Wilsonian Renormalization Group Approach to $\mathcal{N}=2$ Supersymmetric Sigma Models

大阪大学　素粒子論研究室　伊藤　悦子 (東島　清氏との共同研究)
E-mail: itou@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

非線形シグマ模型の繰りこみ群方程式は摂動論や large-N 展開などの手法で調べられている。摂動論的結果によると、ターゲット空間の計量に関する β 関数はリッチテンソルに比例する形で与えられ、それによって $\beta=0$ となる共形不変なシグマ模型はターゲット空間がリッチフラットな多様体であると考えられている。この模型を非摂動論的な Wilson 的繰りこみ群の方法で調べた場合はどうなるのか、と言うのがこの研究である。結論は β 関数はリッチテンソルに比例する項にさらに補正が加わった形であり、それによっていくつか新しい結果を得た。

Wilson 的繰りこみ群によって調べる事の利点は、結合定数の大きい領域を調べたり、複数個の結合定数のある理論の場合量子補正によってそれらが混ざり合うのを見ることができたりする点である。無限個の結合定数を持つ一般的な作用に対してその繰りこみ群方程式は

$$\frac{d}{dt}S[\Omega;t]=\frac{1}{\delta t}\frac{1}{2}\int_{p'} tr\ln\left(\frac{\delta^2 S}{\delta\Omega^i\delta\Omega^j}\right)-\frac{1}{\delta t}\frac{1}{2}\int_{p'}\int_{q'}\frac{\delta S}{\delta\Omega^i(p')}\left(\frac{\delta^2 S}{\delta\Omega^i(p')\delta\Omega^j(q')}\right)^{-1}\frac{\delta S}{\delta\Omega^j(q')}$$
$$+\left[D-\sum_{\Omega^i}\int_p\hat{\Omega}^i(p)\left(d_{\Omega^i}+\gamma_{\Omega^i}+\hat{p}^\mu\frac{\partial}{\partial\hat{p}^\mu}\right)\frac{\delta}{\delta\hat{\Omega}^i(p)}\right]\hat{S} \qquad (1)$$

とかける [2],[3]。ただしこのままでは無限個の結合定数に対する無限個の微分方程式が得られるだけなので作用を相互作用項の微分の次数で展開し、適当な次数までで切断するという近似を用いて解く [4]。

この研究では 2 次元 $\mathcal{N}=2$ のケーラーポテンシャルのみの項を調べた。そのときスカラー場に対する微分 2 次までの近似が非自明な相互作用を持つ最低次の近似であり、そのラグランジアンは超対称な非線形シグマ模型の形になる。

一般に超対称性を持つ理論に単純なカットオフを導入すると超対称性が破れてしまうが、超対称性を保つカットオフが存在すると仮定して、ボゾン部分のくりこみ群方程式から超対称な形の繰りこみ群の方程式を得た。また、式 (1) にシグマ模型の作用を代入し計算するとターゲット空間の一般座標変換不変性も破れるが、Kähler normal coordinates という座標系を用いて計算することで共変な形の量子補正項を得た [5]。

以上のようにして得た繰りこみ群方程式で具体的ないくつかの例を調べた。まず、ターゲット空間がコンパクトなアインシュタイン・ケーラー多様体であるシグマ模型は漸近的自由な理論になることが示せた。これは具体的なラグランジアンの形を使うことなく導かれた結果である。

さらに非摂動論的方法を用いると複数のパラメーターの入った理論の解析を簡単に行うことができる。私たちは 2 つのパラメーターを持つ新しいを模型を構成し、その繰りこみ群方程式を得た。その繰りこみ群の流れは大局的な対称性として $SU(N+1)$ の対称性をもつ CP^N 模型と、$SO(N+2)$ をもつ Q^N 模型を結ぶことが分かった。

参考文献

[1] K.Higashijima and E.Itou, hep-th/0205036
[2] K.G.Wilson and I.G.Kogut, Phys.Rep.**12**,75 (1974)
[3] F.Wegner and A.Houghton, Phys.Rev.**A8**,401(1973)
[4] T.R.Morris, Phys. Lett. B **329** (1994) 241
[5] K.Higashijima,E.Itou and M.Nitta, To appear in Prog. Theor. Phys. **108** hep-th/0203081