neq$ (一般に)対称性

e.g. ゲージ理論のシータ角の 2π 周期性 $Z[\theta + 2\pi] = Z[\theta]$

まとめ

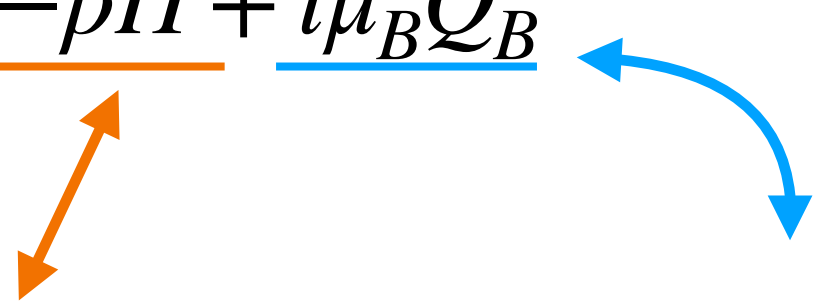
- 結合定数空間におけるアノマリーという新たな概念をQCDに応用
- QCDの分配関数の周期性は、カイラル対称性のゲージ化により破れる(アノマリー)
- 周期性の破れは、相転移かSSBが起こることを意味する
- アノマリーにより自由度を制限できる



2.QCDについて

純虚数化学ポテンシャル入りQCDの作用

作用

$$Z[T, \mu_B] = \text{Tr} e^{-\beta H + i\mu_B Q_B}$$


$$S = \int d^4x \bar{\Psi} \not{D} \Psi - \int d^4x \text{tr}_c \left(F_C^{\mu\nu} F_{C\mu\nu} \right) - \frac{i}{\beta N_c} \int d^4x \mu_B \bar{\Psi} \gamma^0 \Psi$$

Ψ : ディラック場 $F_C = dA_C + A_C^2$ A_C : ゲージ場 $D_\mu = \partial_\mu + A_{C\mu}$

背景時空 : $S_\beta^1 \times \mathbb{R}^3$ (有限温度系のため)

カラー N_c フレーバー N_f

純虚数化学ポテンシャル $\mu_B = \underline{U(1)_B}$ ゲージ場の時間成分
see later

対称性

(ゲージ+大域的) 対称性

$$SU(N_c) \times SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times U(1)_V$$

charge : quark=+1, antiquark=-1

$\mathcal{C}$

$(e^{2\pi i/N_c}, 1, 1, e^{-2\pi i/N_c}), (1, e^{2\pi i/N_f}, e^{2\pi i/N_f}, e^{-2\pi i/N_f})$

が生成元

$c \in \mathcal{C}$ について

$$c\Psi = \Psi, \quad c^{-1}Ac + c^{-1}dc = A$$

$\Rightarrow$ 冗長性

ゲージ不変な演算子や状態に作用する対称性

$$SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times U(1)_B$$

$\mathcal{D}$

$(e^{2\pi i/N_f}, e^{2\pi i/N_f}, e^{-2\pi i/N_f})$

が生成元

$$U(1)_B = U(1)_V / Z_{N_c}, \quad \text{charge : quark}=+1/N_c, \text{ antiquark}=-1/N_c$$

分配関数の周期性

純虚数化学ポテンシャルの 2π 周期性

$$Z[T, \mu_B + 2\pi] = Z[T, \mu_B]$$

証明：

演算子形式

$e^{2\pi i Q_B} \in \mathbb{Z}_{N_c} \subset U(1)_V$ は物理的状态に自明に作用, Tr は物理的状态についてとる

$$Z[T, \mu_B + 2\pi] = \text{Tr} e^{-\beta H + i\mu_B Q_B + 2\pi i Q_B} = \text{Tr} e^{-\beta H + i\mu_B Q_B} = Z[T, \mu_B]$$

経路積分形式

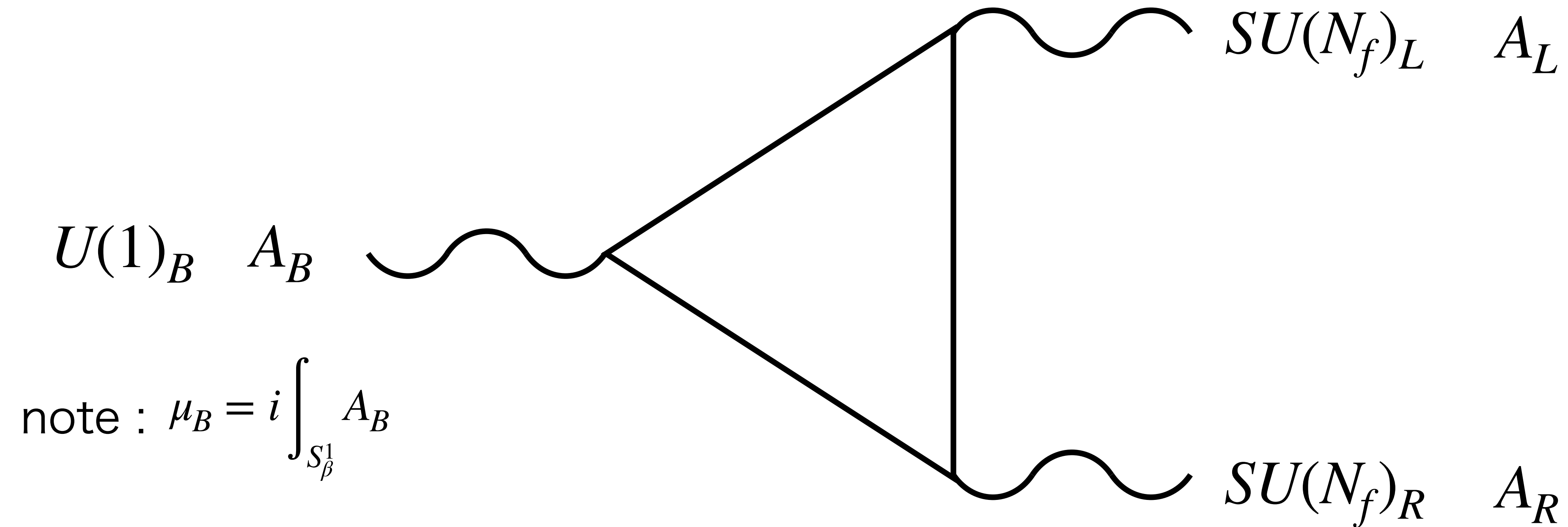
$W_C \mapsto e^{-2\pi i/N_c} W_C$ との合算で

$$\underline{W = e^{i\mu_B/N_c} \exp\left(-\int_{S^1} A_C\right)} \text{ は, } \mu_B \rightarrow \mu_B + 2\pi \text{ の変換について} \overbrace{\text{不変}} = W_C$$

3.アノマリーの計算

アノマリーの存在について

以下の三角形ダイアグラム(とその高次補正)を考える.



無限小 $U(1)_B$ ゲージ変換でアノマリーが出ることが知られている (通常の場合)

$U(1)_B$ ラージゲージ変換 $e^{2\pi i n \tau / \beta}$ について考える (今回の場合)

虚数化学ポテンシャルにおけるアノマリー

ラージゲージ変換を考えると

$$Z[T, \mu_B + 2\pi, A_L, A_R] = \exp \left(CS(A_L) - CS(A_R) \right) Z[T, \mu_B, A_L, A_R]$$

チャー・サイモンズ項

$$CS(A) = \frac{i}{4\pi} \int d^3x \epsilon^{\mu\nu\rho} \text{tr} \left(A_\mu \partial_\nu A_\rho + \frac{2}{3} A_\mu A_\nu A_\rho \right)$$

※ S_β^1 を積分することでアノマリーを得ている

アノマリーの帰結

countertermを加える

$$k_L CS(A_L) - k_R CS(A_R) \quad k_L, k_R \in \mathbb{Z} \quad (\because \text{ゲージ不変性})$$

$$\Rightarrow Z[\mu_B + 2\pi, k_L, k_R, A_L, A_R] = Z[\mu_B, k_L + 1, k_R + 1, A_L, A_R]$$

k_L, k_R の変化は $\mu_B = 0$ と $\mu_B = 2\pi$ の間で

- ・ 相転移

or

- ・ カイラル対称性の自発的破れ

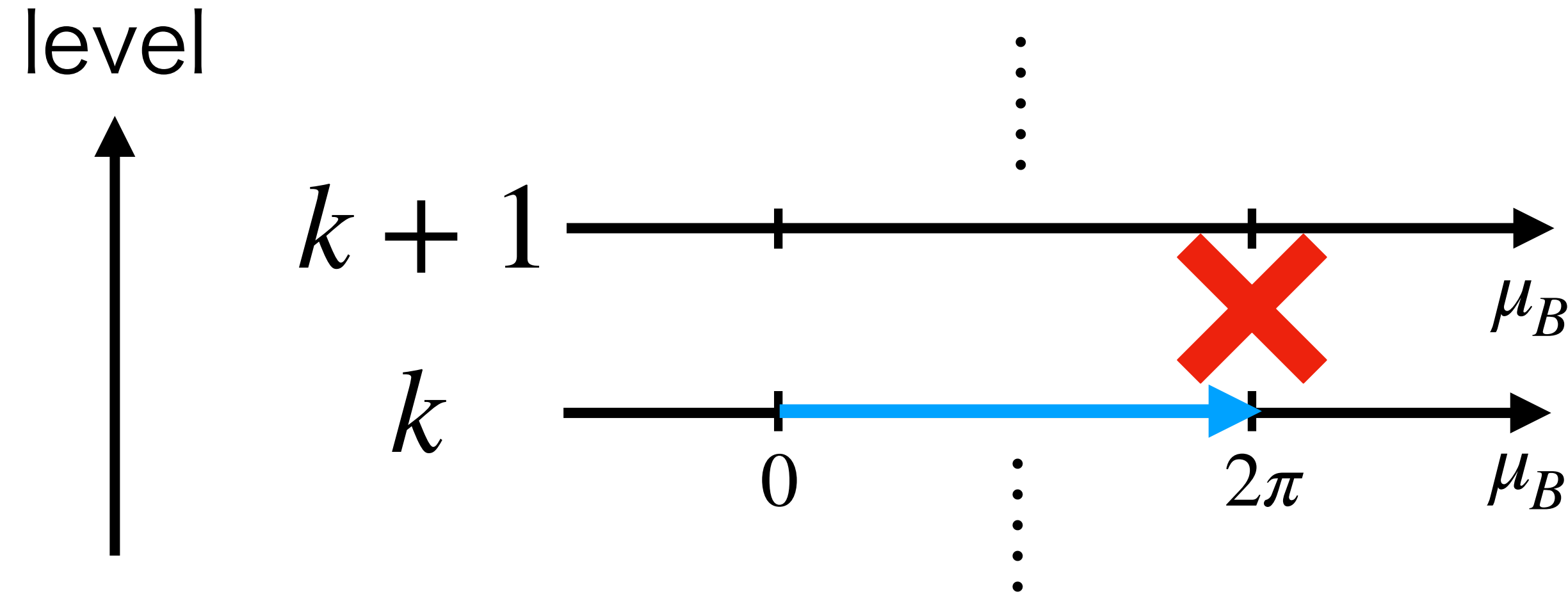
が起こらなければならない (任意の温度で)

't Hooftアノマリーマッチングから

[Cordova, Freed, Lam, Seiberg, 19]

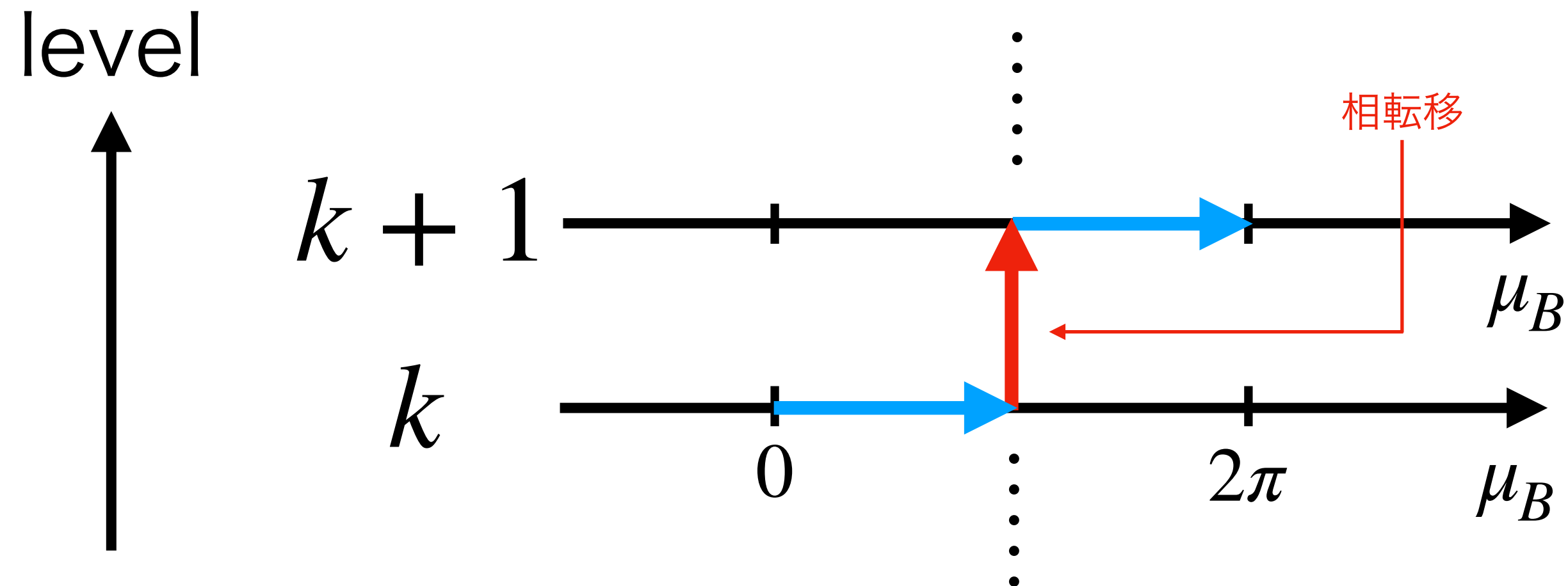
[Kikuchi, Tanizaki, 17]

帰結の直感的な説明



整数のような離散的な数は連続変数の変形だけでは変化させることはできない

相転移の場合



SSBの場合

SSB

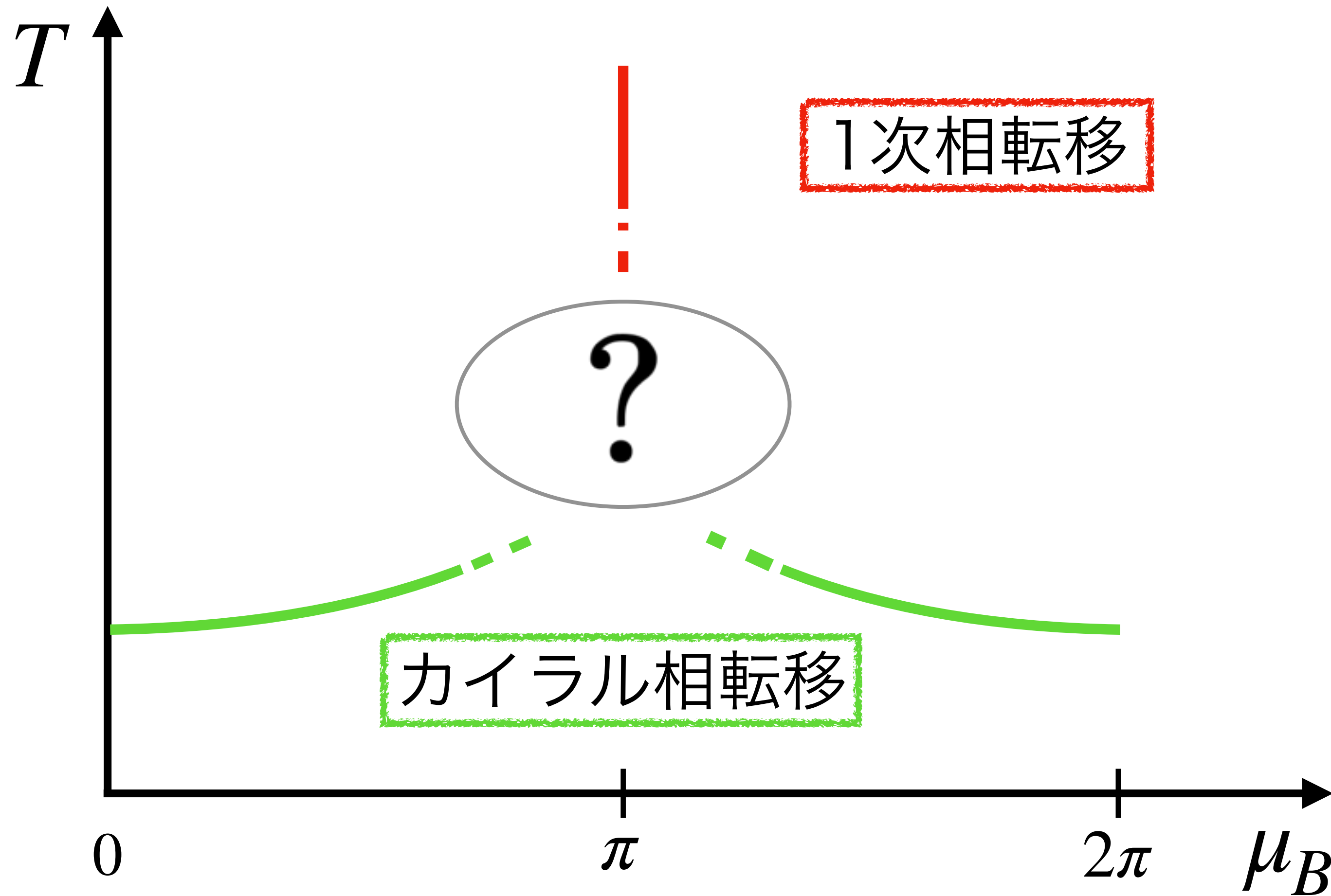
$\Rightarrow SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ ゲージ対称性はない

$\Rightarrow k_L, k_R$ は整数でない

4.アノマリーから相図への帰結

QCD相図の中間領域に対するアノマリーの帰結は？

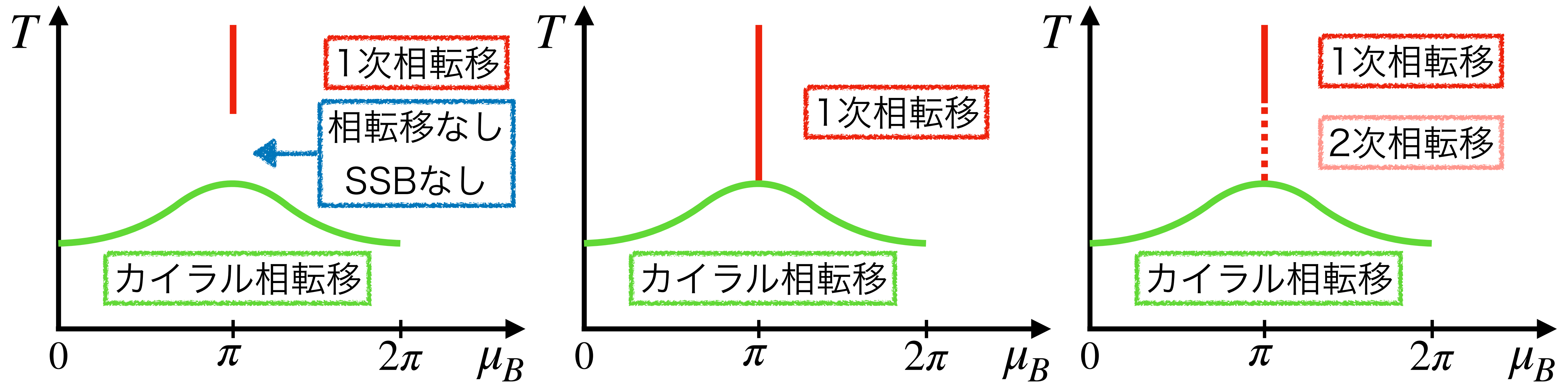
再度問題提起



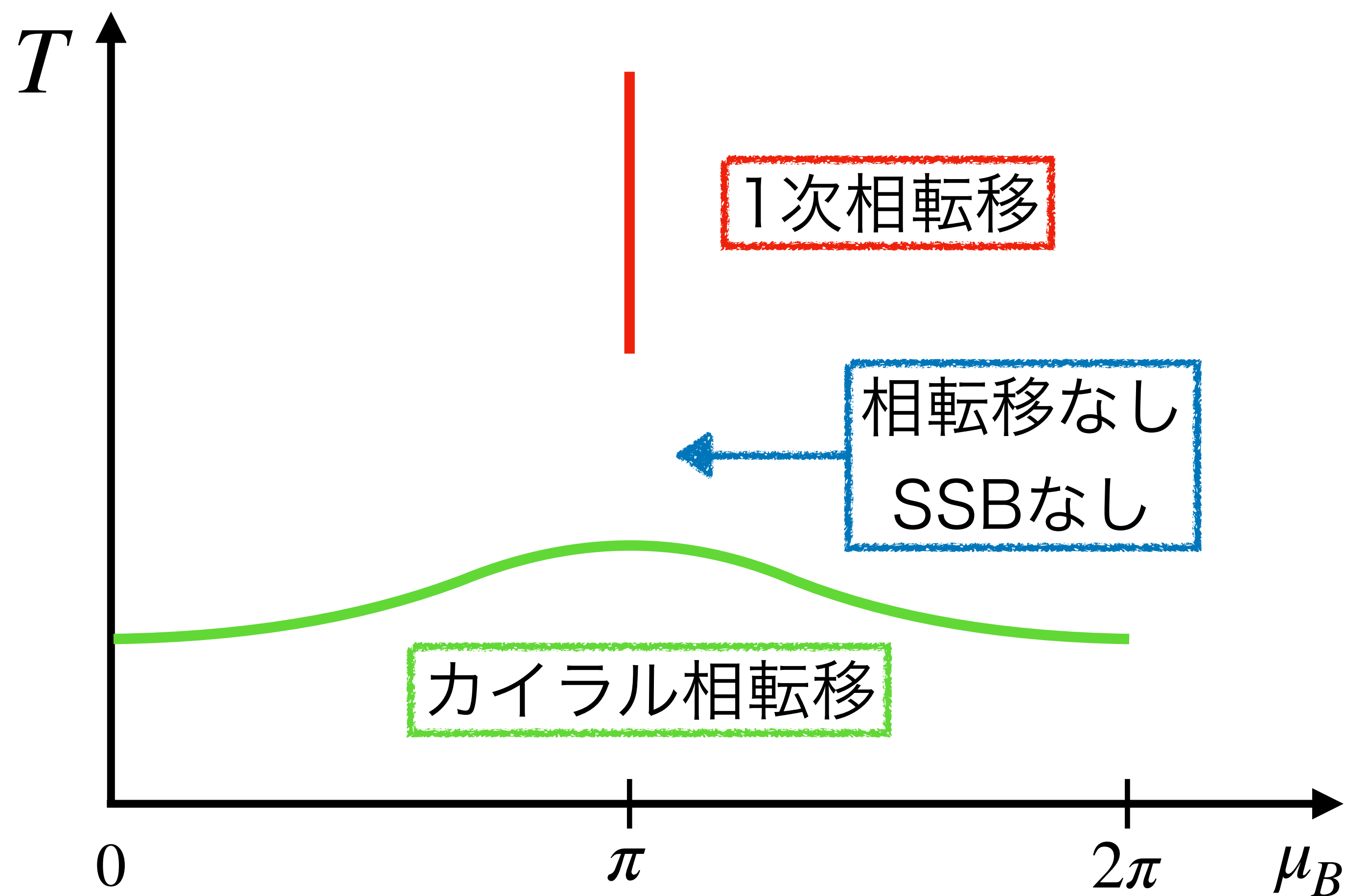
- ・ 左図の中間領域がどのようなになっているのか調べたい
 - ・ アノマリーからの制限をすでにわかっている
- どのような相図が許されるのでしょうか？

論理的に可能な具体例

以下の3つの例を考える



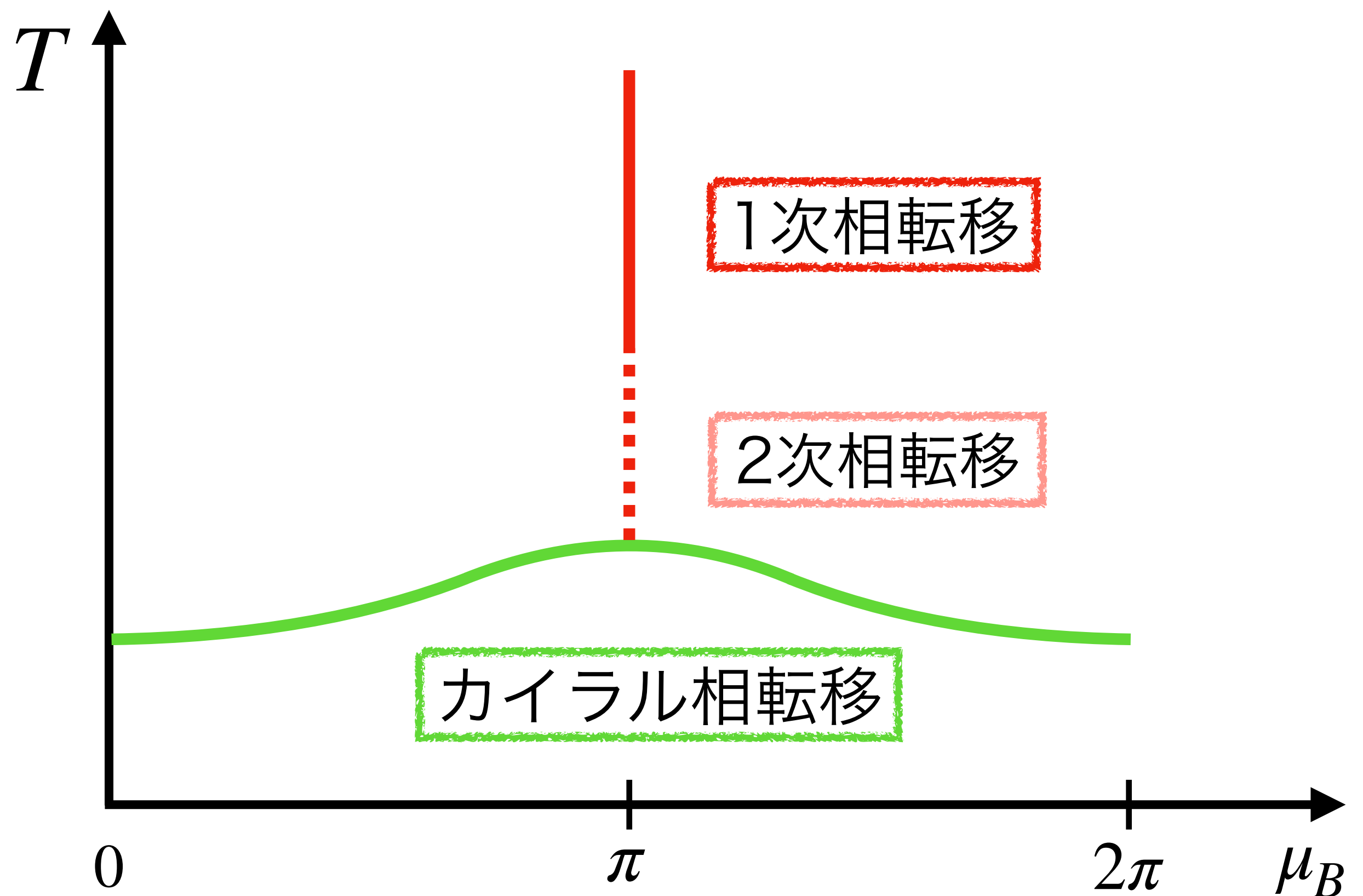
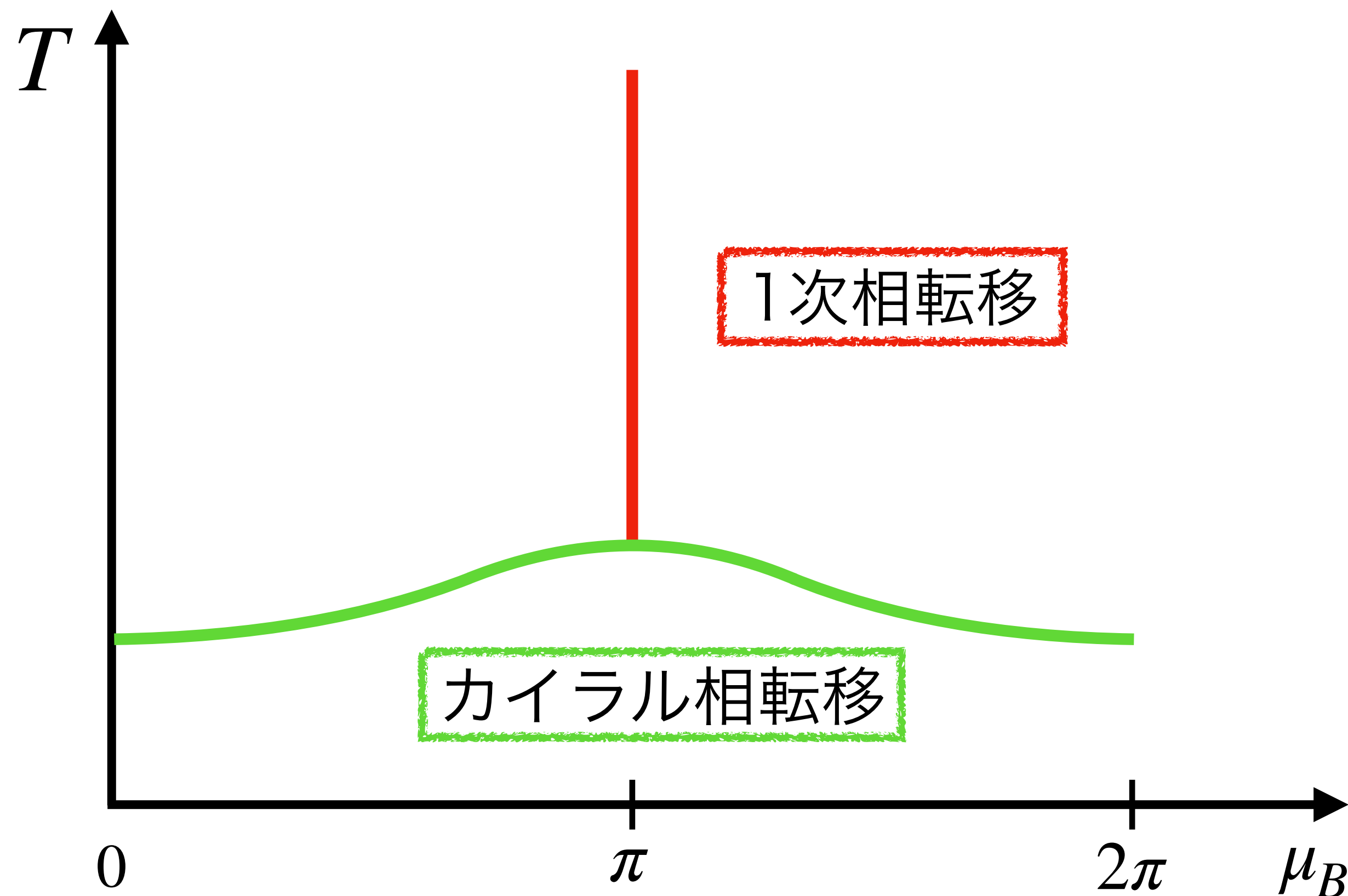
除外される場合



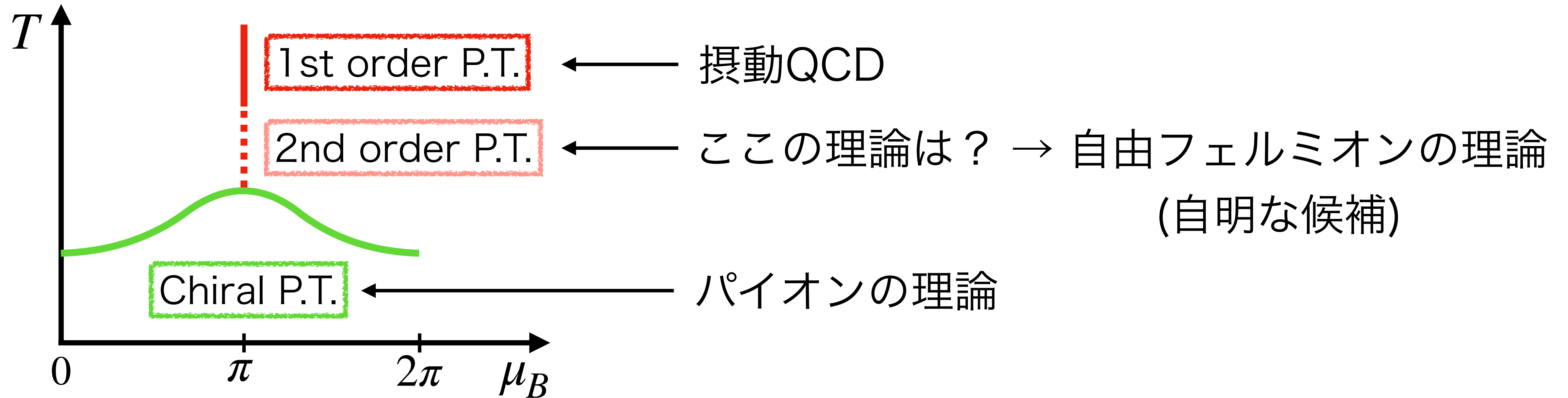
アノマリーは、相転移かSSBが起こらなければならないことを意味する
⇒左の相図は除外される

(アノマリーによって)除外されない可能性

これらの可能性から唯一の可能性を決定することはアノマリーだけからではできない



自由度についての議論



自由フェルミオンの可能性は $\gcd(N_c, N_f) > 1$ なら棄却される：

基本表現の自由フェルミオン → 対称性により棄却

その他の表現の自由フェルミオン → アノマリーを再現しないことから棄却

まとめ

- QCDの分配関数の周期性は、カイラル対称性のゲージ化により破れる(アノマリー)
- 周期性の破れは、相転移かSSBが起こることを意味する
- それぞれの論理的可能性について中間領域を記述する理論はアノマリーのより制限にされる
- アノマリーの有限密度系への帰結は？
(future work)

