Homotopy algebra morphism and geometry of classical string field theories

東京大学大学院 数理科学研究科　梶浦宏成
E-mail: kuzzy@ms.u-tokyo.ac.jp

[1] に沿って, 古典的な弦の場の理論の満たすべき一般的な性質について議論した. 弦の場の理論は無限個の場から成る非常に複雑な理論であり, 応用が困難であるが, 一方で大きなゲージ対称性を持っている. このような性質が一般に弦の場の理論をどの程度制御するかを考えた.

弦の場の理論は, 弦が共形対称性を持つ背景時空の上で定義され, その on-shell での散乱振幅が 2 次元面の弦理論の散乱振幅を再現するように, 自然に off-shell に拡張して構成される. この構成より, 弦の場の理論の作用はゲージ理論における BV 形式の BV マスター方程式を満たす. そのような作用は実は無限個ある. その中の一つとして, 例えば E. Witten による相互作用項を 3 次のもののみとする作用 [2] が知られている. 以下, 弦のリーマン面についてジーナスが零のものに限って構成した弦の場の理論を古典的な弦の場の理論と呼ぶ.

さて, 弦の場の理論の一般論として, 主に 2 つの考えるべき問題があった. 一つはある共形不変な背景時空の周りで定義された異なる弦の場の理論の間の関係であり, もう一つは弦の場の理論の背景時空非依存性である. これらの 2 つの大きな問題は, 古典的な弦の場の理論についてでさえごく限られた場合を除いてほとんど理解されないままになっている. [1] では古典的な弦の場の理論に関して, 前者の問題に対する一つの答えを与えることができた.

[1] の結果は開弦, 閉弦のどちらの場合でも同様であるので, 以下では開弦の場合について説明する. BV マスター方程式を満たす作用は, 代数トポロジーで知られる A_∞ 代数の構造を持つ. (そのような作用の具体的な構成は [3] などで行われている.) 開弦の場の理論が A_∞ 代数の構造を持つことは, その 3 次, 4 次, ... の相互作用項同士の間に無限個の関係式が存在することに対応する. A_∞ 代数の間には擬同型という自然な同値関係が存在する. この同値関係により, A_∞ 代数は自然に分類されている.

[1] では, 同じ共形背景時空上の BV マスター方程式を満たすすべての古典的な開弦の場の理論は A_∞ 擬同型であることを示した. さらにこの結果から, ある固定した共形不変な背景時空上のすべての古典的な開弦の場の理論のモジュライ空間 (原点と連結な運動方程式の解空間) は同型であることも言える.

以上の結果は A_∞ 代数における minimal model 定理と呼ばれるものと本質的に関係する. ここで, minimal model 定理とは,「任意の A_∞ 代数に対しそれのコホモロジーをとることにより別の A_∞ 代数が存在し, それはもとの A_∞ 代数と擬同型である」という定理である. 今の状況ではコホモロジーは開弦の BRST 作用素であり, コホモロジーをとることは, 開弦のヒルベルト空間から物理的な状態空間 (on-shell の空間) に制限することに対応する. [1] では弦の場の理論の古典解を探す問題を考え (閉弦の時については [4, 5] の方法), その過程で on-shell の空間上の A_∞ 構造を tree level のファインマングラフにより自然に定義した. その定義より, on-shell の空間の A_∞ 代数は弦理論の on-shell の散乱行列からなることが言える. このことから上で述べた結果が従う. 実はホモトピー代数の重要な定理の 1 つである minimal model 定理の証明として明快なものは知られていない. 上の議論は弦の場の理論の立場から, その minimal model 定理の自然な意味と簡潔な証明方法をも与えていることになる.

以上の結果は, 最近の E. Witten の開弦の場の理論 [2] のタキオン凝縮に対応する真空解についての議論 [6] に応用することができる. また, それぞれの共形不変な背景時空上でこのような well-defined な作用全体を考えておくことは, 弦の場の理論の背景時空非依存性の問題に対する出発点にもなることが期待できる.

参考文献

[1] H. Kajiura, Nucl. Phys. B **630** (2002) 361 [arXiv:hep-th/0112228].

[2] E. Witten, Nucl. Phys. B **268** (1986) 253.

[3] T. Nakatsu, hep-th/0105272.

[4] S. Mukherji and A. Sen, Nucl. Phys. B **363** (1991) 639.

[5] T. Kugo and B. Zwiebach, Prog. Theor. Phys. **87** (1992) 801 [arXiv:hep-th/9201040].

[6] N. Moeller and W. Taylor, Nucl. Phys. B **583** (2000) 105 [arXiv:hep-th/0002237].