non BPS 系の物理

2000 7/7 @ 基研

杉本茂樹 (YITP)

☆ Introduction

何故 non BPS が重要か？

① ~~SUSY~~ な現実への挑戦

② non SUSY な String theory
や場の理論の解析手段
→ QCD などへの応用を期待

③ non BPS な系を考えることで
初めて見える現象がある。

④ String theory の低エネルギー
を記述するための新しい見方
→ SUGRA では不十分！

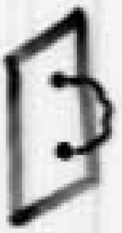
Plan

* Introduction
* 準備
* Descent Relation
* A Puzzle
* A Resolution
* Op-$\bar{D}p$ system
* shifted quant. cond.
* より大胆に
* K理論
* Discussion

★ 準備

● Type II D-branes

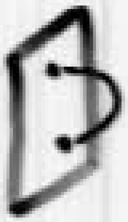
・<u>BPS なもの</u>



$$\rightarrow \left(\begin{matrix} A_\mu, \phi^i \\ \lambda \end{matrix} \right. \qquad |Dp\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|Bp\rangle_{NSNS} + |Bp\rangle_{RR}\right)$$

$$p = \begin{cases} \text{even} & (\mathrm{IIA}) \\ \text{odd} & (\mathrm{IIB}) \end{cases}$$

・<u>non BPS なもの</u>

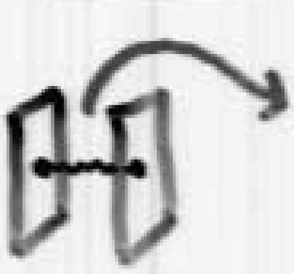


RR charge なし

$$\rightarrow \left(\begin{matrix} A_\mu, \phi^i, T \\ \lambda, \Psi \end{matrix} \right. \qquad |Dp\rangle = |Bp\rangle_{NSNS}$$

$$p = \begin{cases} \text{odd} & (\mathrm{IIA}) \\ \text{even} & (\mathrm{IIB}) \end{cases}$$

・<u>Dp-$\overline{\text{Dp}}$ 系</u>



$$\left(\begin{matrix} T \\ \Psi \end{matrix} \right.$$

$$|\overline{Dp}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|Bp\rangle_{NSNS} - |Bp\rangle_{RR}\right)$$

Dp $\overline{\text{Dp}}$

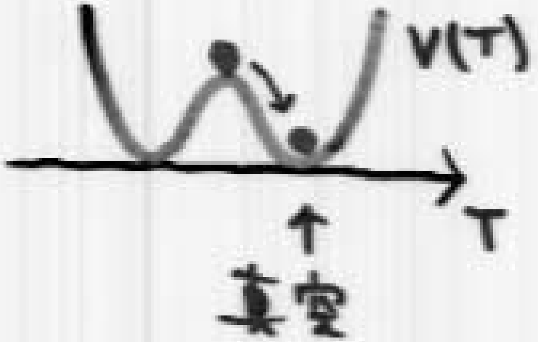
non BPS D-brane
Dp-$\overline{\mathrm{Dp}}$ system の不安定性

$\Updownarrow$

tachyon の存在

• <u>Key Observation</u> (Sen '98)

tachyon が condense $\Rightarrow$ SUSY な
真空におちつく



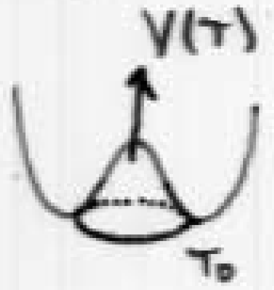
(→ c.f. 高橋さん)

★ non BPS D-brane + Dp-$\overline{\mathrm{Dp}}$ pair
の生成・消滅 を考慮に
入れるべき!

★ Descent Relation (Sen '98)

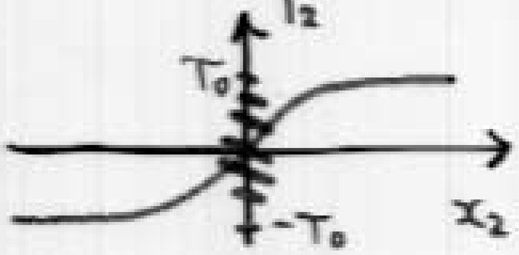
$\boxed{Dp\text{-}\overline{Dp}}$ $\ni T = T_1 + i T_2$

cpx scalar



↓ ← (unstable) kink

$T_2 \sim x_2$

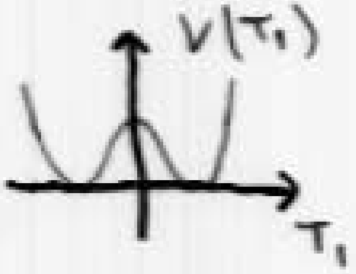


$\boxed{\text{non BPS } D(p-1)}$ $\ni T_1$

real scalar

↓ ← kink

$T_1 \sim x_1$



$\overrightarrow{\text{vortex}}$

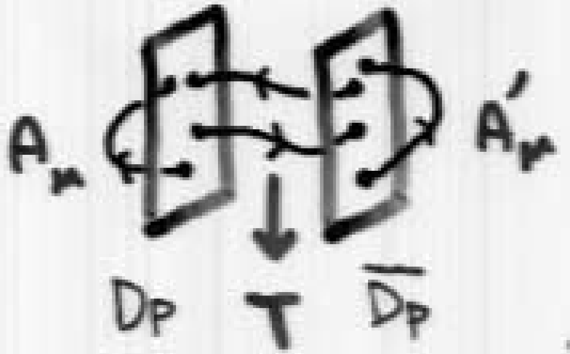
$T \sim x_1 + i x_2$

$\boxed{\text{BPS } D(p-2)}$

● これを一般化したのが K理論

★ A Puzzle

- **Dp-$\overline{\text{Dp}}$ system**



U(1) × U(1) theory
with cpx tachyon

T : (+1, −1) of U(1) × U(1)

$$\cancel{U(1)\times U(1)} \xrightarrow{\langle T\rangle \neq 0} U(1)_{diag.}$$

$\boxed{\text{この } U(1)_{diag.} \text{ はどうしてくれよう?}}$

- **non BPS Dp** も同様。

non BPS Dp

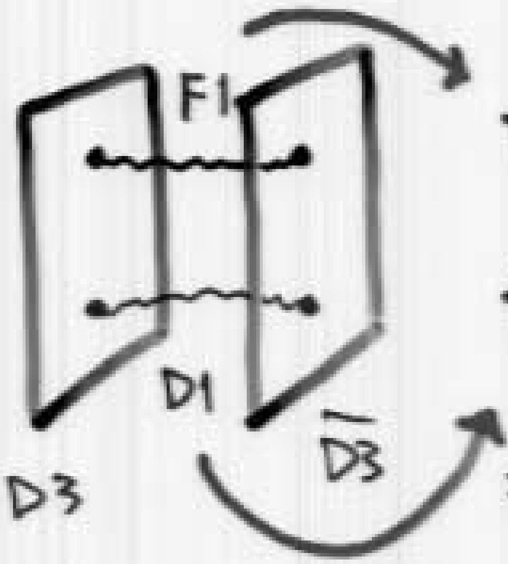
U(1) theory with real tachyon
T : adjoint of U(1)
(neutral)

∴ $\boxed{U(1) \text{ は unbroken.}}$

★ A Resolution

P. Yi (hep-th/9901159)
A. Sen (hep-th/9911116)
O. Bergman, K. Hori, P. Yi (hep-th/0002223)

$D3$-$\overline{D3}$ で考える。



$T : (+1, -1)$ of $U(1)\times U(1)$

$\tilde{T} : (+1, \underline{+1})$ of $U(1)^{mag}\times U(1)^{mag}$

これもきっと tachyonic

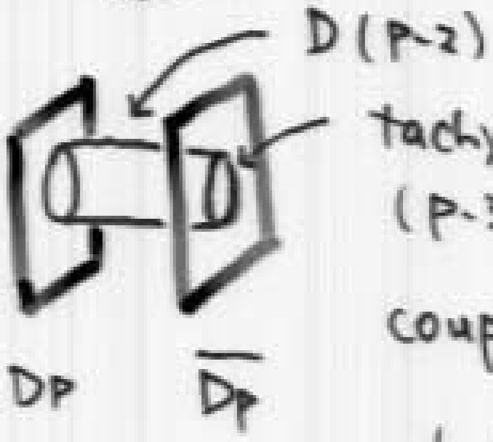
$\langle T\rangle \neq 0$ により $\cancel{U(1)\times U(1)} \to U(1)_{diag}$

→ $\langle \tilde{T}\rangle \neq 0$ により $\cancel{U(1)^{mag}_{diag}}$

→ dual Meissner effect より

$\underline{U(1)_{diag} \text{ は confined}}$!

• 一般に



tachyonic (p-3)-brane
coupled to A^{mag}_{p-2}
$(*F = d A^{mag}_{p-2})$

この tachyonic (p-3) brane が condense
→ unbroken gauge sym は confine

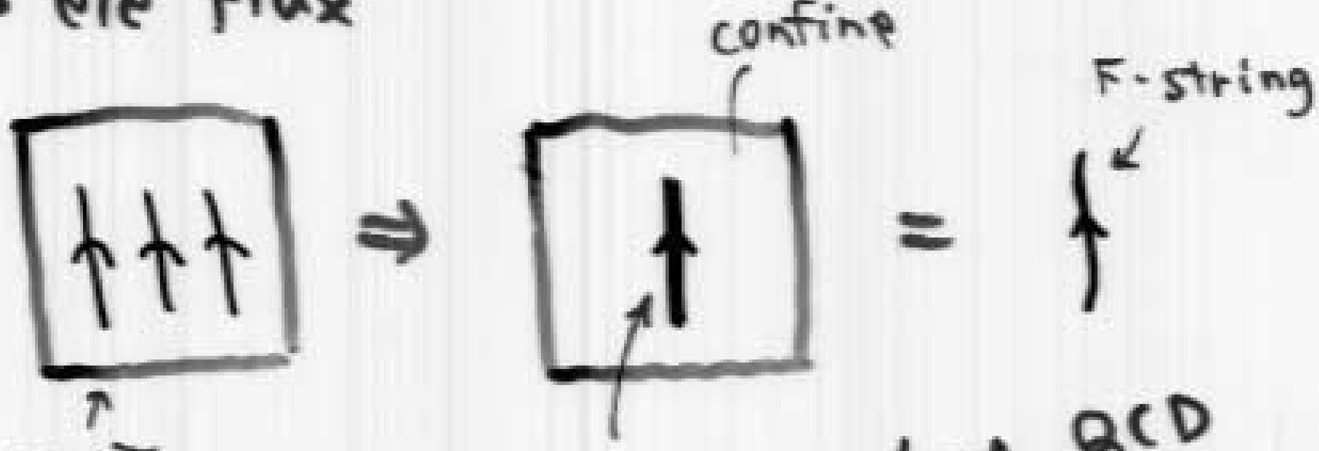
• p=2 case

$$A_\mu \overset{dual}{\longleftrightarrow} \sigma \ : \text{scalar}$$

instanton effect で σ は massive

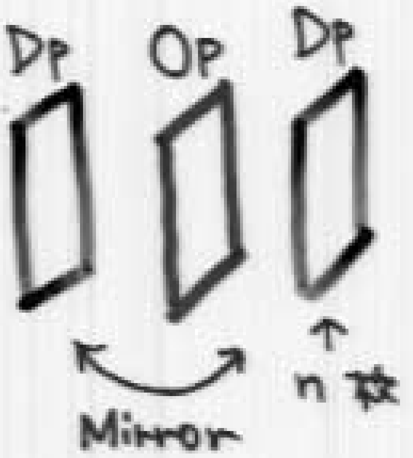
(c.f. Polyakov '77)

• ele flux



(c.f. QCD )

★ Op - $\overline{Dp}$ system



→ O(2n) … Op^- - plane

USp(2n) … Op^+ - plane

$Op^{\pm}$ に $\overline{Dp}$ を重ねる → ~~SUSY~~

no tachyon

• $O9^+ + \overline{D9} \times 16$ (S.S. hep-th/9905159)

→ USp(32) string theory

A_μ … $\square\!\square$ (adjoint)

ψ … $\begin{smallmatrix}\square\\ \square\end{smallmatrix}$ (anti sym)

これで Anomaly は cancel.

• brane susy breaking senario に使える。

Aldazabal et. al.
hep-th/9909172
Angelantonj et. al
hep-th/9911081 など

• $O3 + \overline{D3}$ (Uranga hep-th/9912145)

$O3^+ + n\,D3 \rightarrow$ $\mathcal{N}=4$ $USp(2n)$ SYM

$\downarrow$ S-dual

$\underbrace{O3^- + \overset{\text{stucked}}{\overset{\downarrow}{\tfrac{1}{2}D3}}}_{\widetilde{O3}^- \text{と書く。}} + n\,D3 \leftarrow$ $\mathcal{N}=4$ $SO(2n+1)$ SYM

$\Rightarrow$ $\boxed{O3^+ \overset{S}{\longleftrightarrow} \widetilde{O3}^-}$ (Witten hep-th/9805112)

$O3^+ + n\,\overline{D3} \rightarrow$ non SUSY $USp(2n)$ theory

$\updownarrow S$ $\updownarrow$ S-dual!

$\widetilde{O3}^- + n\,\overline{D3}$ non SUSY $SO(2n-1)$ theory

$\shortparallel$

$O3^- + (n-\tfrac{1}{2})\,D3$

◎ 't Hooft anomaly matching cond. はちゃんと満たす。

★ shifted quant. cond.

$\leftarrow$ D(p+2) wrapped on $S^2/\mathbb{Z}_2 = \mathbb{R}P^2$

Op^-

conjecture

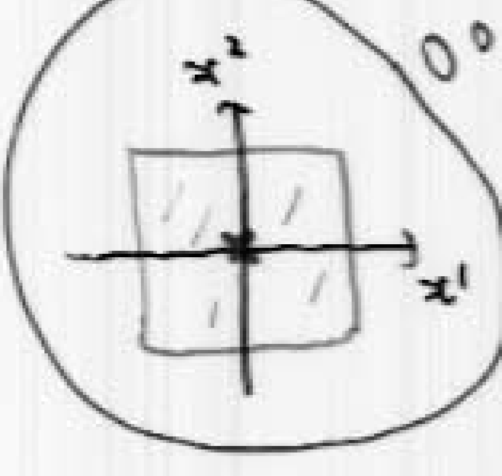
(Aharony, Rajaraman hep-th/0004151
cf. Freed-Witten hep-th/9907189)

$$\boxed{\int_{\mathbb{R}P^2} \frac{F}{2\pi} \in \underline{\frac{1}{2}} + \mathbb{Z}}$$

ふつうの Dirac cond. から ずれる。

(proof)

(Hyakutake, Imamura, S.S. hep-th/0007012)



$$x = (x^1, x^2)$$

$$\underline{T(x) = -T(-x)} \quad ★$$

$$\rightarrow T(0) = 0$$

$T(x \neq 0) \neq 0$ とすると.

★ より #vortex = odd $\therefore \int_{S^2} \frac{F}{2\pi} = \text{odd}$ //

☆ より大胆に

• 主張

Type I, II string の低エネルギーのふるまいは、（少なくとも topological な性質は）

次の 10 dim gauge theory で

記述される。 ↖ D9-$\overline{\text{D9}}$ system or non BPS D9

I : $O(N+32)\times O(N)$ theory
with tachyon in (vec., vec.)

IIA : $U(N)$ theory
with tachyon in adjoint rep.

IIB : $U(N)\times U(N)$ theory
with tachyon in $(\square, \bar{\square})$

($N\to\infty$ をとる)

• <u>vacuum mfd</u> $\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}$

IIB で考える。

$$U(N)\times U(N) \xrightarrow{\langle T\rangle \neq 0} U(N)$$

$$\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}} = \frac{U(N)\times U(N)}{U(N)} = U(N)$$

これは topological に non trivial

$$\pi_{8-p}(\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}) = \begin{cases} \mathbb{Z} & (p:\text{odd}) \\ 0 & (p:\text{even}) \end{cases}$$

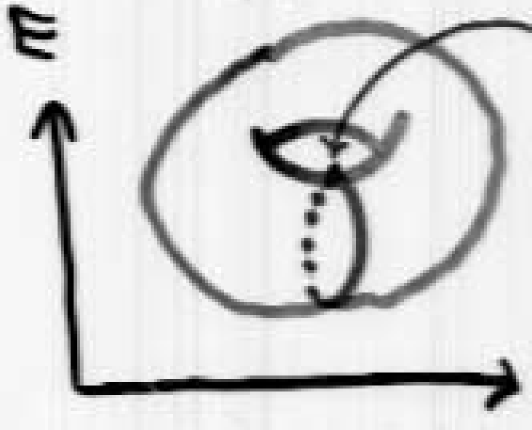
$$\left(\begin{array}{c} \updownarrow \\ \text{Dp-brane charge} \end{array} \right)$$

• <u>config. space</u> C_{IIB}

$\pi_1(C_{\mathrm{IIB}}) \neq 0$

$$T_\theta : \underset{\substack{\Downarrow \\ \theta}}{S^1} \times S^8 \to \mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}$$

$$\pi_9(\mathcal{V}_{\mathrm{IIB}}) = \mathbb{Z}$$



<u>sphaleron</u>

= non BPS D0

(Harvey Hořava Kraus hep-th/0001143)

★ K理論 (Witten '98)

IIB でやる。

$$\left(\begin{array}{lll} D9 \times N & \to & U(N) \text{ b'dle } E \\ \overline{D9} \times N & \to & U(N) \text{ b'dle } \tilde{E} \end{array} \right.$$

topological な分類

$$K(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{時空}}}{X}) = \{ (E, \tilde{E}) \} / \sim$$

$$(E, \tilde{E}) \sim (E', \tilde{E}')$$

$\overset{\text{def}}{\Leftrightarrow}$ $\exists H, H'$: cpx vec. b'dle

$$\text{s.t. } (\underset{\substack{\uparrow \\ D9}}{E \oplus H}, \underset{\substack{\uparrow \\ \overline{D9}}}{\tilde{E} \oplus H}) \cong (E' \oplus H', \tilde{E}' \oplus H')$$

• $D9$-$\overline{D9}$ の対生成、対消滅でつながるものは同一視。

主張 (Witten '98)

$K(X) \underset{1:1}{\longleftrightarrow}$ IIB D-brane charge

• $K(X)$ と RR charge (Minasian Moore '97)

$$\begin{array}{ccc} \varphi : K(X)\otimes\mathbb{Q} & \xrightarrow{\simeq} & H^{even}(X;\mathbb{Q}) \\ \Psi & & \Psi \\ x & \longmapsto & \sqrt{\hat{A}(X)}\, ch(x) \end{array}$$

$x=(E,\tilde{E})$ $\quad ch(x) = tr\, e^{\frac{F}{2\pi}} - tr\, e^{\frac{\tilde{F}}{2\pi}}$

$E \to F$, $\tilde{E} \to \tilde{F}$: ゲージ場

は pairing
$$\left|\begin{array}{l} (x,x')_K = \mathrm{ind}\, \cancel{D}_{x\otimes x'} \\ (\varphi(x),\varphi(x'))_{DR} = \int \varphi(x)\wedge\varphi(x') \end{array}\right.$$

を保つ同型.

$$S^{CS} = \int C \wedge \underbrace{\sqrt{\hat{A}(X)}\, ch(x)}_{\text{RR charge}}$$

$C = C_0 + C_2 + C_4 + \cdots$

• Type IIA → $\underline{K^1(X)} = \{(E, e^{iT})\}/\sim$

↑ non BPS D9 上のゲージ場のなす cpx vec. b'dle

(Hořava '98)

• Type I → $\underline{KO(X)} = \{(E, \tilde{E})\}/\sim$

D9 $\overline{\text{D9}}$

↑ real vec. b'dle

(O(N) b'dle)

$$KO(X) \cong \mathbb{Z} \oplus \underline{\widetilde{KO}(X)}$$

↑ D9-brane charge (=32 に fix)

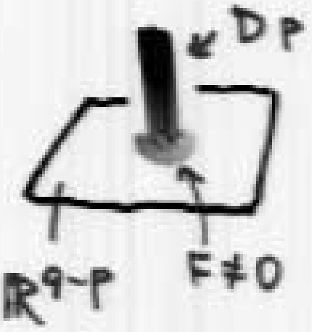
← とった

p	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\widetilde{KO}(S^{9-p})$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	·	·	·	$\mathbb{Z}$	·	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$

$$\widetilde{KO}(S^{9-p}) = \pi_{8-p}(O(N))$$

Stable non BPS D-branes

(RR charge をもたない)



• USp(32) theory → $\underline{KSp(X)}$

- K理論がcohomologyよりも偉いわけ.

$$K(X) \otimes \mathbb{Q} \cong H^{\mathrm{even}}(X;\mathbb{Q})$$

だが $K(X) \not\cong H^{\mathrm{even}}(X;\mathbb{Z})$

★ RR chargeに対応しない D-brane chargeがある。

(例) Type I stable non BPS branes

★ non-trivialなcycleにまきついていても、D-$\bar{D}$の対生成を介してdecayする場合がある。

(例) $\pi_6(U(3)) = \mathbb{Z}_6$, $\pi_6(U(4)) = 0$

(see Diaconescu Moore Witten hep-th/0005090)

- One more step

RR field strength $G = dC$

$$\mathrm{IIA} : G^A = G_0 + G_2 + \cdots \quad \in H^{\mathrm{even}}(X)$$

$$\mathrm{IIB} : G^B = G_1 + G_3 + \cdots \quad \in H^{\mathrm{odd}}(X)$$

$$\left(\begin{array}{l} K(X) \otimes \mathbb{Q} \cong H^{\mathrm{even}}(X;\mathbb{Q}) \\ K^1(X) \otimes \mathbb{Q} \cong H^{\mathrm{odd}}(X;\mathbb{Q}) \end{array} \right.$$

より

$$G^A \leftrightarrow K(X)$$

$$G^B \leftrightarrow K^1(X)$$

が示唆される。

実際

D8 $\overline{D8}$

$\longrightarrow x^1$

$$dG^A = \delta(x^1)\sqrt{\hat{A}}\,\mathrm{ch}(\overset{K(X)}{x}) \quad \text{D8}\ \overline{\text{D8}}$$

$$\rightarrow \boxed{G^A = \sqrt{\hat{A}}\,\mathrm{ch}(x)}$$

(Moore Witten hep-th/9912279)

- RR partition func.
- Shifted quant. cond.

(Witten -th/9912086
Moore Witten
Diaconescu MW.

★ Discussion

- non BPS 系 を考えることで SUGRA では見えない所まで踏みこめた。

- しかし、うまく行ったのは topological な話ばかり。

- いかに dynamics を取り入れるか？が今後の課題